

# 基于车辆路径问题的蚁群遗传融合优化算法

张翠军, 张敬敏, 王占峰

ZHANG Cui-jun, ZHANG Jing-min, WANG Zhan-feng

石家庄经济学院 计算机科学系, 石家庄 050031

Department of Computer Science, Shijiazhuang University of Economics, Shijiazhuang 050031, China

E-mail: zhangcuijun@tom.com

**ZHANG Cui-jun, ZHANG Jing-min, WANG Zhan-feng.** Combined optimization algorithm of ant colony and genetic based on Vehicle Routing Problem. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(4):233–235.

**Abstract:** Based on the analysis about VRP, a mathematical model is built and a combined optimization algorithm of ant colony and genetic suitable for solving it is designed. First, it adopts ant colony algorithm to produce a stage solution; Second, it makes use of the mutation operator of genetic algorithm to optimize the stage optimal solution further. The simulation results show that the algorithm can solve VRP efficiently and obtain preferable solution.

**Key words:** Vehicle Routing Problem; ant colony algorithm; Genetic Algorithm; combined optimization algorithm

**摘要:** 在对车辆路径问题(VRP)分析的基础上,为之建立了数学模型,提出了一种适合求解该问题的蚁群遗传融合优化算法。该算法首先采用蚁群算法产生阶段最优解,然后利用遗传算法的变异算子对阶段最优解进一步优化。仿真结果表明,该算法能高效解决VRP,并且优化效果较好。

**关键词:** 车辆路径问题; 蚁群算法; 遗传算法; 融合优化算法

文章编号:1002-8331(2008)04-0233-03 文献标识码:A 中图分类号:TP301.6

在物流配送研究领域中,车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)是一个具有重要理论和实际意义的问题。VRP 和 TSP 一脉相承,同属组合优化领域的 NP-hard 问题,但因 VRP 约束条件多,其复杂程度远远高于 TSP。特别是对于大规模的 VRP 问题,精确求解非常困难,甚至不可能,因此,寻求高效近似的优化算法是非常必要和现实的。蚁群算法是从蚂蚁群体的觅食行为中受到启发,由意大利学者 M.Dorigo 等人于 1991 年提出的一种模拟进化算法,它利用正反馈机理和启发式信息来搜寻最优解,求解效率较高,但容易出现停滞现象。遗传算法(Genetic Algorithm,简称 GA)是由美国密执安大学的 John.H.Holland 教授于 1975 年首先提出的一类仿生型优化算法,它借鉴了生物界的物竞天演、优胜劣汰、适者生存的自然选择和遗传机理,全局搜索能力强,但对于系统中的反馈信息没有利用,往往导致无为的冗余迭代,求解效率低。近年来,应用蚁群算法和遗传算法求解 VRP,也存在各自的优势和缺陷。二者的融合,可以起到取长补短的作用。本文针对 VRP 问题,设计了一种蚁群遗传融合优化算法,效果良好。

## 1 VRP 问题

### 1.1 问题描述

VRP 一般描述为:有一个配送中心、一批客户和若干载重

量给定的相同配送车辆,配送中心和各客户的位置坐标已知,各客户的货物需求已知且均小于配送车的载重量,每辆车都从配送中心出发,完成若干客户的运送任务后再回到配送中心。规定,一个客户的货物需求只能由一辆配送车一次运送完成。现要求以尽量少的车辆数、最短的车辆总行程来完成各客户的配送任务。

### 1.2 数学模型的建立

配送中心编号为 0,  $n$  个客户的编号依次为  $1, 2, \dots, n$ 。设第  $i$  个客户的货物需求量为  $g_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 完成所有配送任务需要的车辆数为  $m$ , 每辆配送车的载重量为  $q_{\max}$ ; 点  $i$  和点  $j$  之间的运距为  $d_{ij}$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n; j=0, 1, 2, \dots, n$ )。定义变量如下:

$y_{ki}$ , 值为 1 或 0。若客户  $i$  的需求由车辆  $k$  完成, 其值为 1; 否则, 为 0。

$x_{ijk}$ , 值为 1 或 0。若车辆  $k$  从点  $i$  行驶到点  $j$ , 其值为 1; 否则, 为 0。

则 VRP 的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m d_{ij} x_{ijk} \\ & \sum_{i=1}^n g_i y_{ki} \leq q_{\max} \quad k=1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

**基金项目:** 国家高技术研究发展计划(863)(the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA06Z233); 河北省教育厅科学研究计划项目(No.2004454); 河北省科学技术研究与发展项目(No.06213553)。

**作者简介:** 张翠军(1968-),女,硕士,副教授,主要研究方向:智能计算及应用; 张敬敏(1974-),女(汉),硕士,讲师,主要研究方向:智能计算及应用、数据挖掘。

收稿日期:2007-06-04 修回日期:2007-08-02

$$\sum_{k=1}^m y_{ki}=1 \quad i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk}=y_{kj} \quad j=1, \dots, n; k=1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk}=y_{ki} \quad i=1, \dots, n; k=1, 2, \dots, m$$

$x_{ijk}=0$  或 1  $i, j=0, 1, \dots, n; k=1, 2, \dots, m$

$y_{ki}=0$  或 1  $i=1, \dots, n; k=1, 2, \dots, m$

## 2 求解 VRP 的蚁群遗传融合优化算法

送货问题(车辆从配送中心装上货物送到各客户点卸货)与集货问题(从各客户点装上货物运到配送中心卸货)的解决方案是一致的,为了便于描述,本文按照集货问题来描述算法。

求解 VRP 的蚁群遗传融合优化算法分为两个阶段:第一阶段,应用蚁群算法快速求出完成全部配送任务所需的车辆数和阶段最优解;第二阶段,灵活运用遗传算法的变异算子对阶段最优解继续优化,搜寻全局最优解。

### 2.1 应用蚁群算法产生阶段最优解

为了描述算法,除了采用 VRP 数学模型中的符号外,再引入如下符号:

$n$ ——蚂蚁数量(本算法中蚂蚁数量等于客户数量);  
 $\eta_{ij}(t)$ —— $t$  时刻边  $(i, j)$  的能见度,取点  $i$  与点  $j$  之间距离的倒数,即  $1/d_{ij}$ ;  
 $\tau_{ij}(t)$ —— $t$  时刻边  $(i, j)$  上信息素轨迹强度;  
 $\Delta\tau_{ij}^{(k)}(t)$ ——蚂蚁  $k$  在本次循环中留在边  $(i, j)$  上的信息量;  
 $\Delta\tau_{ij}(t)$ ——整个蚁群在本次循环中留在边  $(i, j)$  上的信息量;  
 $L_k$ ——蚂蚁  $k$  在本次循环中环游一周的路径长度;  
 $\alpha$ ——轨迹信息素的相对重要性( $\alpha \geq 0$ );  
 $\beta$ ——能见度的相对重要性( $\beta \geq 0$ );  
 $\rho$ ——轨迹的持久性( $0 \leq \rho < 1$ ),  
 $(1-\rho)$  理解为轨迹的衰减度;  
 $Q$ ——体现蚂蚁所留轨迹数量的一个常数;  
 $tabu_k$ ——禁忌表,已完成配送任务的客户构成的集合;  
 $allowed_k$ ——允许蚂蚁  $k$  下一步移向的客户构成的集合;  
 $tour_k$ ——蚂蚁  $k$  经过的路径。

#### (1) 路径选择策略

为了快速产生最优解,蚂蚁  $k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) 按照式(1)给出的转移规则选择下一步移向的客户  $s$ :

$$s = \arg \max_{u \in allowed_k} \{[\tau(r, u)]^\alpha \cdot [\eta(r, u)]^\beta\} \quad (1)$$

由于配送车载重量的限制,  $allowed_k$  包含的是还未配送并且目前该配送车辆装上其需求货物后不超重的客户。

#### (2) 信息量调整

本算法仅使用全局更新规则。在整个蚁群完成一次循环后,各路径上信息量根据式(2)、(3)、(4)进行调整。

$$\Delta\tau_{ij}^{(k)}(t) = \begin{cases} Q/L_k, & \text{若蚂蚁在本次循环中经过边 } (i, j) \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^n \Delta\tau_{ij}^{(k)}(t) \quad (3)$$

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}(t) \quad (4)$$

#### (3) 算法描述

算法的具体步骤如下:

**步骤 1** 初始化各参数,输入基础数据,迭代次数  $n_{c1} \leftarrow 0$ ,  
 $\tau_{ij} \leftarrow C$  ( $C$  为常数)。

**步骤 2**  $k \leftarrow 1$ , 对各边  $(i, j)$ , 置  $\Delta\tau_{ij} \leftarrow 0$ 。

**步骤 3** 蚂蚁  $k$  从配送中心 0 出发,移到客户  $k$ 。

**步骤 4** 初始话:  $tabu_k \leftarrow \{k\}$ ,  $allowed_k \leftarrow \{1, 2, \dots, n\} - tabu_k$ ,  $tour_k[0] \leftarrow 0$ ,  $tour_k[1] \leftarrow k$ ;  $tour_k$  中当前位置序号  $num_k \leftarrow 1$ ; 蚂蚁  $k$  的当前载货量  $q_k \leftarrow g_k$ 。

**步骤 5** 对  $\forall u \in allowed_k$ , 若  $q_k + g_u > q_{\max}$ , 则  $allowed_k \leftarrow allowed_k - \{u\}$ 。

**步骤 6**  $num_k \leftarrow num_k + 1$ ; 若  $allowed_k \neq \emptyset$ , 则蚂蚁  $k$  按照式(1)选择移向下一个客户  $s$ ,  $tour_k[num_k] \leftarrow s$ ,  $tabu_k \leftarrow tabu_k \cup \{s\}$ ,  $q_k \leftarrow q_k + g_s$ , 转步骤 5。

**步骤 7**  $tour_k[num_k] \leftarrow 0$ ; 若  $tabu_k \neq \{1, 2, \dots, n\}$ , 说明蚂蚁  $k$  生成了一条子路径,准备开始另一条新的子路径,令  $allowed_k \leftarrow \{1, 2, \dots, n\} - tabu_k$ ,  $q_k \leftarrow 0$ , 转步骤 6; 否则,说明完成了所有客户的配送任务,生成了一个解。

**步骤 8**  $k \leftarrow k+1$ , 若  $k \leq n$ , 转步骤 3。

**步骤 9** 计算各蚂蚁的函数值  $z_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ), 记录当前最优解。

**步骤 10** 根据式(2)、(3)、(4)更新各路径上信息素。

**步骤 11**  $n_{c1} \leftarrow n_{c1} + 1$ , 若  $n_{c1} < N_1$  (预定的迭代次数), 转步骤 2。

**步骤 12** 输出当前最优解。

蚂蚁在寻径过程中考虑了车辆载重量的约束,因此,每只蚂蚁生成的配送路线都是一个可行解。配送路线中含有的以配送中心为起点和终点,中间不再经过配送中心的回路称为子路径,对每条子路径安排一辆车,依次完成其包含的客户的配送任务。上述蚁群算法产生的当前最优解称为阶段最优解,其将作为下一阶段进一步优化的对象。

### 2.2 应用遗传算子进行局部优化

针对 VRP 问题,改进遗传算法的插入变异算子和  $k_-$  交换变异算子对阶段最优解进一步优化。

#### (1) 插入变异算子

在父个体中随机选择两条子路径  $r_i$  和  $r_j$ , 在子路径  $r_i$  中随机选择一个点  $s$ , 根据车装载约束将子路径  $r_i$  中点  $s$  之前或之后的半段路径分别插入到子路径  $r_j$  首部和尾部,形成两个子个体。若子路径  $r_i$  中点  $s$  的前半段路径和后半段路径均不满足插入  $r_j$  的车装载约束,则重新选择  $s$ 。例,假设  $i=2, j=3, s=3$ , 并且子路径  $r_2$  中点 3 之前的半段路径满足插入子路径  $r_3$  的车装载约束条件。则:

父个体 A: 0 3 4 6 0 1 2 11 9 5 8 0 7 0

子个体 A1: 0 3 4 6 0 9 5 8 0 1 2 11 7 0

子个体 A2: 0 3 4 6 0 9 5 8 0 7 1 2 11 0

#### (2) $k_-$ 交换变异算子

在父个体中随机选择  $k$  对点,每对中的两个点互换位置。以  $k=2$  为例,  $k_-$  交换变异如下所示:

父个体 A: 0 1 3 10 5 6 8 7 0 2 9 4 0



子个体 A1: 0 5 8 10 1 6 3 7 0 2 9 4 0

#### (3) 算法描述

算法的具体步骤描述如下:

**步骤 1** 将阶段最优解作为当前最优解;  $n_{c2} \leftarrow 0$ 。

**步骤 2** 将当前最优解作为父个体。

**步骤 3** 对父个体进行插入变异,形成两个子个体。

**步骤 4** 对父个体和两个子个体分别进行子路径内部的  $k_-$  交换变异,形成一个子个体和两个孙个体。

**步骤 5** 计算各子个体和孙个体的函数值,与父个体的函数值比较,记录当前最优解。

表2 计算结果数据

计算次序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
最小配送距离/km	42.11	42.11	42.25	42.62	42.11	42.11	42.31	42.90	42.11	42.11	42.27
使用车辆数	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
计算时间/s	0.265	0.250	0.281	0.234	0.296	0.296	0.480	0.234	0.312	0.281	0.293
与最优解差值/km	0	0	0.14	0.51	0	0	0.20	0.79	0	0	0.16

步骤6  $n_{c2} \leftarrow n_{c2} + 1$ ,若  $n_{c2} < N_2$ (预定的循环次数),转步骤2。

步骤7 输出当前最优解,算法结束。

### 3 仿真实验及结果分析

下面以参考文献[3,4]中的一小型配送系统的数据为例考察一下算法的性能。

设有19个客户随机分布于边长为10 km的正方形区域内。配送中心位于区域正中央,坐标为(0,0)。各客户的需求由计算机随机产生,车辆载重量为9 t。基础数据如表1所示,要求合理安排配送车辆的行车路线,使得使用尽量少的车辆且配送总行程最短。

表1 实验基础数据

客户号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
横坐标/km	0	0	0	-2	-3	3	-4	-4	1	1
纵坐标/km	0	-1	3	-2	-3	-1	0	-1	-2	-1
配送量/t	0	1.5	1.8	2.0	0.8	1.5	1.0	2.5	3.0	1.7
客户号	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
横坐标/km	1	3	-3	2	1	2	2	1	-3	-1
纵坐标/km	3	4	0	0	-3	-1	1	-4	2	-1
配送量/t	0.6	0.2	2.4	1.9	2.0	0.7	0.5	2.2	3.1	0.1

运用本文的蚁群遗传融合优化算法求解。参数设置: $N_1=10, \alpha=1, \beta=3, \rho=0.5, Q=1, N_2=100, P=0.6, n=19$ (蚂蚁数,与客户数相同)。连续运行30次,18次得到了最优解,最优解为0-13-5-15-9-0-8-14-17-1-0-12-6-7-4-3-19-0-18-0。所需车辆数为4,配送总行程为42.11 km,优于文献[3,4]中求得的最优解0-2-10-11-16-13-5-15-9-0-8-14-17-1-0-12-6-7-4-3-19-0-18-2-10-11-16-0,其配送总行程为42.31 km。连续10次运行的计算结果数据如表2所示。

从表2中结果数据可以看出,10次求解的平均计算时间为0.293 s,求得最优解的机率为60%,并且每次求得的最小配送距离与最优解相同或差值很小,这些性能均优于文献[3,4]中算法。

另外,应用本文设计的蚁群遗传融合算法分别对文献[5]中8个客户和文献[6]中11个客户的配送系统进行了求解,求得最优解与文献[5,6]中的一致,但得到最优解的机率均为100%,优于文献[5,6]中算法。

### 4 结语

蚁群算法和遗传算法在求解VRP时,都显示出了一定的优越性,但也存在一些缺陷,蚁群算法和遗传算法相融合可以起到优势互补的作用。本文针对VRP,提出了一种蚁群遗传融合优化算法。实验结果表明,该算法寻优效果好、求解效率高、性能稳定,不失为求解车辆路径问题的一种良好方案。

### 参考文献:

- [1] 潘正君,康立山.演化计算[M].北京:清华大学出版社,广西科学技术出版社,1998.
- [2] 李军,郭耀煌.物流配送—车辆优化调度理论与方法[M].北京:中国物资出版社,2001.
- [3] 段海滨.蚁群算法原理及其应用[M].北京:科学出版社,2005.
- [4] 刘志硕,申金升,柴跃廷.基于自适应蚁群算法的车辆路径问题研究[J].控制与决策,2005,20(5):562-566.
- [5] 吕树红,姚丹霖,何文强.车辆路径问题的一种遗传算法求解方法[J].计算机应用,2005,25:314-315.
- [6] 刘志硕,申金升.基于解均匀度的车辆路径问题的自适应蚁群算法[J].系统仿真学报,2005,17(5):1079-1083.
- [7] 丁建立,陈增强,袁著祉.遗传算法与蚂蚁算法的融合[J].计算机研究与发展,2003,40(9):1351-1356.
- [8] Bullnheimer B,Hartl R,Strauss C.An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem[J].Annals of Operation Research,1999,89(13):319-328.
- [9] Brys O,Dullaert W.A fast evolutionary metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows[J].International Journal of Artificial Intelligence Tools,2002,12(2):143-157.
- [10] Zhou Yong-wu.An optimal EOQ model for deteriorating items with two warehouse and a time-varying demand[J].Mathematical Application,1988,10(1),19-23.
- [11] 杨善林,周永务.两货栈库存模型:考虑时变需求和价格折扣[J].系统工程学报,2003,18(6):498-505.
- [12] 柳键.基于时变需求的一对一供应链库存决策研究[J].管理科学学报,2006,9(1):38-46.
- [13] 罗兵,黄波,卢娜.一种线性时变需求且短缺量部分拖后的VMI模型[J].系统工程理论与实践,2006,5:36-42.

(上接197页)

- [6] Sarker B R,Jamal A M M,Shaojun W.Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payment[J].Computers & Operational Research,2002,27(1):59-75.
- [7] Goswami A,Chaudhuri K S.An economic order quantity model for items with two levels of storage for a linear trend in demand[J].Journal of the Operational Research Society,1992,43(2):157-167.
- [8] Bhunia A K,Maiti M.A two-warehouse inventory model for deteriorating items with a linear trend in demand and shortage[J].Journal of the Operational Research Society,1998,49(3):287-292.