

## 一种基于双正交模的新型天线阵方向图综合方法

张云峰 曹伟

(南京邮电大学无线通信与电磁兼容研究所 南京 210003)

**摘要:** 本文提出一种新型综合阵列天线方向图的模式方法。该方法基于双正交模式理论,考虑了阵元之间的耦合作用的影响,可以对任意形状的阵列天线进行方向图综合。利用双正交模式综合方法可以快速有效地获得每个阵元的特定激励,以期阵列天线的方向图满足特定的需求。模式组之间的双正交特性保证了该方法所得天线阵列方向图与期望方向图之间良好的一致性。通过对所需电场的加权,可以将整个球面上的二维曲面积分运算转化为一维线积分运算,使得方向图综合过程的计算量大为减少。若干阵列天线方向图综合实例验证了该方法的正确性和有效性。

**关键词:** 天线阵列; 方向图综合; 双正交模; 加权场

**中图分类号:** TN820.1+5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2007)08-1992-05

## A Biorthogonal-Mode Based Approach to Pattern Synthesis for Array Antennas

Zhang Yun-feng Cao Wei

(Lab of Wireless Communications and EMC, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** A novel approach to arbitrary array pattern synthesis based on biorthogonal modes is presented in this paper. The algorithm involving arrays with arbitrary geometry and incorporating mutual coupling effect, can accurately determine element excitations required to yield desired patterns. The mutual orthogonality of modes is used to ensure the agreement between the desired and computed patterns. When the weighted field is applied, the double integral can be simplified by performing one variable integral, so synthesis procedure is less time-consuming. The effectiveness of the approach is demonstrated with several numerical examples.

**Key words:** Array antenna; Pattern synthesis; Biorthogonal modes; Weighted field

### 1 引言

阵列天线被广泛用于雷达、通信和卫星导航等领域。利用天线阵列可以获得具有强方向性增益的或者特定形状的方向图以便实现空间滤波。如何设计阵列天线单元激励获得特定的方向图,即方向图综合已经成为一个热点问题。众多文献中提出了大量阵列方向图综合方法,如Dolph-Chebyshev法<sup>[1]</sup>, Woodward-Lawson法<sup>[2]</sup>, Taylor综合法<sup>[3]</sup>等。上述综合方法由于受到阵元之间耦合作用的影响,设计所得的方向图和给定的方向图在副瓣上往往会有一定的误差,特别当阵元之间的距离很近或阵元的尺寸较大时,副瓣上的差别更为严重。因此应用这些方法时,常常需要通过一种附加的修正过程来对阵元激励进行调整,以期获得更为精确的方向图,并且这些综合方法只是针对线源或同类阵元的均匀阵列,并不适合于非均匀阵列,因而在方向图综合过程中受到了一定的限制。

一些文献中提出利用正交模式来对阵列天线进行方向图综合的方法<sup>[4-7]</sup>,这些模式方法以矩量法为基础,考虑了阵元之间的耦合作用对方向图影响,可以对任意形状的天线阵列进行方向图综合。这些模式综合法基于阵列天线结构,定义或构造一组与激励数目相同的正交模式,这些模式场之间相互正交,因而利用正交性可以快速有效地获得阵元激励,产生所需的阵列方向图。但是这些模式方法也有一些自身的不足,如特征模方向图综合法<sup>[4]</sup>只能针对远场的整个球面上的电场方向图进行综合,需要在整个远场单位球面上进行二重积分运算,运算量较大; Gram-Schmidt方向图综合法<sup>[5]</sup>,对场强进行Gram-Schmidt正交化法则构造正交模式场,从而获得阵元激励,但是该方法概念上不够直观。

本文提出一种计算阵元激励获得特定方向图的新型模式方法,该模式方法不但考虑了阵元间的耦合作用、适用于任意形状阵列天线的方向图综合,而且可以克服上述模式方法的不足。该方法基于双正交模式理论<sup>[8]</sup>,该模式理论起初被用来分析天线特性<sup>[9]</sup>,消除导体内谐振等电磁问题<sup>[10]</sup>中,在这里首次被用来对阵列天线方向图进行综合。首先根据天线结构以及阵元激励数目及所需方向图所在区域定义功率耦合算子;然后依据算子特性,由算子双正交本征方程获得

2006-01-09 收到, 2006-06-20 改回

国家自然科学基金重点项目(60432040), 教育部2004年度“新世纪优秀人才支持计划”项目, 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20050923003)资助课题

双正交模式组，获得两组与激励端口数目相同的模式电流及两组对应的模式场；两组模式电流关于功率耦合算子模式正交，两组模式场之间相互正交，所需的方向图可用其中一组模式场的线性组合来表示，而端口电流也可由定义的一组模式电流的线性组合形成；求解激励电流即变成求解模式场的系数，系数通过模式组之间的正交特性可以很快获得。在综合过程中通过加权的方法，可以把整个球面上的电场方向图的综合转化为E面和H面上的方向图综合，减少计算的工作量，也可以直接对H面或E面上的方向图进行综合。相对与其他方向图综合方法，该方法严格考虑阵列单元之间的耦合作用，概念清晰，构造方便，计算简单，可快速有效地获得所需的阵列天线方向图，是一种新型实用的天线综合方法。

## 2 双正交模式方向图综合原理

### 2.1 阵列天线特性描述

阵列天线方向图综合问题可概括如下，给定阵元形状和数目的天线阵列，希望确定端口的激励值，使得阵列天线辐射方向图与给定的方向图(整个球面或部分球面)具有较好一致性。这里期望方向图可以只给定幅度，也可以同时给定幅度和相位。在综合过程中既可以保持阵列天线位置不发生变化，也可以适当调整阵列天线的位置以便更精确地接近给定的方向图，这里主要考虑前一种情况。

考虑具有 $N$ 个单元的任意形状的阵列天线，该阵列天线的阵元可以是线天线，环形天线，面天线，体天线及其他形状天线中的任意一种；每个阵元可以有一个或多个馈电点，天线的馈电点可以处于阵元任意部位；每个阵元形状可以互不相同；阵元之间的中心矢径距离也可以互不相等，其结构如图1所示。

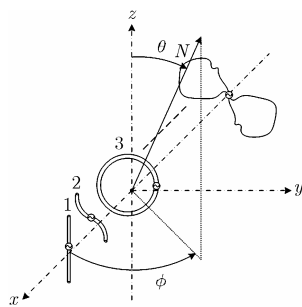


图1 阵列天线的结构示意图

阵列天线的辐射场矢量可以用下式来表示

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \mathbf{F}^{\theta}(\theta, \phi) + \mathbf{F}^{\phi}(\theta, \phi) \quad (1)$$

式中隐藏了单位球面这一条件，这里辐射场可以是近区场也可以是远区场。设阵列天线表面电流分布为 $\mathbf{J}$ ，那么阵列天线的辐射电场 $\mathbf{F}(\theta, \phi)$ 与表面电流分布之间的关系可以通过算子 $G$ 表示为

$$G\mathbf{J} = \mathbf{F}(\theta, \phi) \quad (2)$$

利用展开函数和加权函数对算子方程式(2)进行矩量法离散

化处理，可以快速有效地由天线表面电流分布获得其辐射场，为了分析的简便起见，这里采用展开函数与加权函数相同的伽略金处理过程<sup>[11]</sup>。在天线表面定义 $M$ 个展开模式，那么辐射场公式可以表示为

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^M I_i (\mathbf{F}_i^{\theta}(\theta, \phi) + \mathbf{F}_i^{\phi}(\theta, \phi)) \quad (3)$$

这里 $I_i$ 为每个模式的电流激励系数，第 $i$ 个模式电流辐射的场强为 $\mathbf{F}_i^{\theta}(\theta, \phi) + \mathbf{F}_i^{\phi}(\theta, \phi)$ 。

### 2.2 双正交模概述

定义耦合功率算子 $H = G^a G$ ，与特征模理论<sup>[12]</sup>和稻垣模理论<sup>[13]</sup>类似，定义阵列天线表面两组本征电流 $\mathbf{J}^{\psi}$ 和 $\mathbf{J}^{\phi}$ 用来对角化算子 $H$ ，这里选择下列两个本征方程的本征矢量为本征电流

$$H\mathbf{J}_n^{\psi} = \lambda_n \mathbf{J}_n^{\psi} \quad (4)$$

$$H^a \mathbf{J}_n^{\phi} = \lambda_n^* \mathbf{J}_n^{\phi} \quad (5)$$

这里 $\lambda_n$ 表示第 $n$ 个模式的本征值，上标“ $a$ ”表示算子伴随，上标星号表示共轭。模式电流组 $\{\mathbf{J}_n^{\psi}\}$ 本身并不正交，它与另一模式电流组 $\{\mathbf{J}_n^{\phi}\}$ 互为正交，称之为双正交，具有这种双正交特性的模式被称为双正交模。

定义平方可积函数构成的 Hilbert 空间上的内积，设 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{g}$ 为此 Hilbert 空间 $\Omega$ 上的任意两个平方可积矢量函数，通常内积取为下列标准形式

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \iint_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{g}^H d\Omega \quad (6)$$

函数 $\mathbf{g}^H$ 表示函数 $\mathbf{g}$ 的复数共轭函数， $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{g}^H$ 之间的“ $\cdot$ ”表示矢量的标量积。

本征电流 $\mathbf{J}_n^{\psi}$ 和 $\mathbf{J}_n^{\phi}$ 形成了关于算子 $H$ 的加权双正交组，

$$\langle \mathbf{J}_m^{\phi}, H\mathbf{J}_n^{\psi} \rangle = \lambda_n \delta_{mn} \quad (7)$$

$\delta_{mn}$ 是 Kronecker delta 函数，因此本征电流 $\mathbf{J}^{\psi}$ 和 $\mathbf{J}^{\phi}$ 产生的场强 $\mathbf{F}^{\psi}$ 和 $\mathbf{F}^{\phi}$ 之间相互正交

$$\langle \mathbf{J}_m^{\phi}, G^a G\mathbf{J}_n^{\psi} \rangle = \langle G\mathbf{J}_m^{\phi}, G\mathbf{J}_n^{\psi} \rangle = \langle \mathbf{F}_m^{\phi}, \mathbf{F}_n^{\psi} \rangle = \lambda_n \delta_{mn} \quad (8)$$

文献[9]首先提出的双正交模主要应用于近区场算子 $Z$ 的本征特性分析及其系列应用<sup>[9-11]</sup>，这里拓宽为任意辐射场算子的本征特性研究，这也是双正交模理论的一种推广形式。

### 2.3 方向图综合

有了上述的双正交模式理论作基础，即可很方便设计阵列天线获得特定的方向图。阵列天线中展开模式的数目大于馈电端口数目，通过对该阵列天线进行矩量法分析，得出阻抗矩阵 $\mathbf{Z}$ 与展开模式电流列矩阵 $\mathbf{I}$ 及展开模式电压列矩阵 $\mathbf{V}$ 之间的关系为

$$\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (9)$$

设阵列天线由 $N$ 个阵元组成，不妨设每个阵元上仅有一激励端口，整个阵列天线上共有 $M$ 个展开模式，则矩量法矩阵的维数为 $M$ ，电压列矩阵 $\mathbf{V}$ 为 $M$ 维的矩阵且含有与馈

电点对应的  $N$  个非零元素。矩量法导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} \quad (10)$$

用端口电压  $\mathbf{V}^P$ , 端口电流  $\mathbf{I}^P$  及开路端口阻抗矩阵  $\mathbf{Z}^P$  来描述的阵列天线特性, 端口阻抗矩阵与端口电压  $\mathbf{V}^P$  和端口电流  $\mathbf{I}^P$  之间的关系可以由下式来表示,

$$\mathbf{Z}^P \mathbf{I}^P = \mathbf{V}^P \quad (11)$$

阵列天线具有  $N$  个阵元, 矩阵  $\mathbf{Z}^P$  的维数为  $N$ , 端口电导矩阵  $\mathbf{Y}^P$  是矩量法导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  去除端口以外的行与列所得矩阵, 端口阻抗矩阵  $\mathbf{Z}^P$  为端口电导矩阵  $\mathbf{Y}^P$  的逆矩阵

$$\mathbf{Y}^P = (\mathbf{Z}^P)^{-1} \quad (12)$$

运用矩量法离散过程选择独立的展开函数和加权函数, 耦合功率算子通过矩量法离散化运算可以得到矩阵形式为  $\mathbf{H}$ 。在阵列天线的端口分析情况下, 该耦合端口功率矩阵转化为  $\mathbf{H}^P$ , 从物理概念上来讲, 矩阵  $\mathbf{H}^P$  表示端口模式之间的耦合功率,  $H_{ij}^p$  代表端口  $i$  处加以 1A 电流, 其他端口开路的情况下的所得电场及端口  $j$  处加以 1A 电流其他端口开路情况下的所得电场之间的内积。

此时双正交模的端口本征方程变为

$$\mathbf{I}_m^{\phi T} \mathbf{H}^p \mathbf{I}_n^{\psi} = K_n \delta_{mn} \quad (13)$$

这里  $K_n$  表示端口模式电流关于矩阵  $\mathbf{H}^P$  的加权正交归一化常量, 上标 T 表示数组转置,  $\mathbf{I}_m^{\phi}$  和  $\mathbf{I}_n^{\psi}$  分别为矩阵  $\mathbf{H}^P$  的左右本征矢量, 即为端口模式电流, 他们是与激励端口数目相同的列矩阵。双正交本征端口电流  $\mathbf{I}_m^{\phi}$  和  $\mathbf{I}_n^{\psi}$  作用下模式场分别为  $\mathbf{F}_{pm}^{\psi}$  和  $\mathbf{F}_{pn}^{\phi}$ 。在双正交模式端口模式电流激励下, 阵列天线表面电流分布由下式确定

$$\mathbf{I}_n = \mathbf{Y}^P \mathbf{Z}^P \mathbf{I}_n^{\psi} \quad (14)$$

这里矩阵  $\mathbf{Y}^P$  为矩阵  $\mathbf{Y}$  删除馈点外的列后所得的  $M \times N$  矩阵。

阵列天线的辐射场可以用端口模式场  $\mathbf{F}_p^{\psi}$  的线性组合来表示

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N A_n \mathbf{F}_{pn}^{\psi} \quad (15)$$

为了得到期望的方向图  $\mathbf{F}_d(\theta, \phi)$ , 系数  $A_n$  由下式确定

$$A_n = \frac{1}{K_n} \langle \mathbf{F}_{pn}^{\phi}, \mathbf{F}_d \rangle \quad (16)$$

上述关系式可以通过本征方程双正交特性获得。那么第  $l$  个阵元的端口激励电流为

$$I_l^p = \sum_{n=1}^N A_n I_n^{\psi l}, \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

这里  $I_n^{\psi l}$  为第  $n$  个端口模式电流  $\mathbf{I}_n^{\psi}$  在第  $l$  个阵元上的分量。

### 2.4 加权辐射场

通过以上分析可知阵列天线辐射的球面方向图  $\mathbf{F}_d(\theta, \phi)$  均可以用一系列模式场的线性组合来进行最佳拟合, 每个模式场往往是整个球面上电场分布, 在方向图综合过程中, 需要对整个球面进行曲面积分运算, 计算量较

大。现考虑如下的加权场

$$\mathbf{E}(\theta, \phi) = W(\theta, \phi) \mathbf{F}(\theta, \phi) \quad (18)$$

这里  $W(\theta, \phi)$  为定义在球面上可选的加权函数,  $\mathbf{E}(\theta, \phi)$  为加权后所得的辐射场, 当权函数  $W(\theta, \phi)$  在球面上恒定为 1 时,  $W\mathbf{F}$  表示整个球面上的辐射场, 通过加权可以直接获得球面上 E 面辐射场和 H 面辐射场, 也可以获得球面任何区域上的辐射场。将式(15)中辐射球面场  $\mathbf{F}$  用式(18)中加权场  $\mathbf{E}$  替换即可以获得球面上加权场方向图综合方法。当需要对球面上整个辐射场进行综合时, 利用式(18)对整个球面辐射场分别在 E 面和 H 面上进行加权, 从而转化为 H 面和 E 面上的方向图同时综合, 使二次球面积分运算变为一维线积分运算, 综合过程的工作量大为减少, 该方法也可以直接用来对仅给定 E 面或 H 面的方向图进行综合。

如果方向图同时给定了幅度和相位, 那么整个方向图综合过程中不需要任何迭代处理, 只经过正交化运算即可获得与期望方向图之间最为接近的方向图, 即期望的方向图可以用模式场的最佳线性组合来表示。通常在方向图综合过程中期望方向图的相位并不重要, 设计阵列天线所得的方向图, 仅要求在幅度上与所给方向图一致, 而对相位不作要求, 因此利用文献[14]中的迭代方法可进一步减少阵列方向图与期望方向图之间误差, 如文献[15]所述, 这种迭代过程具有收敛性, 不会累积产生误差。

## 3 天线阵方向图综合实例

### 3.1 均匀线性阵列

首先用八单元的均匀阵列天线来设计六阶切比雪夫多项式外形且具有 -30dB 旁瓣的天线方向图。阵列天线为均匀等间距线天线阵列, 天线阵列沿着  $x$  轴排列各阵元平行排列在  $xoz$  平面上, 阵元天线沿  $z$  轴方向放置, 整个天线阵列关于  $z$  轴对称, 每个天线单元长度均为  $0.75\lambda$ , 阵元之间的距离为  $0.3\lambda$ , 每个阵元均为中心加载激励电流。期望方向图是只给出幅度, 不给出相位的远场单位球面全域方向图, 将其加权为 E 面和 H 面上的方向图综合, 再通过迭代运算进一步获得更为精确的方向图。利用双正交模综合法得出的方向图在 H 面和 E 面上均与期望的方向吻合得较好, 如图 2

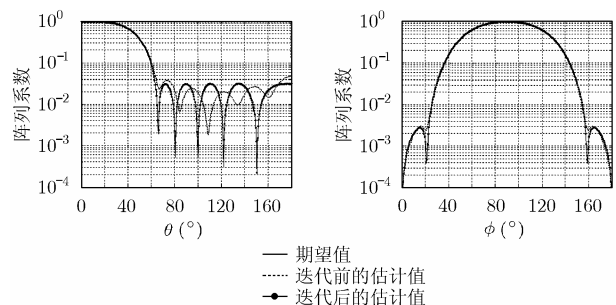


图 2 八单元均匀阵列的 H 面方向图

图 3 八单元均匀阵列的 E 面方向图

和图 3 所示。由于方向图综合的迭代过程中仅对相位作调整，因而迭代前后激励端口电流的幅度不会发生变化，而相位则会发生相应的变化，运算所得端口激励电流的幅度和相位如图 4 所示。

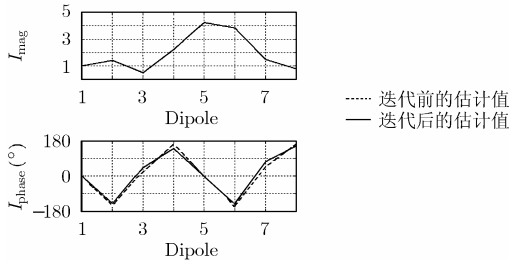


图 4 八单元均匀阵列的端口电流分布

### 3.2 非均匀线性阵列

接着用五单元非等间距非等长的偶极子阵列天线来设计三阶切比雪夫多项式外形且具有-20dB 副瓣的方向图。线天线阵列平行排列在  $xoz$  平面上，其中中心单元天线轴线与  $z$  轴重合，每个阵元均为中心加载激励电流，阵列单元沿  $x$  轴正向的长度依次为  $0.43\lambda, 0.47\lambda, 0.5\lambda, 0.47\lambda, 0.43\lambda$ ，阵元间距依次为  $0.15\lambda, 0.2\lambda, 0.17\lambda, 0.3\lambda$ 。期望的方向图仅在  $H$  面上给出幅度，利用双正交模综合在  $H$  面上进行方向图综合，再通过迭代过程可以获得更为精确的方向图。从图 5 中可以看出设计所得的方向图与期望的方向图具有良好的一致性。图 6 给出了迭代前后天线阵列  $H$  面方向图的相位变化，由于没有给定方向图的幅度，所以迭代前相位均位于  $0^\circ$  附近，迭代后相位则发生了较大变化。图 7 给出了及激励端口的电流分布，同样迭代前后端口激励电流的幅度也不会发生变化，则是相位发生了变化。

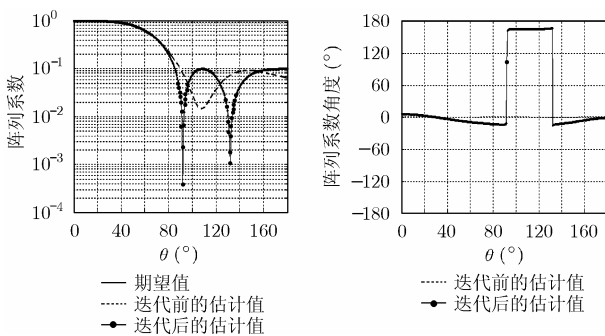


图 5 五单元非均匀阵列的  $H$  面方向图

图 6 五单元非均匀阵列方向图的相位分布

## 4 结束语

本文提出一种新型综合阵列天线方向图的模式方法，该方法基于双正交模理论，可以快速有效地获得阵列单元的端口激励电流以产生所需的方向图。这种方法的主要思想就在于利用这种模式的双正交特性，线性组合模式场最大限度地逼近期望方向图，同时获得端口激励电流。利用加权的思想，

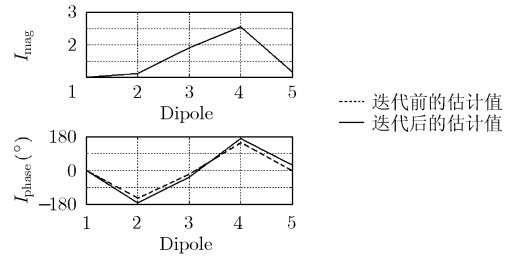


图 7 五单元非均匀天线阵列的端口电流分布

使得整个球面的方向图综合转化特定平面或区域的方向图综合，也可以直接对  $E$  面或  $H$  面方向图进行综合，从而简化了运算的工作量提高了运算效率。当所需方向图只给出幅度，对相位不作要求时可以通过迭代的方法对相位进行调整使得综合方向图与所需方向图在幅度上达到最佳吻合。本文方法对于任意形状天线阵列及近、远区场方向图综合均有效，限于篇幅文中算例仅给出了线天线阵列的远区场方向图的综合过程。计算所得的均匀与非均匀阵列方向图均与期望的方图具有较好的一致性，从而也验证了本文方法的正确性与有效性。

## 参考文献

- [1] Dolph C L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level. *Proc. IRE*, 1946, 34(6): 335-348.
- [2] Woodward P M and Lawson J D. The theoretical precision with which an arbitrary radiation pattern may be obtained from a source of finite size. *J. IEE*, 1948, 95(9): 363-370.
- [3] Taylor T T. Design of line-source antenna for narrow beamwidth and low sidelobes. *IRE Trans.on Antennas Prograt.*, 1955, 3(1): 16-28.
- [4] Kang Y W and Pozar D M. Correction of error in reduced sidelobe synthesis due to mutual coupling. *IEEE Trans. on Antennas Prograt.*, 1985, 33(9): 1025-1028.
- [5] Georgiadis A. On antenna array design using orthogonal modes. *IEEE Trans on Antennas Prograt.*, 2004, 52(7): 1905-1909.
- [6] Siakavara K and Sahalos J N. A simplification of the synthesis of parallel wire antenna arrays. *IEEE Trans. on Antennas Prograt.*, 1989, 37(7): 936-940.
- [7] Unz H. Nonuniformly spaced arrays: The orthogonal method. *Proc. IEEE*, 1966, 54(1): 53-54.
- [8] 曹伟, 严鑫海, 朱效军. 双正交本征函数方法及其应用. *电子学报*, 1989, 17(5): 124-127.
- [9] Cao Wei, Yan Xinhai, and Zhu Xiaojun. Biorthogonal mode approach to radiation and scattering problems. *Proc. International Symposium on Antennas and EM Theory*, Shanghai, China, Aug. 1989.
- [10] 曹伟, 陈劲松. 内谐振条件下导体散射特性的双正交模法分析. *电波科学学报*, 1994, 10(1): 16-22.
- [11] Harrington R F. *Field Computation by Moment Methods*.

- New York: Macmillan, 1968.
- [12] Harrington R F and Mautz J R. Theory of characteristic modes for conducting bodies. *IEEE Trans on Antennas Prograt.*, 1971, 19(5): 622-628.
- [13] Inagaki N and Garbacz R. Eigenfunctions of composite Hermitian operators with application to discrete and continuous radiating systems. *IEEE Trans on Antennas Prograt.*, 1982, 30(4): 571-575.
- [14] Pozar D M. Antenna synthesis and optimization using weighted Inagaki modes. *IEEE Trans on Antennas Prograt.*, 1984, 32(2): 159-165.
- [15] Harrington R F and Mautz J R. Pattern synthesis for loaded n-port scatterers. *IEEE Trans on Antennas Prograt.*, 1974, 22(2): 184-190.
- 张云峰: 男, 1976年生, 博士, 目前从事计算电磁学及其在信息技术中的应用和电磁场数值计算等方面的研究工作.
- 曹伟: 男, 1939年生, 博士, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, IEE Fellow, IEEE Senior Member, 长期从事电磁理论、天线、电波传播、微波技术和电磁兼容等学科领域的教学和科研工作, 已在国内外各类学术刊物和学术会议上发表论文150多篇, 主持并完成各类科研项目近20项.