文章编号: 1001-4322(2005)12-1852-05

# 高功率微波在等离子体填充波导中的传播特性

傅文杰 / 鄢 扬

(电子科技大学物理电子学院高能电子学研究所,四川成都 610054)

摘 要: 在考虑有质动力情况下对高功率微波在等离子体填充波导中的传播特性进行了理论分析和数 值计算,研究了高功率微波在等离子体中的传播特性和微波场强与等离子体密度分布之间的关系。结果表明 高功率微波的有质动力将影响微波色散特性,使微波场强分布偏离 Bessel 分布,并对等离子体有排开作用,当 场强足够大时可将波导中心处等离子体排空形成低密度通道。

关键词: 高功率微波; 等离子体波导; 有质动力; 传播特性 中图分类号: TN24 文献标识码: A

理论与实验研究表明:在微波电真空器件中引入适当的等离子体,可以克服由于空间电荷效应而对电子束 传输电流产生的限制,使电子束流大大超过空间电荷极限流,从而提高电子束功率和微波输出功率。等离子体 的存在还显著改变了电磁波的传播特性和电子束与波的互作用特性,在一定条件下可使束波互作用效率成倍 增加,通过调节等离子体浓度,可以改变器件的工作点,实现宽带调谐。由于等离子体对电子束的中和效应,聚 束磁场可被大大减弱甚至取消,系统的体积、质量和造价也都可以大幅度地降低<sup>[1~4]</sup>。

在高功率等离子体微波器件研究中,高功率微波在等离子体波导中的传输特性是最基本的问题之一。文献 5~7]中研究了填充均匀等离子体的波导中电磁波的色散特性,但这些文献中均未考虑电磁波对等离子体分布的影响。当高功率微波在等离子体波导中传播时,由于微波场强在波导截面上的分布是非均匀的,即存在场强梯度,该场强梯度将产生一低频有质动力并作用于等离子体,使等离子体密度分布发生变化,从而改变微波场分布和色散特性。本文研究了等离子体-高功率微波所产生的有质动力效应对等离子体密度分布和微波传播特性的影响,对最重要的 TM<sub>01</sub>模的传播特性进行了数值分析。

#### 1 基本方程

在等离子体波导中 微波场强梯度产生的有质动力的表达式为[89]

$$\boldsymbol{F} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{m_e \omega^2} \nabla \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{E}$$
(1)

通常引入有质动力势 $\phi_{0}$ 来表示有质动力效应

$$F = e \nabla \phi_{\rm p} , \qquad \phi_{\rm p} = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_{\rm e} \omega^2} E \cdot E \qquad (2)$$

式中 $\omega$ 为微波的频率 $m_e$ 为电子质量E为微波电场强度。

当等离子体处于非均匀高频场中时,在有质动力作用下等离子体密度分布将发生改变,当等离子体处于热 平衡状态且外加磁场为零时,等离子体中电子和离子密度为

$$n_{\rm e} = n_{\rm i} = n_0 \exp[e \phi_{\rm p} / (T_{\rm e} + T_{\rm i})]$$
(3)

式中 :*T*。和 *T*; 分别是等离子体中电子和离子温度 ;*n*<sub>0</sub>是没有电磁场的等离子体边界区域的等离子体密度。 对于非磁化等离子体 ,其介电常数

$$\varepsilon = 1 - \omega_{\rm p}^2 / \omega^2 \tag{4}$$

ω,为等离子体频率,

$$\omega_{\rm p}^2 = 4\pi n_{\rm e} e^2 / m \tag{5}$$

故电磁波波动方程为

<sup>\*</sup> 收稿日期 2005-01-28; 修订日期 2005-08-29 基金项目 大功率微波电真空器件技术国家级重点实验室基金资助课题 作者简介:傅文杰(1981—),男,硕士研究生,主要从事高功率微波与等离子体非线性效应的研究,E-mail fu996@tom.com。

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \boldsymbol{E} = 0$$
 (6)

由(3)(5)(6)式可得到考虑有质动力效应后的波动方程

$$\nabla^{2} E + \frac{\omega^{2}}{c^{2}} \left\{ 1 - \frac{\omega_{p0}^{2}}{\omega^{2}} \exp[e \phi_{p} / (T_{e} + T_{i})] \right\} E = 0$$
(7)

式中 $\omega_{p0}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_o$ 

在等离子体波导中 场表达式为

$$E = E(r) \exp[j(\omega t - kz)]$$
(8)

式中k为纵向传播常数。将式(7)和式(8)代入式(3)得到

ſ

$$\nabla_{\perp}^{2} E + \left\{ \frac{\omega^{2}}{c^{2}} - k^{2} - \frac{\omega_{p0}^{2}}{c^{2}} \exp[e \phi_{p} / (T_{e} + T_{i})] \right\} E = 0$$
 (9)

$$k_c^2 = -k^2 + \omega^2 / c^2 - \omega_{p0}^2 / c^2$$
 (10)

将(2)(10)式代入(9)式可得

$$\nabla_{\perp}^{2} + k_{c}^{2} + K_{c}^{2} [1 - \exp(-\Gamma^{2} E \cdot E^{*}/2)] E = 0$$
(11)

式中  $K_{\rm c} = \omega_{\rm p0}/c$   $T^2 = e^2/[2m_e\omega^2(T_{\rm e} + T_{\rm i})]_{\rm c}$ 

在圆柱坐标系下,式(11)为

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k_c^2 + K_c^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Gamma^2 \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{E}^*}{2}\right)\right]\right\} \boldsymbol{E} = 0$$
(12)

当 E 很小时  $exp( -\Gamma^2 E \cdot E^*/2) \rightarrow 1$  (12)式化为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_{p0}^2}{c^2}\right)E = 0$$
(13)

(13)式为均匀等离子体填充波导中的波传播方程。该式表明:当 E 很小时,有质动力效应对等离子体密度分布可忽略不计;当 E 很大时  $exp( - \Gamma^2 E \cdot E^*/2) \rightarrow 0$  (13)式化为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right)E = 0$$
(14)

(14)式为真空波导中的波传播方程,这是因为当 E 很大时,有质动力效应将波导中心部分的等离子体完全排空,只在波导边界部分有一层等离子体,此时的波导可近似为真空波导。

等离子体微波器件一般工作在对称(TM<sub>0n</sub>)模式,对于TM<sub>0n</sub>模式(12)式可简化为常微分方程

$$\frac{d^2 E}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE}{dr} + k_c^2 E + K_c^2 [1 - \exp(-\Gamma^2 E^2/2)] E = 0$$
(15)

### 2 数值分析

使用 Runge-Kutta 法对式(3)与式(15)进行数值计算,可得到对称 TM 模式的传播特性以及等离子体密度 分布。图1 至图3 示出了 TM<sub>01</sub>模在  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>条件下,不同的  $E_0$  对等离子体密度分布和微波场分布的 影响  $E_0$  表示在波导中心处微波电场强度。选取的计算参数为  $T = T_e + T_i = 1$  eV 微波波长  $\lambda = 1$  cm ,波



图 1  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>  $E_0 = 500$  MV · cm<sup>-1</sup>条件下 ,微波电场强度(a)和等离子体密度(b)与半径的关系曲线



Fig. 2 Radial profiles of microwave electric field (a) and plasma density (b) with  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup> and  $E_0 = 1$  GV · cm<sup>-1</sup> 图 2  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>  $E_0 = 1$  GV · cm<sup>-1</sup>条件下 ,微波电场强度(a)和等离子体密度(b)与半径的关系曲线



Fig. 3 Radial profiles of microwave electric field (a) and plasma density (b) with  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup> and  $E_0 = 3$  GV · cm<sup>-1</sup> 图 3  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>  $E_0 = 3$  GV · cm<sup>-1</sup>条件下,微波电场强度(a)和等离子体密度(b)与半径的关系曲线

导半径 r 为 1.5 cm。从计算结果可以看到微波场强对等离子体密度分布有很大影响,波导中心处等离子体密 度低而边界处等离子体密度高。该现象表明:有质动力将等离子体从高场强处向低场强处排开;当微波场强很 高时(见图 3);波导中心部分等离子体几乎被完全排空,形成低密度等离子体通道,微波电场分布随 *E*<sub>0</sub>变化较 小,在 *E*<sub>0</sub>较大和 *E*<sub>0</sub>较小情况下(见图 1、图 3)场分布与不考虑有质动力效应时的场分布几乎相同。

从数值计算可得到以下结论(1)当 $E_0$ 趋于0 时E趋于Bessel分布,n趋于均匀分布,其原因为此 时的电磁波有质动力效应对等离子体分布的影响很 小,电磁波的传播特性与电磁波在均匀各向同性等离 子体填充波导中的传播特性一致(2)当 $E_0$ 很大时, 波导中心部分的等离子体被电磁波排空,等离子体几 乎全部分布在波导边界区域,此时电磁波的传播特性 与电磁波在真空波导中的传播特性一致,微波场分布 接近Bessel分布(3)当波导轴的等离子体刚好被排 空的时候(见图2),电场分布与Bessel分布偏离最大。

图 4 为 n<sub>0</sub> = 8 × 10<sup>11</sup> cm<sup>-1</sup>条件下,不同 E<sub>0</sub> 时的色 散曲线。当 E<sub>0</sub> 较小(小于 100 MV · cm<sup>-1</sup>)时,有质动



Fig. 4 Dispersion curves at different  $E_0(n_0 = 8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-1})$ 图 4 不同  $E_0$  时的色散曲线  $(n_0 = 8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-1})$ 

力效应的影响小,等离子体的密度分布基本保持不变,此时的等离子体填充波导近似于均匀等离子体填充波导,色散曲线与均匀等离子体填充波导的色散曲线几乎重合;当 *E*<sub>0</sub> 很大(大于 100 GV · cm<sup>-1</sup>)时,有质动力将 完全排空波导中心处的等离子体,色散曲线与真空波导的色散曲线几乎重合。

最后 ,对  $TM_{02}$ 模式做了初步的数值计算 ,结果如图 5、图 6 所示。可以发现  $TM_{02}$ 模式与  $TM_{01}$ 模式有相似的 传播特性。



Fig. 5 Radial profiles of microwave electric field (a) and plasma density (b) with  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup> and  $E_0 = 500$  MV · cm<sup>-1</sup> 图 5  $n_0 = 5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup>  $E_0 = 500$  MV · cm<sup>-1</sup>条件下 ,微波电场强度(a)和等离子体密度(b)与半径的关系曲线



Fig. 6 Radial profiles of microwave electric field (a) and plasma density (b) with  $n_0 = 5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  and  $E_0 = 1 \text{ GV} \cdot \text{cm}^{-1}$ 图 6  $n_0 = 5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3} E_0 = 1 \text{ GV} \cdot \text{cm}^{-1}$ 条件下 微波电场强度(a)和等离子体密度(b)与半径的关系曲线

### 3 结 论

高功率微波在等离子体填充波导中传播时,由于有质动力的影响,微波电场强度分布与等离子体密度分布 以及微波的色散特性都将发生变化。微波电场强度分布的变化较小,等离子体密度分布的变化较大,微波场较 强处等离子体密度较低;当微波场强足够大时,有质动力可将波导中心处等离子体排空形成低密度通道。本文 可为高功率微波在等离子体填充波导中传播的实验提供理论依据和相关参数估计。

#### 参考文献:

- [1] Carmel Y, Minami K, Kehs R A, et al. Demonstration of efficiency enhancement in a high-power backward-wave oscillation by plasma injectior
   [J]. Phys Rev Lett, 1989, 62 2389-2392.
- [2] Nusinovich G S, Carmel Y, Antonsen T M, et al. Recent progress in the development of plasma filled traveling wave tubes and backward wave oscillators[J]. IEEE Trans Plasma Sci , 1998, 26(3) 628-645.
- [3] Zavjalov M A, Mitin L A, Perevodchikov V I, et al. Powerful wideband amplifier based on hybrid plasma cavity slow wave structure[J]. *IEEE Trans Plasma Sci*, 1994, **22**(5) 600–607.
- [4] Goebel D M, Butler J M, Schumacher R W, et al. High power microwave source based on an unmagnetized backward wave oscillator[J]. *IEEE Trans* Plasma Sci, 1994, 22(5) 547-553.
- [5] Liu S G, Barker R J, Zhu D J, et al. Basic theoretical formulations of plasma microwave electronics-part I: a fluid model analysis of electron beamwave interactions J]. IEEE Trans Plasma Sci , 2000, 28( 6 ) 2135-2151.
- [6] Liu S G, Barker R J, Yan Y, et al. Basic theoretical formulations of plasma microwave electronics-part II : kinetic theory of electron beam-wave interactions J]. IEEE Trans Plasma Sci, 2000, 28(6) 2152-2165.
- [7] Liu S G , Lee J K , Song L Q , et al. Theory of wave propagation along corrugated waveguide filled with plasma immersed in an axial magnetic field J]. IEEE Trans Plasma Sci , 1996 , 24(3) 918—923.
- [8] Freeman R R, Bucksbaum P H, McIlrath T J. The ponderomotive potential of high intensity light and its role in the multiphoton ionization of atoms [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1988, 24(7):1461-1469.
- [9] Miller S M , Antonsen T M , Levush B. Ponderomotive effects in plasma-filled backward-wave oscillators J]. IEEE Trans Plasma Sci , 1998 , 26(3): 680-692.

## Propagation characteristics of a high-power microwave in plasma-filled waveguide

FU Wen-jie, YAN Yang

(Institute of High Energy Electronics, School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract**: Considering the ponderomotive force, the high-power microwave propagation in waveguide filled with plasma is analyzed and simulated. The propagation characteristics of the high-power microwave and the relationship between the power of the microwave and the distribution of the plasma density are researched. The results show that the ponderomotive force of high-power microwave would affect the dispersion, make the distribution of microwave different from Bessel distribution, and drive the plasma to the region where the micro-wave field is lower. When the microwave field is sufficiently large, the low plasma density channel would form in the axial region.

Key words: High-power microwave; Plasma waveguide; Ponderomotive force; Propagation characteristics

