丁继才,常 旭,刘伊克等. 基于声波方程的井间地震数据快速 WTW 反演方法. 地球物理学报, 2007, **50**(5):1527~1533 Ding J C, Chang X, Liu Y K, et al. Rapid method for acoustic wave equation WTW inversion of crosshole seismic data. *Chinese J*. *Geophys*. (in Chinese), 2007, **50**(5):1527~1533

# 基于声波方程的井间地震数据快速 WTW 反演方法

丁继才<sup>1,2</sup>,常 旭<sup>1</sup>,刘伊克<sup>1</sup>,赵 伟<sup>2</sup>

1 中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029
 2 中国海洋石油研究中心技术研究部,北京 100027

摘 要 WTW(Wave equation traveltime + Waveform inversion) 反演是基于波动方程的走时反演(WT 反演)和波形反演 的联合反演方法.WT 反演利用波动方程计算走时和走时关于速度的导数,和传统以射线为基础的走时反演相比, 具有不必射线追踪、不必拾取初至、不必高频假设以及初始模型和实际模型差别较大时也能较好收敛等优点,但 WT 反演与波形反演相比其结果分辨率低.与之互补的是,波形反演的反演结果分辨率高,但是当所给初始模型和 实际模型相差太大时,波形反演迭代算法容易陷入局部极小点.可见结合两种方法的 WTW 反演是一种比较好的联 合反演方法.常规 WTW 迭代算法是首先以 WT 反演为主反演得到地质模型的整体特征,然后再以波形反演为主反 演模型细节,该算法耗时和占用计算机存储空间接近 WT 反演或波形反演的两倍.为了节省运算耗时和计算机存储 空间,往往采取首先单独利用 WT 反演然后再单独利用波形反演的算法.这样做的缺点是不能紧密结合两种反演方 法,使得它们的优缺点在每一次迭代中无法得到互补,从而影响了最终的反演结果.针对以上事实,本文提出一种 新的方法实现 WTW,使得 WTW 运算速度和存储空间在任何情况下等同于 WT 反演或波形反演.模型计算表明新的 算法具有更好的收敛性.

关键词 WTW 反演,WT 反演,波形反演,联合反演 **文章编号** 0001 - 5733(2007) 05 - 1527 - 07 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2007 - 02 - 06,2007 - 06 - 01 收修定稿

# Rapid method for acoustic wave-equation WTW inversion of crosshole seismic data

DING Ji-Cai<sup>1,2</sup>, CHANG Xu<sup>1</sup>, LIU Yi-Ke<sup>1</sup>, ZHAO Wei<sup>2</sup>

1 Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

2 Technology Research Dept, CNOOC Research Center, Beijing 100027, China

**Abstract** WTW inversion is a hybrid inversion method of wave-equation traveltime inversion (WT) and waveform inversion. Wave function is used to calculate the traveltime and its derivative (perturbation of traveltime with respect to velocity) in WT inversion. Unlike traditional ray-based travetime inversion, WT has many advantages. No ray tracing or traveltime picking and no high frequency assumption are necessary, and a good result can be reached while starting model is far from real model. Comparing with waveform inversion, WT has low resolution. Complementary to WT, waveform inversion has high resolution, but easily sticks in local minima when the starting model is far from real model. So WTW is a good hybrid inversion method. Traditional WTW is to first reconstruct the smooth characters of model with WT inversion being primary and then reconstruct the detailed characters of model with waveform inversion or waveform inversion. So a simplified method is used

基金项目 国家自然科学基金项目(40474020,40474021)资助.

作者简介 丁继才,男,1974年生,中国科学院地质与地球物理研究所暨中国海洋石油研究中心联合培养博士后,主要开展勘探地震学方法研究. E-mail: dingic @cnooc.com.cn

actually. That is to first use WT singly and then waveform inversion singly. The disadvantage of the simplified method is that there is no link between the WT and the waveform inversions, and the benefit of each method cannot be utilized to compliment the other method during iterations. This paper proposes a new method to implement WTW inversion with a computation time and memory space comparable to those of WT or waveform inversion. The model calculation of the new method shows a better convergence.

Keywords WTW inversion ,WT inversion ,Waveform inversion ,Joint inversion

# 1 引 言

走时反演和波形反演是两种常见的地震数据反 演方法<sup>[1~3]</sup>. 走时反演<sup>[4]</sup> 通常利用射线追踪的方式 计算走时和走时关于速度的导数.射线追踪是基于 高频假设的,所以当介质不均匀性和震源子波波长 相近的时候,走时反演不能得到好的结果,走时反演 的优点是其目标函数(走时差平方和)和初始速度模 型同实际速度模型的差异之间是准线性关系,那么 当初始模型和实际模型差异比较大时反演也能得到 正确的结果.但是,传统走时反演的基于高频假设这 一点影响了优点的发挥<sup>[5]</sup>. 与以射线为基础的走时 反演相对应的是以波动方程为基础的走时反演,即 WT反演<sup>[6]</sup>,它利用波动方程计算走时和 Frech é 导 数(走时关于速度的导数).WT反演具有不必射线 追踪、不必人工拾取初至波的优点. 同时 WT 反演克 服了高频假设的影响,所以当初始模型和实际模型 差别较大时也能较好收敛.但WT反演结果分辨率 较低.

波形反演分为线性波形反演和非线性波形反 演.就地震波速反演而言,线性波形反演的前提是速 度场满足  $v(x,z) = v_0 + v(x,z)$  (其中 | v(x,z) | ≪v<sub>0</sub>),这样正问题就可以忽略多次反射波而线性 化,反问题也可以估计 v(x,z). Tarantola<sup>[7]</sup>证明,线 性波形反演可以由一系列迭代来完成,其中每一次 迭代由经典 Kirchhoff 偏移和模型正演问题组成,且 地震数据的偏移对应于线性反演问题中的一次迭 代.非线性波形反演典型做法是将反演问题转化为 一个非线性优化问题.这种方法先给出一个初速度, 然后计算误差,并通过迭代来修正速度值,直到收敛 到使优化目标函数达到极小. 文献 [8~10] 就是利用 波动方程计算波形残差和 Frech é 导数(波形残差关 于速度的导数),利用迭代算法使得初始模型逐步逼 近实际模型.由于波形反演充分利用波形的整体特 征,所以可以得到较高分辨率的反演结果.但是,其 目标函数(波形残差的平方和)和初始速度模型同实

际速度模型的差异之间是非线性关系 ,所以当初始 模型和实际模型差异比较大时迭代算法将会陷入局 部最小值.

由此可见,WT 反演和非线性波形反演的目的 都是获取一个预测地震记录和实测地震记录拟合最 佳的地质模型,两种方法优缺点互补,所以结合两种 方法的 WTW 反演保留了两种方法的优点,并克服 了它们各自的缺点<sup>[11]</sup>. 常规的 WIW 反演算法是首 先以 WT 反演为主得到一个具有整体特征的地质模 型.然后以该地质模型作为以波形反演为主的初始 模型,进一步反演出地质模型的详细特征(记为 WTW1 算法).考虑到计算速度和存储空间,具体操 作的时候大都采用首先单独 WT 反演再单独波形反 演的策略(记为 WTW2 算法).该策略的优点是使 WTW反演每一次迭代的计算速度和占用存储空间 和 WT 反演或者波形反演相同;其缺点是将两种方 法简单的结合,不能使两种方法的优缺点得到充分 互补.因为基于反射波的波形反演是一个由上到下 "逐面 '对模型修正的过程,且模型上部的反演结果 会影响下部的反演结果[12]."逐面"反演是一个缓慢 的计算过程,所以需要近似全局的 WT 反演方法及 时对其修正.另一方面 WT 反演结果分辨率较低,在 每一次迭代中也需要波形反演进一步改进其反演结 果.所以只有在同一次迭代算法中同时考虑使用两 种方法,才能更好的使两种方法优缺点得到互补.这 样带来的新的问题是运算速度和存储空间比原来增 加一倍.针对这个问题,本文提出一种新的快速 WTW 方法,使得 WT 和波形反演两种方法在每一次 迭代中都有机的结合,并且不会增加该次迭代的运 算耗时和存储空间. 模型计算表明这种快速 WTW 算法具有更好的收敛性.

# 2 WTW 反演理论<sup>[11,13]</sup>

考虑二维声波方程:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2(x,z)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f, \qquad (1)$$

其中, p(x,z,t)为压力, v(x,z)为速度, f为震 源项.

令  $x_s$  ( $s = 1, 2, ..., N_s$ ) 为震源所在位置, $x_r$  ( $r = 1, 2, ..., N_r$ ) 为接收点所在位置,那么对应于震源点  $x_s$ ,t 时刻  $x_r$  位置接收到的压力值可以表示为  $p(x_r, t; x_s)$ .记  $p(x_r, t; x_s)$  obs为实际观测地震记录,  $p(x_r, t; x_s)$  cal 为理论地震记录.定义联合目标函数:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{s} \sum_{r} \sum_{r}^{2} \sum_{rs}^{r} p_{rs}(t)^{2} dt = S_{1} + S_{2}, \quad (2)$$

这里  $s = obs(x_r, x_s) - cal(x_r, x_s)$ 为走时差,  $p_s(t) = p(x_r, t; x_s)obs - p(x_r, t; x_s)cal$ 为波形残差.

利用最速下降法(梯度法)使得(2)式取得最小值.迭代修正速度模型公式为

$$v(x)_{k+1} = v(x)_{k} + k(x)_{k}, \qquad (3)$$

其中  $(x)_k$  为 k 次迭代对应的目标函数 S 最速下降 方向, k 为 k 次迭代步长. 计算 S 的 Frech t 导数 得到

$$(x) = -\frac{\partial S}{\partial v(x)} = -\frac{\partial S_1}{\partial v(x)}$$
$$-\frac{\partial S_2}{\partial v(x)} = -\frac{1}{2}(x) + -\frac{1}{2}(x). \quad (4)$$

由文献[11]知:

$${}_{2}(x) = \frac{1}{v^{3}(x)} \sum_{s} p(x,t;x_{s})$$
$$\times (p^{\#}) (x,t;x_{s}) dt, \qquad (6)$$

其中

$$p^{*}(x,t;x_{s}) = \sum_{r} g(x, -t | x_{r}, 0)$$

$$\times (x_{r},t;x_{s})$$
(7)

为准走时差

$$(x_{r},t;x_{s}) = -\frac{2}{E}p(x_{r},t+x_{s};x_{s})_{obs} \quad (8)$$

逆时延拓得到的波场.

$$p^{\#}(x,t;x_{s}) = \sum_{r} g(x,-t|x_{r},0)$$

$$\times (2 - n_{\pi}(t)/E)$$

$$2 p_{rs}(t) / E)$$
, (9)

为 2  $p_{s}(t) / E$  逆时延拓得到的波场. 这里 E 定义为

$$E = p(x_r, t + s; x_s)_{obs} p(x_r, t; x_s)_{cal} dt, (10)$$
  
p(x, t; x\_s)为正演波场, g(x, -t|x\_r, 0)为 Green 函数.

改进(4)式得到

= 1(x) + (1 - ) 2(x), (11) 这里 [0,1]为权重参数,用来权衡两种方法在联 合反演中占的比重.

# 3 快速 WTW 反演方法

常规 WTW 反演算法 (WTW1) 是首先利用 WT 为主进行反演,随后把反演得到的结果作为初始模 型再以波形反演为主进行反演,即式(11)中首先取 接近 1(但小于 1),经过一定的迭代次数后取 接 近 0(但大于 0).这样做的缺点是运算耗时和计算机 存储空间大大增加.所以在具体实现 WTW 反演的 时候往往采取另一种策略,即首先单独使用 WT 方 法(=1),再单独使用波形反演(=0)的 WTW2 策 略.可见该策略只是简单的将两种方法结合起来.虽 然该策略解决了常规 WTW 算法的计算耗时和存储 空间大的问题;但另一方面,这种做法不能得到较好 的反演结果,这是因为它不能做到如 WTW1 那样在 每一次迭代中充分结合两种反演方法,从而使得它 们的优缺点得到充分互补.针对以上事实本文试图 寻求一种新的 WTW 反演方法.

首先分析 WTW1 算法流程(图 1).图 1 的左边 部分包括了 WT的主要计算流程:波场正演、计算准 走时残差、残差逆时延拓、计算方向导数、修正模型. 图 1 的右边部分包括了波形反演的主要计算流程:



Fig. 1 Flow chart of traditional method

波场正演、计算波形残差、残差逆时延拓、计算方向 导数和修正模型.对两种方法来说主要的计算集中 于三个部分:波场正演、残差逆时延拓和计算方向导 数.传统 WTW 算法流程中,每一次迭代波场正演只 需一次,而残差逆时延拓和计算方向导数各需两次. 两种方法在图1的虚线 所标注的位置通过(11)式 得到结合.本文方法是试图用另一个联合数学公式 替代(11)式,且将结合点上移至虚线 所示的位置, 这样每次迭代就只需计算一次残差逆时延拓和方向 导数.下面将给出该方法可行性的证明.

首先定义

为联合残差. 令  $p^{\circ}(x, t; x_s)$ 为  $\phi(x_r, t; x_s)$ 逆时延 拓波场. 则由(1)式得

$$\frac{\partial^2 p^{\phi}(x,t;x_s)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{\phi}(x,t;x_s)}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2(x,z)} \frac{\partial^2 p^{\phi}(x,t;x_s)}{\partial t^2} = \phi(x_r,t;x_s). \quad (13)$$

因为  $p^{*}(x,t;x_{s})$ 和  $p^{*}(x,t;x_{s})$ 分别为  $(x_{r}, t;x_{s})$ 和 2  $p_{s}(x_{r},t;x_{s})/E$ 的逆时延拓波场,那么由 (1)式得

$$\frac{\partial^{2} p^{*}(x,t;x_{s})}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} p^{*}(x,t;x_{s})}{\partial z^{2}} - \frac{1}{v^{2}(x,z)} \frac{\partial^{2} p^{*}(x,t;x_{s})}{\partial t^{2}} = (x_{r},t;x_{s}), (14)$$
$$\frac{\partial^{2} p^{\#}(x,t;x_{s})}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} p^{\#}(x,t;x_{s})}{\partial z^{2}} - \frac{1}{v^{2}(x,z)}$$
$$\times \frac{\partial^{2} p^{\#}(x,t;x_{s})}{\partial t^{2}} = 2 p_{s}(x_{r},t;x_{s})/E, (15)$$

由式(14) × + (15) ×(1 - )且和(13)式比较得  $p^{\phi}(x,t;x_s) = p^{*}(x,t;x_s)$ 

 $+ (1 - ) p^{\#} (x, t; x_{s}).$ (16)  $= \frac{1}{v^{3}(x)} \sum p(x, t; x_{s}) (p^{\phi}) (x, t; x_{s}) dt,$ 

(17)

把(16) 式代入(17) 式  

$$= \frac{1}{v^{3}(x)} \sum_{s} p(x,t;x_{s}) (p^{*}(x,t;x_{s}) + (1 - )p^{\#}(x,t;x_{s})) dt$$

$$= \frac{1}{v^{3}(x)} \sum_{s} p(x,t;x_{s}) (p^{*}) (x,t;x_{s}) dt$$

$$+ \frac{1 - }{v^{3}(x)} \sum_{s} p(x,t;x_{s}) (p^{\#}) (x,t;x_{s}) dt$$

结合(5)式和(6)式

$$x_{1}(x) + (1 - x_{2}(x))$$
 (18)

由(12)式和(18)式可见常规的 WTW 反演和本思路 得到的结果是一致的.

为了实现本文提出的方法,引入以下联合迭代 步长:

$$_{k} = \left[ \frac{V_{\max}^{k}}{100} \cdot \sqrt{\frac{S_{\min \tilde{s}\tilde{n}_{1}}^{1}}{S_{\min \tilde{s}\tilde{n}_{1}}^{1}} + (1 - 1) \frac{S_{\min \tilde{s}\tilde{n}_{1}}^{2}}{S_{\min \tilde{s}\tilde{n}_{1}}^{2}}} \right]$$

$$/ \max, \qquad (19)$$

其中, $V_{\max}^k$ 、max分别为第 k 迭代对应的最大模型速 度和最大方向导数, $S_{\min s f t_k}^1$ 、 $S_{\min s f t_k}^1$ 。分别为 WT 反演 的第 k 迭代和初次迭代对应的走时差, $S_{\min s f t_k}^2$ 、  $s_{\min s f t_k}^2$ 。分别为波形反演的第 k 次迭代和初次迭代对 应的波形残差, 是权重系数,用来调节两种方法在 联合反演中的比重.

该方法具体实施步骤:

(1) 由(1) 式正演得到理论地震记录 p(x<sub>r</sub>, t;
 x<sub>s</sub>)<sub>al</sub>和理论波场 p(x, t; x<sub>s</sub>);

(2) 根据(12)式计算综合残差  $\phi(x_r, t; x_s)$ ;

(3) 把接收点位置作为震源位置,综合残差作 为震源项,逆时延拓得到逆时延拓波场  $p^{\phi}(x, t; x_s)$ ;

(4) 由(18)式计算目标函数最速下降方向 ;

(5) 根据(19)式计算迭代步长 ";

(6) 由(3) 式求出新的速度模型,作为下一次迭 代的初始模型;

(7) 重复进行以上(1)到(6)步,直到达到一定 迭代次数或者残差小于某一给定值.

### 4 数值计算

本文给出两个模型的数值计算的例子,分别证 明以下两点结论:

(1) WTW1 算法的收敛性要优于 WTW2 算法.

(2)本文提出的快速 WTW 算法不仅计算速度 和存储空间基本等同于 WTW2 算法,其收敛性优于 常规 WTW1 算法.

模型 1 是一个高速背景下存在两个低速绕动体 的简单并间地震模型,网格大小为 10 m ×10 m. 采 用 10 个激发点位于左侧,99 个接收点位于右侧(图 2).采用均匀速度模型(2800 m/s)作为初始速度模型 以下述两种方式进行运算:

今



crosshole method

(a) WTW1:10 次迭代(以 WT 为主, =0.7),迭 代结果作为初始模型再进行 10 次迭代(以波形反演 为主, =0.3).

(b) WTW2:10 次迭代(单独使用 WT, =1),迭 代结果作为初始模型再进行 10 次迭代(单独使用波 形反演,=0).

图 3 给出了对模型 1 经过 (a)、(b)方式运算的 残差随迭代次数变化曲线.由此可知 WT 虽然在 WTW1 中只占 70 %的比重,但 WTW1 收敛速度远比 单独使用 WT 快 (图 3a).WTW1 也比单独使用波形 反演具有更稳健的收敛性(图 3b).图4给出了对应 (a)(b)方式运算14次迭代的反演结果.不难看出, 图4b比图4a更接近模型1.所以,只有充分将两种 反演方法在每一次迭代中充分结合更能发挥它们的 长处,克制它们的缺点,这一点正好印证了结论(1).

模型 2 是一个复杂井间地震模型,网格大小为 0.75 m ×0.75 m. 采用 24 个激发点位于左侧,116 个 接收点位于右侧(图 5).初始模型取 2600 m/s.为了 说明上述事实(2),采用以下比较方式进行模型 计算:

(c) WTW1:40 次迭代(以 WT 为主, =0.7),迭 代结果作为初始模型再进行 10 次迭代(以波形反演 为主, =0.3).

(d) New WTW: 40 次迭代(以 WT 为主, = 0.7),迭代结果作为初始模型再进行10 次迭代(以 波形反演为主, =0.3).

图 6 给出了对模型 2 经过 (c)、(d) 方式运算的 残差随迭代次数变化曲线. WTW1 在迭代次数较低 的时候比 New WTW 收敛性上具有优势,但随着迭代 次数的增加 New WTW 具有更好的收敛性 (图 6a, b).当两种算法由 WT 为主转换到以波形反演为主 后,新算法收敛速度加快,而 WTW1 却逐步发散,这 是因为 WTW1 经过 WT 为主运算后得到的结果仍然 和真实模型具有较大的差异(图 6a、6b).图7给出了 对应(c)、(d) 方式运算 41 次迭代的反演结果,方式 (d) 得到的结果(图 7b) 较方式(c) 得到的结果(图 7a)更接近真实模型.当然方式(d) 经过 50 次迭代的 反演结果比 41 迭代更好,这一点由残差曲线可以看



Fig. 3 Residuals changed with iterations for model 1

(a) Traveltime residuals; (b) Waveform residuals.



图 7 对模型 2 的 WTW1 (a) 和 New WTW(b) 反演结果 Fig. 7 Result of inversion for model 2 with WTW1 (a) and New WTW(b)

出. 综上,快速 WTW 方法较常规 WTW 方法不仅速度和存储空间上具有优势,其收敛更具稳健性.

## 5 结 论

7

本文针对 WTW 提出了一种改进的快速 WTW 反演方法.该方法将两种反演方法更加紧密结合在 一起.常规的 WTW 算法是在计算方向导数后通过 联合导数公式将两种方法结合在一起,新方法是通 过联合残差公式来代替联合导数公式,使得两种方 法在一次迭代中共享除计算残差外的所有计算过 程.文中给出了这种算法的可行性证明.通过模型数 值计算表明,新方法不仅具有速度快、占用存储空间 小的优点,且由于采用本文提出的的联合步长公式, 使快速 WTW 方法具有更稳健的收敛性.



图 6 对模型 2 利用 New WTW 和 WTW1 反演得到的 残差曲线

#### (a) 走时残差曲线;(b) 波形残差曲线.

Fig. 6 Residuals changed with iterations for model 2 (a) Traveltime residuals; (b) Waveform residuals.

### 参考文献(References)

[1] 杨文采. 地球物理反演的理论与方法. 北京: 地质出版社, 1997

Yang W C. Theory and Methods of Geophysical Inversion. Beijing: Geological Publishing House ,1997

- [2] 杨文采.非线性地球物理反演方法:回顾与展望.地球物理学 进展,2002,17(2):255~261
   Yang W C. Non-linear geophysical inversion methods: review and perspective. *Progress in Geophysics* (in Chinese),2002,17(2): 255~261
- [3] Mora P. Elastic wavefield inversion of reflection and transmission data. *Geophysics*, 1988, 53: 750 ~ 759
- [4] Ivansson S. A study of methods for tomographic velocity estimation in the presence of low-velocity zones. *Geophysics*, 1985, 50: 968 ~ 988
- [5] Yi Luo, Gerard T, Schuster. Wave equation inversion of skeletalized geophysical data. Geophys. J., 1991, 105: 289 ~ 294
- [6] Yi luo, Schuster G T. Wave-equation traveltime inversion. Geophysics ,1991 ,56: 645 ~ 653
- [7] Tarantola A. Linearized inversion of seismic reflection data. Geophysical Prospecting, 1984, 32: 998 ~ 1015
- [8] Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. Geophysics, 1984, 49: 1259 ~ 1266
- [9] Gauthier O, Virieux J, Tarantola A. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: numerical results. *Geophysics*, 1986, 51: 1387 ~ 1403
- [10] Sambridge M S, Tarantola A, Kennett B L N. An alternative strategy for non-linear inversion of seismic waveforms. *Geophysical Prospecting*, 1991, 39: 723 ~ 736
- [11] Zhou Changxi, Cai Wenying, Luo Yi, et al. Acoustic wave-equation traveltime and waveform inversion of crosshole data. *Geophysics*, 1995, 60: 765 ~ 773
- [12] 丁继才,常 旭,刘伊克等.反射地震数据的逐层波形反演.地 球物理学报,2007,50(2):574~580
  Ding J C, Chang X, Liu Y K, et al. Layer by layer waveform inversion of seismic reflection data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese),2007, 50(2):574~580
- [13] Zhou Changxi, Gerard T. Schuster, Sia Hassanzadeh, et al. Elastic wave equation traveltime and waveform inversion of crosswell data. *Geophysics*, 1997, 62: 853 ~ 868

(本文编辑 汪海英)