

# 消去树理论及其在潮流计算中的应用

徐得超<sup>1</sup>, 李亚楼<sup>1</sup>, 郭剑<sup>1</sup>, 于之虹<sup>1</sup>, 金丽<sup>2</sup>

(1. 中国电力科学研究院, 北京市 海淀区 100085;  
2. 新疆准东石油技术股份有限公司, 新疆维吾尔自治区 阜康市 831511)

## Elimination Tree Theory and Its Application in Power Flow Calculation

XU De-chao<sup>1</sup>, LI Ya-lou<sup>1</sup>, GUO Jian<sup>1</sup>, YU Zhi-hong<sup>1</sup>, JIN Li<sup>2</sup>

(1. China Electric Power Research Institute, Haidian District, Beijing 100085, China;  
2. Xinjiang Zhundong Petroleum Technology Company Limited, Fukang 831511, Xinjiang Uygur Autonomous Region, China)

**ABSTRACT:** By use of symbolic factorization based on elimination tree theory and improved LU numerical decomposition algorithm based on sparse vector method, the efficiency of power flow calculation by Newton-Raphson method is improved. In this paper, firstly the elimination tree theory is introduced in brief, and the structure of Jacobian matrix is determined by use of symbolic factorization; then by use of sparse vector method each column of lower triangular matrix  $L$  and each row of upper triangular matrix  $U$  are solved. Comparing with traditional LU numerical decomposition algorithm to solve each row of lower triangular matrix  $L$  and each column of upper triangular matrix  $U$ , the proposed method is easy to program and efficient. In addition, the structure symmetry of Jacobian matrix and the experience of compiler optimization are also adopted in this research, it makes less required memory for the proposed algorithm and higher calculation efficiency. The superiority of the proposed method is validated in actual power system.

**KEY WORDS:** load flow; elimination tree; symbolic factorization; sparse vector method; LU decomposition

**摘要:** 采用了基于消去树理论的符号因子分解技术以及改进的LU数值分解算法来提高牛顿法潮流计算的效率。介绍了消去树理论, 并采用符号因子分解技术确定雅可比矩阵的结构, 然后采用稀疏向量法求取  $L$  阵的每行和  $U$  阵的每列。这种算法和求取  $L$  阵每列和  $U$  阵每行的传统LU分解方法相比, 具有编程简单、计算效率高的优点。另外, 雅可比矩阵结构对称以及编译器优化的经验也应用到文中, 使得算法不仅占用内存较少, 且效率较高。算法的优越性在实际系统中得到了验证。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(973项目)(2004CB217903)。

Project Supported by the National Basic Research Program (973 Program) of China (2004CB217903).

中得到了验证。

**关键词:** 潮流; 消去树; 符号因子分解; 稀疏向量法; LU分解

## 0 引言

潮流计算是电力系统分析中最基本的计算, 提高其计算速度具有重要意义。目前最实用的潮流算法是牛顿类算法, 提高这类算法效率的关键因素之一是求解线性方程组。1965年, Tinney等人应用稀疏技术求解潮流线性修正方程式, 大幅度提高了牛顿法的计算速度<sup>[1]</sup>。1985年, Tinney等人又提出了稀疏向量法<sup>[2]</sup>, 指出在常数项向量或解向量非零元的因子化路径上进行前代回代能进一步提高求解线性方程组的效率。现有大部分电网计算都应用了上述稀疏技术, 如潮流计算<sup>[3]</sup>、状态估计<sup>[4-5]</sup>、静态安全分析<sup>[6-7]</sup>、小干扰稳定计算<sup>[8]</sup>等。文献[3]中, 朱凌志等研究了稀疏矩阵的链表存储技术, 并采用模拟数值分解技术预测雅可比矩阵因子表结构, 为数值分解产生的注入元预留位置, 避免了在因子分解过程中频繁插入、移动元素, 从而提高了潮流计算速度。由于采用的模拟数值分解技术具有同数值分解相同的计算复杂度, 其计算效率有进一步挖掘的潜力。

本文将消去树理论此理论引入到电力系统潮流计算中, 利用LU分解算法及稀疏技术提高潮流计算程序的效率。实际系统测试验证了本文计算方法的优越性。

## 1 消去树理论简介

直接法求解线性方程组可以表示为

$$Ax = b \quad (1)$$

其中： $\mathbf{A}$  为稀疏对称正定矩阵，可以因子分解成  $\mathbf{LL}^T$ ；解向量  $\mathbf{x}$  的值可以在  $\mathbf{L}$  阵上通过前代回代的方法得到。在  $\mathbf{L}$  阵上，定义消去树为

$$P_{\text{ARENT}}[j] = \min\{i > j | l_{ij} \neq 0\} \quad (2)$$

即每个节点  $j$  的父节点为  $\mathbf{L}$  阵中第  $j$  列第一个非零非对角元行号。图 1 表示矩阵  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{L}$  及其消去树的关系。其中图 1(a)、图 1(b) 分别是矩阵  $\mathbf{A}$  结构图及其有向图  $G(\mathbf{A})$ ，图 1(c) 是  $\mathbf{A}$  的消去树  $T(\mathbf{A})$  (不包括弧线，弧线为指向所在节点祖先并且在  $G(\mathbf{A})$  中存在的边)。  $T(\mathbf{A})$  中每个节点代表  $\mathbf{L}$  阵的一列，边的方向如箭头所示，由小号指向大号，图 1(a) 中的  $\otimes$  和图 1(b) 中的虚线表示因子分解过程中产生的注入元。文献[9]中指出，下三角阵  $\mathbf{L}$  的结构可由  $T(\mathbf{A})$  确定，而  $T(\mathbf{A})$  中的弧线是冗余的，因此使用  $T(\mathbf{A})$  来确定  $\mathbf{L}$  阵的结构往往比直接采用  $G(\mathbf{A})$  具有更高的效率<sup>[9-12]</sup>。

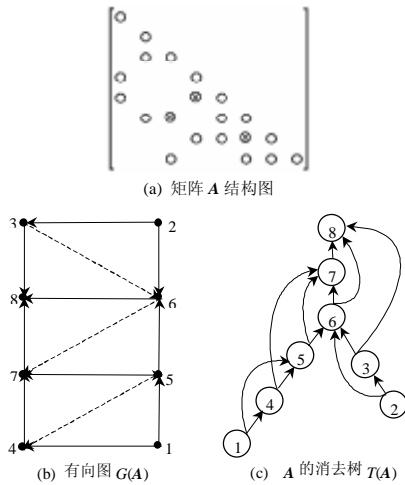


图 1 矩阵  $\mathbf{A}$  及其网络图与消去树  
Fig. 1 Matrix  $\mathbf{A}$  and its graph and elimination tree

为方便描述消去树的性质，定义  $T[x_i]$  为  $T(\mathbf{A})$  的子树

$$T[x_i] = i \cup_{i=P_{\text{ARENT}}(j)} T[x_j] \quad (3)$$

定义  $T_r[x_i]$  为  $\mathbf{L}$  阵第  $i$  行元素对应的行子树

$$T_r[x_i] = \{j | l_{ij} \neq 0, j \leq i\} \quad (4)$$

根据文献[9]，有如下定理。

**定理 1:** 如果  $\mathbf{L}$  阵中  $l_{ij} \neq 0$ ，则在  $T(\mathbf{A})$  中  $i$  是  $j$  的祖先节点。同样，在  $\mathbf{A}$  阵中如果  $a_{ij} \neq 0$ ，则在  $T(\mathbf{A})$  中必有  $i$  是  $j$  的祖先节点。

根据定理 1，可以直接由  $\mathbf{A}$  阵结构得到  $T(\mathbf{A})$ 。按由小到大顺序逐行处理  $\mathbf{A}$  阵中的元素，当处理到第  $k$  行时， $k$  或者是  $T(\mathbf{A})$  中的叶子节点，如图 1(c)

中 1 或 2；或者是某个子树  $T[x_i]$  根节点  $i$  的父节点，图 1 中当  $k=6$  时， $i$  是 5 或者 3。 $i$  可以从  $\mathbf{A}$  阵  $k$  行对角线左侧的非零元沿着  $T(\mathbf{A})$  已形成的部分路径搜索得到。

文献[11]中提出了一种路径压缩的  $T(\mathbf{A})$  形成算法。该算法形成一个临时压缩树，这个压缩树记载的不再是父子关系，而有可能是图 1(c) 中弧线代表的子与祖先之间的关系，因此该树比  $T(\mathbf{A})$  更矮。沿着这个压缩树搜索显然能节省形成  $T(\mathbf{A})$  的时间。

**定理 2:** 设  $i > j$ ，则  $l_{ij} \neq 0$  的充分必要条件是在  $G(\mathbf{A})$  中存在一个路径  $i, p_1, \dots, p_n, j$ ，满足  $\{p_1, \dots, p_n\} \subseteq T[x_j]$ 。

由定理 2 可知， $T_r[x_i] \subseteq T[x_i]$ 。Schreiber 在文献[12]中指出， $T_r[x_i]$  是  $T[x_i]$  的一个剪切树，剪切点由定理 3 及其推论给出。

**定理 3:**  $l_{ij} \neq 0$  的充分必要条件是节点  $j$  是  $T(\mathbf{A})$  中节点  $k$  的祖先并且在  $G(\mathbf{A})$  存在  $a_{ik} \neq 0$ 。

**推论:** 在  $T[x_i]$  中，节点  $j$  是叶子节点的充分必要条件是： $\mathbf{A}$  阵中  $a_{ij} \neq 0$ ，并且对于  $j$  的每个子孙节点  $k$ ，均有  $a_{ik} = 0$ 。以图 1(c) 为例，节点  $T[x_6]$  和  $T_r[x_6]$  分别见图 2(a)、2(b)。

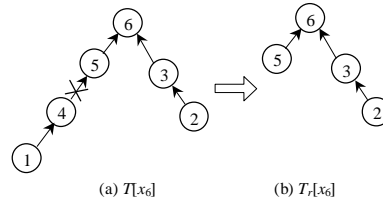


图 2 节点 6 的子树图和行子树图  
Fig. 2 Subtree and row subtree of node 6

可见节点 5 和节点 2 是  $T_r[x_6]$  的叶子节点。而节点 5 正是一个剪切点，这是因为在子树  $T[x_5]$  中除 5 节点外均有  $a_{16}$ 、 $a_{46}$  为零。

由定理 2、定理 3 及其推论可以统计  $\mathbf{L}$  阵中每行和每列中非零元个数，确定系数矩阵  $\mathbf{A}$  因子表所需的内存空间，并可对  $\mathbf{A}$  阵进行符号因子分解，确定因子表每个元素的行号和列号。设  $\mathbf{L}$  阵每行非零元平均个数为  $d$ ，维数为  $n$ ，则采用数值因子分解的算法复杂度为  $O(nd^2)$ ，而采用上文的符号因子分解法，算法复杂度为  $O(nd)$ 。显然，基于消去树的符号因子分解具有更高的效率。

## 2 基于稀疏向量法的 LU 分解算法

非奇异矩阵  $\mathbf{A}$  可以唯一分解成一个下三角阵  $\mathbf{L}$  与一个对角元为单位阵  $\mathbf{I}$  的上三角阵  $\mathbf{U}$  的乘积，即

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U} \quad (5)$$

式(1)是当  $\mathbf{A}$  阵对称正定时式(5)的一种特殊形式。在不考虑  $\mathbf{A}$  阵分解过程中选主元的情况下, 可以由图 3 表示分解到第  $k$  步的情况(图中括号中字母表示原矩阵  $\mathbf{A}$  的子矩阵或子向量)。

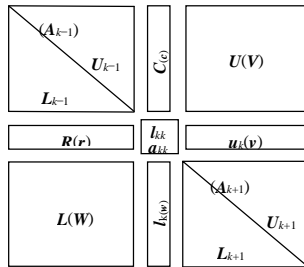


图 3 LU 分解示意图

Fig. 3 The demonstration graph of LU decomposition

由图 3 有如下等式成立:

$$\begin{cases} l_{kk} = a_{kk} - RC \\ l_k = w - LC \\ u_k^T = l_{kk}^{-1}(v^T - U^T R^T) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)表示在每步分解过程中求  $\mathbf{L}$  阵的一列以及  $\mathbf{U}$  阵的一行, 如图 3 中的  $l_k$  和  $u_k$ 。这是一种传统的 LU 分解算法, 文献[13]详细介绍了该算法的实现过程。

本文采用一种不同于式(6)的求解过程, 计算公式如下:

$$\begin{cases} R^T = U_{k-1}^{-T} r^T \\ C = L_{k-1}^{-1} c \\ l_{kk} = a_{kk} - RC \end{cases} \quad (7)$$

这种算法在每步分解过程中一次求取  $\mathbf{L}$  阵的一行和  $\mathbf{U}$  阵的一列, 如图 3 中的  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{C}$ 。由于  $U_{k-1}$  和  $L_{k-1}$  都是三角矩阵, 因此可以用稀疏向量法求解, 关键在于获得  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{c}$  的快速前代路径。事实上, 这个快速前代路径就是  $T(\mathbf{A})$  中  $k$  的行子树  $T_r[x_k]$  确定的节点拓扑排序<sup>[14]</sup>。

### 3 消去树理论在潮流计算中的应用

#### 3.1 雅可比矩阵存储策略

以直角坐标系牛顿-拉夫逊潮流算法为例<sup>[15]</sup>, 当采用直接法计算时, 需要多次求解线性修正方程组

$$\mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{J}$  是直角坐标形式的潮流雅可比矩阵;  $\Delta e$ 、 $\Delta f$  是节点电压实部和虚部的变化量。当节点类型是 PQ 节点时,  $\Delta P$ 、 $\Delta Q$  是节点有功和无功偏差; 当节点类型是 PV 节点时,  $\Delta Q$  应当用节点电压幅值平

方的偏差替代。交换雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  的行列顺序, 相应地交换  $\Delta e$ 、 $\Delta f$ 、 $\Delta P$ 、 $\Delta Q$  的顺序, 使每个节点的状态量排在一起。此时雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  成为以二阶子式  $j_{ij}$  为元素的分块矩阵。以 PQ 节点为例

$$j_{ij} = \begin{bmatrix} \partial \Delta P_i / \partial e_j & \partial \Delta P_i / \partial f_j \\ \partial \Delta Q_i / \partial e_j & \partial \Delta Q_i / \partial f_j \end{bmatrix}$$

当  $j \neq i$  时, 有

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = B_{ij} e_i - G_{ij} f_i \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = -(G_{ij} e_i + B_{ij} f_i) \end{cases} \quad (9)$$

式中  $G_{ij}$ 、 $B_{ij}$  分别是导纳矩阵对应位置元素。由于导纳矩阵在结构上完全对称, 因此雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  和导纳矩阵一样, 结构上也是对称的。由于第 1 节介绍的用于符号因子分解的消去树理论只涉及到对称矩阵的结构分析, 和矩阵具体的元素值没有关系, 所以完全可以采用消去树理论对  $\mathbf{J}$  的因子表进行结构预测, 并且可以得出  $\mathbf{J}$  的因子表在结构上也是对称的结论。据此, 结合第 2 节中介绍的 LU 分解算法, 可以设计  $\mathbf{J}$  及其因子表的存储结构。

在应用式(7)对雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  进行因子分解时, 只需要存取  $\mathbf{J}$  中对角元的值及其上侧和左侧的值, 如图 3 括号中  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{r}$ 。由于结构对称性, 只需保存上三角的索引, 并且按  $\mathbf{c}$  的方向(即列方向)存放。具体保存的项目有: 元素行号、每列元素的起始位置以及上下三角元素的值。

为方便形成雅可比矩阵的存储索引, 本文让平衡节点参与迭代, 这样不仅能够方便地设定多个平衡机, 而且雅可比矩阵的索引可以直接从导纳矩阵的存储方案中取得。这种不使用列链的存储方案和传统的整行保存  $\mathbf{J}$  元素值、行号列号以及添加列链的方案比, 不仅在占用内存方面有优势, 而且有利于编译器优化编译时将循环控制变量保存在寄存器中, 提高程序运行速度<sup>[16]</sup>。

#### 3.2 因子表存储策略

由式(7)可知, 由于要进行 2 次快速前代, 即使因子表结构对称, 也不得不在行和列 2 个方向上对上下三角阵元素进行存取, 如  $\mathbf{A}$  阵中取  $\mathbf{R}$  元素的列号和快速前代时在  $\mathbf{L}$  的列方向取行号。因此, 以  $\mathbf{L}$  阵存储方案为例, 通常的存储办法是按列存下三角阵元素, 记录每个元素的行号和列号, 每列非零元的起始位置, 同时在行方向上记录位置横向链。以图 1 中矩阵为例, 这种存储方法见图 4(a)。图中实线单箭头表示数组的顺序存储关系, 双虚线单箭头

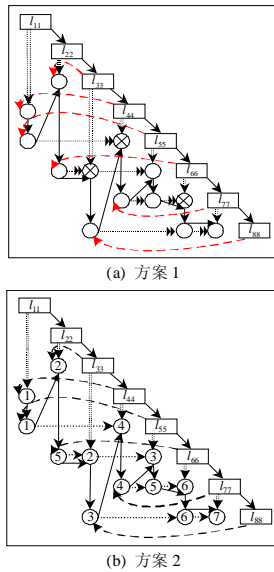


图 4 下三角矩阵  $L$  的两种存储方案

Fig. 4 Two storage schemes of low triangular matrix  $L$

表示列开始位置，单虚线单箭头表示行向链头指针，单虚线双箭头表示指针指向关系。设节点个数为  $n$ ，下三角元个数为  $m$ ，存储索引需要的空间为  $(3m+2n+1)$  个整数。

图 4(b) 是本文提出的一种因子表存储方案，主要区别在于取消了行向位置链(图 4(a) 中双箭头)，将行向链头指针改为记录每行非零元起始位置，同时将 4(a) 中每行按自然顺序存列号改为按拓扑顺序存列号。这个拓扑顺序不一定是列号的自然顺序排列，也就是说在元素位置上存储的列号不一定是这个元素的列号。以图 4(b) 为例，第 6 行元素的列号序列是 {5, 2, 3}，而不是 {2, 3, 5}，如 4(b) 中虚线单箭头所示。这种存储方案存储索引需要的空间是  $(2m+2n+2)$ 。一般情况下  $m > n$ ，所以该方案占用较少的内存。

另外这种存储方案将行向位置链修改为按数组顺序存储列号能提高循环控制变量的存储速度。因为编译器优化时会将固定值变化的变量置于寄存器中，如  $k++$  等，这对提高程序的运行速度显然是有利的<sup>[16]</sup>。

### 3.3 因子分解的实现

因子分解分为 2 步实现：一步是符号分解；另一步是数值分解。在潮流计算的过程中，由于网络结构不会发生变化，因此因子表结构是固定的，只需一次符号分解。数值分解利用符号分解的结果按式(7)在每次迭代中都要进行。

在进行符号分解时，首先需要确定雅可比矩阵

的消去树，第 1 节定理 1 为形成消去树提供了理论基础，可选用效率较高的路径压缩法<sup>[11]</sup>。然后确定因子表每行每列非零元个数，决定每行每列元素的起始位置，以便动态分配内存。以图 2 中  $L$  阵的第 6 行为例，按照定理 3 及其推论，从  $A$  阵第 6 行对角线左侧的非零元出发，在  $T[x_6]$  中向根节点方向搜索不曾遍历过的节点就可确定第 6 行非零元个数。同样，定理 3 及其推论亦提出了确定  $L$  阵中每行元素列号的过程，该过程和确定  $L$  阵每行元素个数类似，可以形象地理解为逐步切割树枝，然后压栈的过程。假设  $T_n[x_6]$  具有如图的树形结构，则形成  $L$  阵第 6 行过程可用图 5 中标注表示。

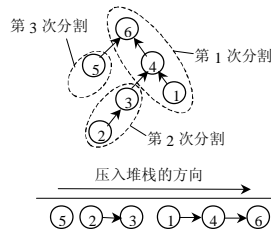


图 5 符号分解时行子树的分割过程  
Fig. 5 Dividing row sub-tree in process of symbolic factorization

图 5 中压入堆栈中节点的顺序就是  $L$  阵第 6 行的拓扑顺序，显然这个顺序不是节点的自然顺序，而是采用稀疏向量法时雅可比矩阵对角线左侧非零元的快速前代路径。这正是在数值分解时采用稀疏向量法的依据，所以 3.2 节中保存了这个拓扑顺序。

在潮流计算过程中，由于雅可比矩阵结构对称，所以符号分解确定  $L$  阵结构后， $U$  阵的结构也就确定了。因此可以根据式(7)进行 2 次快速前代确定  $L$  阵的一行以及  $U$  阵的一列。这 2 次快速前代以及  $L$  阵的对角元的求解可以在一个循环内进行，因此编程也十分简单。当采用一阶子式进行因子分解时只需 50 行左右代码。

## 4 算例分析

### 4.1 算例 1(福建省网)

为验证本文潮流算法的有效性，本文采用直角坐标系牛顿法潮流算法实现了 1-3 节所述的算法。另外，本文亦按照文献[13]中 LU 分解算法实现了传统的基于直角坐标系牛顿法潮流算法程序，其中雅可比矩阵、因子表存储方案都采用该文献中的方案 4，如图 4(a) 所示。在迭代过程中，第一次迭代基于数值分解建立因子表的索引结构，以后每次迭代基于已形成的因子表结构进行。

实际测试表明, 当系统节点数目较少时, 两种算法速度差别难以体现出来, 当节点数目到一定规模时, 本文算法优势明显。

系统规模如下: 929 个节点, 50 台发电机, 570 个负荷, 615 条线路, 368 台变压器, 导纳矩阵上三角元素个数为 1955 个。两种算法速度测试结果如表 1。

表 1 算例 1 中两种潮流算法计算速度比较

Tab. 1 Comparison of calculation speed of two power flow calculation methods on example 1

潮流算法	迭代次数	计算时间/s
本文算法	15	0.014
传统潮流算法	15	0.031

#### 4.2 算例 2(东北华北联网系统)

系统规模如下: 4485 个节点, 563 台发电机, 1641 个负荷, 2882 条线路, 2375 台变压器, 导纳矩阵上三角元素个数为 9 951 个。两种算法速度测试结果如表 2。

表 2 算例 2 中两种潮流算法计算速度比较

Tab. 2 Comparison of calculation speed of two power flow calculation methods on example 2

潮流算法	迭代次数	计算时间/s
本文算法	24	0.197
传统潮流算法	24	0.323

表 1 和表 2 中的计算时间包括半动态节点优化编号、形成导纳矩阵、符号因子分解以及计算迭代的时间, 不包括读入数据和输出潮流结果的时间。程序编译环境为 VC.NET, 计算机主频为 P4 2.6GHz。

## 5 结论

本文结合直角坐标系牛顿法潮流计算, 给出了消去树理论在电力系统潮流计算中的应用方法。为充分利用编译器优化带来的效率, 将传统的链式稀疏存储技术修改为基于数组的顺序存储方式。这种存储方式不仅能提高程序运行速度和减少内存占用, 而且更能利用符号因子分解结果, 直接应用于稀疏向量法。为减少存储、提高潮流计算效率, 本文还利用了雅可比矩阵结构对称的特点, 只存储  $L$  阵的索引。测试算例表明, 文中采用的算法技巧显著地提高了电力系统潮流计算效率。

## 参考文献

- [1] Tinney W F, Hart C E. Power flow solution by Newton's method[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1967, 86(11): 1449-1460.
- [2] Tinney W F, Brandwajn V, Chan S M. Sparse vector methods[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1985, 104(2): 295-301.
- [3] 朱凌志, 安宁. 基于二维链表的稀疏矩阵在潮流计算中的应用[J]. 电网技术, 2005, 29(8): 51-55.

- Zhu Lingzhi, An Ning. Application of two-dimensional chain table based sparse matrix in power flow calculation[J]. Power System Technology, 2005, 29(8): 51-55(in Chinese).
- [4] 杜正春, 牛振勇, 方万良. 基于分块 QR 分解的一种状态估计算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(8): 50-55.  
Du Zhengchun, Niu Zhenyong, Fang Wanliang. A block QR based power system state estimation[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(8): 50-55(in Chinese).
- [5] 徐得超, 李亚楼, 吴中习. 稀疏技术在电力系统状态估计中的应用[J]. 电网技术, 2007, 31(8): 32-36.  
Xu Dechao, Li Yalou, Wu Zhongxi. Application of sparse techniques in power system state estimation[J]. Power System Technology, 2007, 31(8): 32-36(in Chinese).
- [6] 张伯明. 稀疏向量法及其在电网计算中的应用[J]. 中国电机工程学报, 1987, 7(5): 46-55.  
Zhang Boming. Sparse vector method with applications to power system calculations[J]. Proceedings of the CSEE, 1987, 7(5): 46-55(in Chinese).
- [7] 何洋, 洪潮, 陈昆微. 稀疏向量技术在静态安全分析中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 41-44.  
He Yang, Hong Chao, Chen Kunwei. Study of sparse vector technique applied to contingency analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 41-44(in Chinese).
- [8] 杜正春, 刘伟, 方万良, 等. 小干扰稳定性分析中一种关键特征值计算的稀疏实现[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(2): 17-21.  
Du Zhengchun, Liu Wei, Fang Wanliang, et al. A sparse method for the calculation of critical eigenvalue in small signal stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(2): 17-21(in Chinese).
- [9] Liu W H. The role of elimination trees in sparse factorization[J]. SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications, 1990, 11(1): 134-172.
- [10] Stanley C E, Joseph W H L. Exploiting structural symmetry in unsymmetric sparse symbolic factorization[J]. SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications, 1992, 13(1): 202-211.
- [11] Joseph W H L. A compact row storage scheme for cholesky factors using elimination trees[J]. ACM Trans on Math Software, 1986, 12(2): 127-148.
- [12] Schreiber R. A new implementation of sparse Gaussian elimination[J]. ACM Trans Math Software, 1982, 8(3): 256-276.
- [13] 周孝信, 李汉香, 吴中习. 电力系统分析[M]. 北京: 能源部电力科学研究院研究生部, 1989.
- [14] 严蔚敏, 吴伟民. 数据结构[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [15] 王锡凡, 方万良, 杜正春. 现代电力系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [16] Brgant R E, O'hayaraon D, 著. 龚奕利, 雷迎春, 译. 深入理解计算机系统[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004.

收稿日期: 2007-05-15。

作者简介:

徐得超(1975—), 男, 硕士, 工程师, 从事电力系统分析综合程序(PSASP)的研究与开发;

李亚楼(1974—), 男, 博士, 高级工程师, 从事电力系统分析综合程序(PSASP)的研究与开发;

郭剑(1974—), 男, 博士, 高级工程师, 从事电力系统分析综合程序(PSASP)的研究与开发;

于之虹(1975—), 男, 博士后, 高级工程师, 从事电力系统分析综合程序(PSASP)的研究与开发。

(实习编辑 王晔)

删除的内容: <sp>