

文章编号: 1001-4322(2002)06-0819-04

# 一维大气边界层光学折射率结构常数的数值模式\*

吴晓庆, 王英俭, 曾宗泳, 龚知本

(中国科学院 安徽光学精密机械研究所, 安徽 合肥 230031)

摘 要: 提出了一种大气光学折射率结构常数的数值模式。通过解大气边界层风速、位温度、绝对湿度预报方程,表面热平衡方程和土壤热传导方程,得到地表温度、表面层的动量通量、显热通量和潜热通量。再由 Monin-Obukhov 相似理论,从湍流通量和温度结构常数的经验关系计算出折射率结构常数。

关键词: 折射率结构常数; 数值模式

中图分类号: TN246 文献标识码: A

激光通过湍流大气传输会受到小尺度折射率起伏的影响,这些影响将引起光束扩展、光斑抖动和相干性退化,即湍流效应。对于 Kolmogorov 湍流,度量这种折射率起伏强度的量为折射率结构常数  $C_n^2$ <sup>[1]</sup>。目前,大气边界层  $C_n^2$  数据的获得主要有两种方法:一是用各种仪器进行测量,即通过测量温度起伏<sup>[2]</sup>、光强起伏、到达角起伏、雷达回波信号等,在均匀各向同性湍流的假定下得到  $C_n^2$ 。已有许多人在一些特定的地区开展过这方面的工作。另一种是基于 Monin-Obukhov 相似理论,建立大气边界层湍流模式,通过测量常规气象参数或湍流通量来估算  $C_n^2$ <sup>[3,4]</sup>。近年来,由于光传输工作的开展和深入,需要建立光学湍流模式。Kunkel 和 Walters<sup>[5]</sup> 提出的边界层光学湍流模式以及 Robert<sup>[6]</sup> 等提出的 PROTURB (propagation through optical turbulence) 模式已应用于光传输工程。我们知道,大气边界层湍流的产生主要是由于地气能量交换形成的,受下垫面影响很大。而从有限几个地方获得的  $C_n^2$  得到的分析结果其适用范围有限,而且很难对影响  $C_n^2$  的基本物理参数进行敏感性分析。简单的湍流模式过于依赖相关参数的测量,没有预报功能。本文的目的是从大气边界层风速、位温度、绝对湿度控制方程出发,计算 24h 内温度、湿度和风场的二维分布和随时间的变化。并由地气之间热量收支、土壤热传导方程,计算出地面位温,由此得到表面层的动量通量、显热通量和潜热通量。再由 Monin-Obukhov 相似理论,从湍流通量和温度结构常数  $C_T^2$  的经验关系计算出  $C_n^2$ 。

## 1 数值模式

### 1.1 大气边界层 $C_T^2$ 模式

在大气边界层,  $C_T^2$  可由 Monin-Obukhov 长度  $L$  表示。Wyngaard<sup>[7]</sup> 给出的公式为

$$C_T^2 z^{2/3} / T_*^2 = \begin{cases} 4.9(1 - 7z/L)^{-2/3}, & z/L < 0 \\ 4.9[1 + 2.4(z/L)^{2/3}], & z/L > 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $z$  是高度;特征温度  $T_* = H / c_p \mu$ ,  $H$  是显热通量,  $\rho$  是空气密度,  $c_p$  是空气定压比热,  $\mu$  是摩擦速度。

$$L = - \mu^2 T / kgT_* \quad (2)$$

$k$  为 Von-Karman 常数(0.35),  $g$  为重力加速度。通常大气边界层高度  $h$  在白天可达 1km 以上,夜晚在微风条件下只有数 m 到数十 m。在不稳定条件下,(1) 式的适用范围是地面至  $0.5h$ 。在稳定条件下,仅适用于边界层的最低部分。其修正式为<sup>[5]</sup>

$$C_T^2 z^{2/3} / T_*^2 = 4.9[1 + 2.4(z/L)^{2/3}] / [1 + 100(z/h)^2], \quad z/L > 0 \quad (3)$$

### 1.2 地表层的湍流通量

为计算确定高度上的  $C_n^2$ ,必须知道地表层的动量通量( $\tau$ )、显热通量( $H$ )和潜热通量( $Q$ )。它们分别为

$$\tau = \rho \mu^2 = C_m v^2, \quad H = c_p C_h v (sfc - T_a), \quad Q = L_v E = L_v C_e (q_{sfc} - q_a) \quad (4)$$

式中:  $L_v$  是相变潜热;  $v$ ,  $T_a$  和  $q_a$  分别是高度  $z$  处的风速、位温和绝对湿度;  $sfc$  和  $q_{sfc}$  是地表处的位温和绝对湿度;  $C_m$ ,  $C_h$  和  $C_e$  分别是表面动量、显热、潜热交换系数,它们分别为

\* 收稿日期:2002-04-05; 修订日期:2002-08-06

基金项目:国家 863 激光技术领域资助课题(863-410-9.3)

作者简介:吴晓庆(1963-)男,博士研究生,从事大气湍流测量与研究;合肥市 1125 信箱;E-mail:xqwu@naol.hfcas.ac.cn。

$$C_m = k^2 \frac{F_1(z, z_{0m}, R_i)}{[\ln(z/z_{0m})]^2}, \quad C_e = C_h = k^2 \frac{F_2(z, z_{0m}, z_{0h}, R_i)}{\ln(z/z_{0m}) \ln(z/z_{0h})} \quad (5)$$

$z_{0m}$ 和  $z_{0h}$  分别是动量和热量粗糙度长度(m), 表面整体 Richardson 数为

$$R_i = gz(z - z_{fc}) / v^2 \quad (6)$$

系数  $F_1$  和  $F_2$  为<sup>[8]</sup>

$$F_1 = \begin{cases} e^{-R_i}, & z/L > 0 \\ 1 - \frac{10R_i}{1 + 7.5\{10k^2/[\ln(z/z_{0m})]^2\}(-R_i z/z_{0m})^{1/2}}, & z/L < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$F_2 = \begin{cases} e^{-R_i}, & z/L > 0 \\ 1 - \frac{10R_i}{1 + 7.5[10k^2/\ln(z/z_{0m})\ln(z/z_{0h})](-R_i z/z_{0m})^{1/2}}, & z/L < 0 \end{cases} \quad (8)$$

由方程(4)可知, 计算地表层通量, 需要知道两个高度处的风速、位温和绝对湿度。这可通过解大气边界层风速、位温、绝对湿度控制方程和表面能量平衡方程得到。

### 1.3 风速、位温、绝对湿预报方程

在水平均匀的条件下, 一维边界层控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(v - v_g) + \frac{\partial}{\partial z}(K_m \frac{\partial u}{\partial z}) - w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f(u - u_g) + \frac{\partial}{\partial z}(K_m \frac{\partial v}{\partial z}) - w \frac{\partial v}{\partial z} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}[K_h(\frac{\partial \theta}{\partial z} - \dots)] - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (11)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(K_h \frac{\partial q}{\partial z}) - w \frac{\partial q}{\partial z} \quad (12)$$

式中:  $f$  是 Coriolis 参数;  $v_g$  和  $u_g$  为地转风分量;  $u, v$  是风速在水平方向的两个分量;  $w$  是风速的垂直方向分量;  $q$  是绝对湿度。我们采用 Troen 和 Mahrt 给出的  $K_h$  公式<sup>[9]</sup>

$$K_h = \begin{cases} u_*^{-1} (0.1 h/L) kz(1 - z/h)^2, & z/h \leq 0.1 \\ (7 kg 0.1 hH / s_{fc})^{1/3} kz(1 - z/h)^2, & z/h > 0.1 \end{cases} \quad (13)$$

$$K_m = K_h / \left[ \frac{h(z/L)}{m(z/L)} + 8.5 kz/h \right]_{z=0.1h} \quad (14)$$

$$m = \begin{cases} 6, & z/L \gg 0 \\ 1 + 5z/L, & z/L > 0 \\ (1 - 15z/L)^{-1/3}, & z/L < 0 \end{cases}; \quad h = \begin{cases} 6, & z/L \gg 0 \\ 1 + 5z/L, & z/L > 0 \\ (1 - 15z/L)^{-1/2}, & z/L < 0 \end{cases} \quad (15)$$

边界层高度  $h$  为

$$h = R_{ic} (z_1) | v(h) |^2 / g [ (h) - s ] \quad (16)$$

其中大气边界层临界整体 Richardson 数  $R_{ic}$  取 0.5;

$$s = \begin{cases} (z_1), & z/L > 0, z_1 = 2m \\ (z_1) + 8.5 \frac{H}{[7 kg 0.1 hH / s_{fc}]^{1/3}}, & z/L < 0, z_1 = 10m \end{cases} \quad (17)$$

### 1.4 地表能量平衡方程

地表能量平衡方程可写成

$$(1 - \dots) S + L - \frac{4}{s_{fc}} = G + H + LE \quad (18)$$

式中每项的单位都为  $W \cdot m^{-2}$ 。左边第一项是太阳向下短波辐射, 与地理纬度、太阳赤纬、下垫面植被的反照率、云量、大气的散射率等有关, 是地表反照率; 第二项是大气向下长波辐射; 第三项是地面向上长波辐射, 是 Stefan-Boltzmann 常数。右边第一项是土壤热通量; 第二项是显热通量; 最后一项是潜热通量。

### 1.5 土壤模式

我们采用土壤两层强迫恢复模式,来模拟土壤中的水分,以便计算土壤热通量。两个土壤层是由一个薄层 ( $Z_{sc} - Z_1 = 5\text{cm}, Z_{sc} = 0$ ) 和一个厚层 ( $Z_1 - Z_2 = 95\text{cm}$ ) 组成。每层土壤水含量 ( $\theta_1$  和  $\theta_2$ ) 与温度 ( $T_1$  和  $T_2$ ) 对应的是各层的中间位置。

一维土壤水输送方程为<sup>[10]</sup>

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \tag{19}$$

式中:  $\theta$  是无量纲量,表示单位体积土壤水含量;  $D(\theta)$  是土壤水扩散率 ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  $K(\theta)$  是土壤水传导率 ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )。

一维热传导方程为

$$C(\theta) \frac{\partial T_{soil}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_T(\theta) \frac{\partial T_{soil}}{\partial z} \right] \tag{20}$$

式中:  $C(\theta)$  是单位体积土壤热容量 ( $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ );  $K_T(\theta)$  是土壤热传导系数 ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ),它与土壤含水量和土壤类型有关;  $T_{soil}$  是土壤温度。

土壤表面热通量  $G$  为

$$G = K_T(\theta_1) \frac{T_{sc} - T_1}{(Z_{sc} - Z_1)/2} \tag{21}$$

模式需要输入的基本参数是:日期、预报的开始时间和结束时间、经纬度、时区、土壤及地表植被特性(包括地表反照率、土壤类型、土壤含水量、地温、粗糙度等),两个高度上的温、湿、压、风速、风向和云量等。模式首先计算出总的向下辐射,由方程(18),(21),(4)得到地温,由方程(4)~(8)求得地表动量通量、显热通量和潜热通量,方程(2)计算出 Monin-Obukhov 长度,方程(1)计算出  $C_T^2$ 。然后由方程(13)~(16)计算出边界层高度和湍流交换系数,带入大气边界层控制方程(9)~(12),进行下一时刻预报。

### 1.6 数值积分

方程(9)~(12)的时间导数采用跳点中央差分格式(Leapfrog 格式),垂直平流和扩散项采用隐式差分。为简明起见,预报方程中仅考虑垂直扩散项。

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial X}{\partial z} \right) \tag{22}$$

式中:  $X = [u, v, \theta, q]$ , (13)式可写成

$$X^{t+\Delta t} - X^{t-\Delta t} = 2 \Delta t \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial X}{\partial z} \tag{23}$$

这里时间为中央差分。空间差分采用如下方法:假定  $X$  在每个网格  $[z_i, z_{i+1}]$  可看成由一组基本函数  $\phi_k(z)$  组成,等式两边同乘  $\phi_k(z)$ ,并从边界层底层到高层对式(23)积分,式(23)可写成

$$A_{ki} (X_i^{t+\Delta t} - X_i^{t-\Delta t}) = B_{ki} X_i^{t+\Delta t} \tag{24}$$

$$A_{ki} = \int_{z_1}^{z_N} \phi_k(z) \phi_i(z) dz, \quad B_{ki} = 2 \Delta t \int_{z_1}^{z_N} \phi_k(z) \frac{\partial}{\partial z} K(z) \frac{\partial \phi_i(z)}{\partial z} dz \tag{25}$$

使用 Chapeau 函数作为基本函数,在  $[z_{i-1}, z_{i+1}]$  外为零,在  $[z_{i-1}, z_{i+1}]$  内,当  $z_{i-1} < z < z_i$  时,  $\phi_i(z) = (z - z_{i-1}) / (z_i - z_{i-1})$ ,当  $z_i < z < z_{i+1}$  时,  $\phi_i(z) = (z_{i+1} - z) / (z_{i+1} - z_i)$ 。通过积分发现,  $A_{i,i+1} = z_i/6, A_{i,i-1} = z_{i-1}/6, A_{i,i} = 1/3(z_{i-1} + z_i)$ ,其中  $z_i = z_{i+1} - z_i; B_{i,i-1} = \frac{2 \Delta t}{z_{i-1} - z_i} \int_{z_{i-1}}^{z_i} K(z) dz, B_{i,i+1} = \frac{2 \Delta t}{z_i - z_{i+1}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} K(z) dz, B_{i,i} = -(B_{i,i-1} + B_{i,i+1})$ ;其它项为零。将网格内的  $K$  积分近似为  $\int_{z_i}^{z_{i+1}} K(z) dz = z_i K(\frac{z_{i+1} + z_i}{2})$  有足够的精度。因此将式(24)转化成求解一矩阵方程。

## 2 结 论

本文提出了一种可预报大气边界层光学湍流的模式,一次输入相关参数,可得到 24h 内温度、湿度、风场、 $C_n^2$  等物理量。能准确反映边界层  $C_n^2$  日变化规律。该模式会成为研究诸多因素如风速、云量、下垫面特性等对  $C_n^2$  影响的有力工具。

## 参考文献:

- [1] 吴晓庆, 马成胜, 王英俭, 等. 近地面折射率结构常数的长期测量和统计分析[J]. 强激光与粒子束, 2002, **14**(4):551—556. (Wu X Q, Ma C S, Wang Y J, et al. Long-term measurements and statistics study on refractive index structure parameter of surface layer. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(4):551—556)
- [2] 吴晓庆, 王英俭, 曾宗泳, 等. 大气温度起伏谱的测量[J]. 强激光与粒子束, 2002, **14**(2):233—237. (Wu X Q, Wang Y J, Zeng Z Y, et al. Measurement of the spectrum of atmospheric temperature fluctuations. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(2):233—237) [3] Andreas E L. The refractive index structure parameter,  $C_n^2$ , for a year over the frozen Beaufort Sea[J]. *Radio Sci*, 1989, **24**:667—679.
- [4] Andreas E L. Estimating  $C_n^2$  over snow and sea ice from meteorological data[J]. *J Opt Soc Am A*, 1988, **5**:481—494.
- [5] Kunkel K E, Walters D L. Modeling the diurnal dependence of the optical refractive index structure parameter[J]. *J Geophys Res*, 1983, **88**:10499—11004.
- [6] Robert W S, Jennifer C R, Kevin E C, et al. Comparison of a model describing propagation through optical turbulence (PROTURB) with field data[A]. SPIE [C]. 1994, **2222**:780—789.
- [7] Wyngaard J C. On surface-layer turbulence[A]. Proc of Workshop on Micrometeorology[C]. American Meteorological Society, Boston, Mass, 1973. 67—149.
- [8] Mahrt L. Grid-averaged surface fluxes[J]. *Mon Wea Rev*, 1987, **115**:1550—1560.
- [9] Ttoen I, Mahrt L. A simple model of the atmospheric boundary layer; sensitivity to surface evaporation[J]. *Boundary layer Meteorol*, 1986, **37**:129—148.
- [10] Hillel D. Fundamentals of soil physics[M]. New York:Academic Press, 1980. 413

## Numerical model of atmospheric optical refractive index structure parameter

WU Xiao-qing, WANG Ying-jian, ZENG Zong-yong, GONG Zhi-ben

(Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, P. O. Box 1125, Hefei 230031, China)

**Abstract:** A numerical model of atmospheric optical refractive index structure parameter is presented. This model solves the set of prognostic equations of horizontal components of the wind, the potential temperature, specific humidity, an energy balance equation, and a soil heat conduction equation, to obtain the ground surface temperature, the surface flux of momentum, sensible heat, and latent heat. These fluxes are then used to calculate refractive index structure parameter by empirical relationships of turbulence flux and temperature structure parameter according to Monin-Obukhov similarity theory.

**Key words:** refractive index structure parameter; numerical model