第21卷 第6期 自 动 化 学 报 Vol. 21, No. 6
1995年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1995

短 文

部分能观的DES监控器设计

颜文俊 孙优贤
(浙江大学工业控制技术研究所 杭州 310027)

摘 要

离散事件监控理论是目前研究 DEDS 的一个主要分支. 本文研究了在事件部分能控、能观情况下监控器存在的一个充要条件和设计方法,并用实例说明了该方法的有效性.

关键词: 离散事件系统,能控性,能观性,优化解.

1 引言

由 Ramadge 和 Wonham 首先提出的离散事件监控理论,是在逻辑层次上对 DES 实施监控的一种方法. 文[1]给出了事件能观情况下监控器存在的充要条件,文[2]给出了事件部分能观、能控下监控器存在的充要条件,文[3]对能观性作了另一形式的定义和相应的条件,但本质上没有新的拓展. 对于期望行为是一个范围的情况,它们给出的是在 $\Sigma=\Sigma_o\cup\Sigma_c$ 假设下的存在条件,而且计算上也不直观. 本文给出的定理不仅克服了这些缺陷,而且具有闭形解的形式,同时与 $\sup\underline{CO}(E)$ 相比,在 A,E 不闭时,$\inf\underline{CO}(A)$ 仍有闭形解,且克服了用 $\sup\underline{CO}(E)$ 设计监控器带来的过多约束.

本文采用文[1]的 DES 监控模型,并将事件集 Σ 划分为可控、不可控事件子集 Σ_c 和 Σ_{uc},可观、不可观事件子集 Σ_0 和 Σ_{uo},且满足:

$$\Sigma=\Sigma_c\cup\Sigma_{uc}=\Sigma_o\cup\Sigma_{uo}$$

2 监控器存在条件

从能控、能观定义出发,文[2]给出了事件部分能观下的监控器存在条件.

定理 1. 令 $K\subseteq L_m(G)$,当且仅当 K 能控、能观时,存在一正则监控器 ϕ,满足:

$$L_m(\phi/G)=K,L(\phi/G)=\bar{K}.$$

对于在 Σ 上给出的期望行为范围 $A\subseteq E\subseteq\Sigma^*$,其中 E 为合法行为,A 为最小能接受的行为. 定义新语言类:

$\underline{CO}(L)\triangleq\{K:K\supseteq L$,且 K 闭、能控和能观$\}$.

引理 1. 语言类 $\underline{CO}(L)$ 在交运算下是封闭的.

证明. 令 $K_1,K_2\in\underline{CO}(L)$,则 K_1,K_2 闭、能控和能观. 显然,$K_1\cap K_2$ 闭,且从能控性

本文于1993年12月2日收到.

定义易证 $K_1\cap K_2$ 能控;同理由文[2]知 $K_1\cap K_2$ 能观. 因此在交运算下 $\underline{CO}(L)$ 封闭.

定理 2. 存在一完备监控器 ϕ,满足 $\phi\neq A\subseteq L(\phi/G)\subseteq E$, 当且仅当 $\inf\underline{CO}(A)\subseteq E$.

证明.

必要性. 假设存在 ϕ 满足 $A\subseteq L(\phi/G)\subseteq E$,由定理 1 知, $L(\phi/G)$ 要么是空集, 要么能控能观. 又空集也能控、能观,因此 $L(\phi/G)$ 能控、能观. 由于 $L(\phi/G)$ 闭及假设,有 $L(\phi/G)\supseteq A$. 根据 $\inf\underline{CO}(A)$ 的定义, 显然 $\inf\underline{CO}(A)\subseteq L(\phi/G)$. 进一步由假设得出 $\inf\underline{CO}(A)\subseteq L(\phi/G)\subseteq E$.

充分性. 假设 $\inf\underline{CO}(A)\subseteq E$. 令 $K=\inf\underline{CO}(A)$, 显然K能控、能观. 由定理 1, $K=\varnothing$ 或存在监控器 ϕ 满足 $L_m(\phi/G)=K$. 若K空,则 $A=\varnothing$, 矛盾, 因此 $L_m(\phi/G)=K$. 由定义知K闭, 因而 $L(\phi/G)=K$. 进而由假设及定义, $K\subseteq E$, $K\supseteq A$, 得 $A\subseteq L(\phi/G)\subseteq E$.

考虑部分观测的监控器设计问题 (Supervisory Control with Partial Observation, 缩写为 SCPO),要求设计的监控器满足 $\bar{A}\subseteq L(\phi/G)\subseteq\bar{E}$.

引理 2. 若 A,E 为 $L_m(G)$ 闭语言,且ϕ为 SCPO 解,则 $A\subseteq L_c(\phi/G)\subseteq E$.

证明. 若ϕ为 SCPO 解,则 $\bar{A}\cap L_m(G)\subseteq L(\phi/G)\cap L_m(G)\subseteq\bar{E}\cap L_m(G)$, 因 A,E 为 $L_m(G)$ 闭,所以 $A\subseteq L_c(\phi/G)\subseteq E$.

由定理 2 及引理 2 不难得出下面定理.

定理 3. 存在一完备监控器 ϕ,满足 $A\subseteq L_c(\phi/G)\subseteq E$ 且 $\bar{A}\subseteq L(\phi/G)\subseteq\bar{E}$,当且仅当 $\inf\underline{CO}(\bar{A})\subseteq\bar{E}$.

3 监控器综合

综上所述,设计监控器的关键是求解 $\inf\underline{CO}(L)$. 下面给出它的一个闭形解.

命题 1. 对于给定语言 $L\subseteq L_m(G), L\neq\varnothing$,定义新语言:

$$B\triangleq L(G)-(\Sigma^*\Sigma_c-P^{-1}(P(\bar{L}\Sigma_c\cap\bar{L}))\cap\Sigma^*\Sigma_c)\cap\Sigma^*$$
$$\triangleq L(G)-(\Sigma^*\Sigma_c-M)\Sigma^*.$$

式中 $M\triangleq P^{-1}(P(\bar{L}\Sigma_c\cap\bar{L}))\cap\Sigma^*\Sigma_c$,则 $B=\inf\underline{CO}(L)$.

证明. 先证B闭、能控、能观,且 $B\supseteq\bar{L}$.

(1) B是闭语言. 由 $s\sigma\in B$ 可知 $s\sigma\in L(G)$,且 $s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c-M)\Sigma^*$, 进而有 $s\in L(G)$,且 $s\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c-M)\Sigma^*$,故 $s\in B$,即B闭.

(2) B能控. 令 $s\sigma\in L(G)$, $\sigma\in\Sigma_{uc}$, $s\in B$, 则 $\sigma\in\Sigma_{uc}$, 并由 $s\sigma\bar{\in}\Sigma^*\Sigma_c-M$ 得到 $s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c-M)\Sigma^*$,因此

$$s\sigma\bar{\in}L(G)-(\Sigma^*\Sigma_c-M)\Sigma^*\Rightarrow s\sigma\in B,$$

即B能控.

(3) $B\supseteq\bar{L}$. 令 $(\exists s)s\in\Sigma^*,\sigma\in\Sigma,s\sigma\in\bar{L}$,则 $s\sigma\in L(G)$. 若 $\sigma\in\Sigma_{uc}$,则 $s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c-M)$;若 $\sigma\in\Sigma_c$,由M的定义有

$$s\sigma\in L\Rightarrow s\in\bar{L}\Rightarrow s\sigma\in\bar{L}\sigma\cap\bar{L}\Rightarrow s\sigma\in P^{-1}P(\bar{L}\sigma\cap\bar{L})$$

$$\Rightarrow s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M).$$

综上所述,$s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)$,又因假设 $s\sigma \in L(G)$,因此 $s\sigma \in B$,即有 $B \supseteq \bar{L}$.

(4) B 能观. 令 $s,t \in \Sigma^*, P(s) = P(t)$,且 $s,t \in B, t\sigma \in B, s\sigma \in L(G)$,要证 $s\sigma \in B$.

case 1. 若 $\sigma \in \Sigma_{uc}$,则由 $s\sigma\bar{\in}\Sigma^*\Sigma_c$ 可知 $s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)$,进而有 $s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)\Sigma^*$.

case 2. 若 $\sigma \in \Sigma_c$,则由

$$\begin{aligned} t\sigma \in B &\Rightarrow t\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)\Sigma^* \Rightarrow t\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M) \\ &\Rightarrow t\sigma \in M \Rightarrow t\sigma \in P^{-1}P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L}) \\ &\Rightarrow P(t\sigma) \in P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L}) \Rightarrow P(s\sigma) \in P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L}) \\ &\Rightarrow s\sigma \in P^{-1}P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L}) \Rightarrow s\sigma \in M \\ &\Rightarrow s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M) \Rightarrow s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)\Sigma^*. \end{aligned}$$

综合 *case* 1, *case* 2 及假设 $s\sigma \in L(G)$,知 $s\sigma \in B$. 由于 B 闭,能观性定义中第二个条件自然满足. 交换 s,t 上述推导仍成立,即 B 可观.

从(1)—(4)的证明可知,$B \in \underline{CO}(L)$. 下面证明 B 为 $\underline{CO}(L)$ 中的最小元.

(5) $B = \inf \underline{CO}(L)$. 令 $K \supseteq L$,且 K 闭、能控、能观. 因 $L \neq \varnothing$,故 $K \neq \varnothing$ 且 $K \in \underline{CO}(L)$. 因此只需证明 $B \subseteq K$. 反证,令 $K \subsetneq B$,因 K,B 闭且非空,存在 $s \in \Sigma^*$ 及 $\sigma \in \Sigma$,使 $s\sigma \in B$,但 $s\sigma\bar{\in}K$. 不失一般性,设 $s \in K$,但 $s\sigma\bar{\in}K$. 由 *case*1,

$$\begin{aligned} \sigma \in \Sigma_{uc} \wedge s \in K &\Rightarrow s \in \bar{K} \wedge \sigma \in \Sigma_{uc} \wedge s\sigma \in L(G) \\ &\Rightarrow s\sigma \in \bar{K}\Sigma_{uc} \cap L(G) \Rightarrow s\sigma \in \bar{K}. \end{aligned}$$

由 *case* 2,

$$\begin{aligned} \sigma \in \Sigma_c \wedge s\sigma \in B &\Rightarrow s\sigma \in L(G) \wedge s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M)\Sigma^* \\ &\Rightarrow s\sigma\bar{\in}(\Sigma^*\Sigma_c - M) \Rightarrow s\sigma \in M \\ &\Rightarrow s\sigma \in P^{-1}(P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L})) \Rightarrow P(s\sigma) \in P(\bar{L}\sigma \cap \bar{L}) \\ &\Rightarrow (\exists t)t\sigma \in \bar{L} \wedge P(s) = P(t) \Rightarrow (\exists t)t\sigma \in \bar{K} \wedge P(s) = P(t). \end{aligned}$$

由能观性定义,有 $s\sigma \in K$.

综合 *case* 1 和 *case* 2,$s\sigma \in K$ 与假设矛盾,因此 $K \subsetneq B$ 不成立,即有 $B \subseteq K$.

引理 2. $B = (L(G) - \Sigma^*\Sigma_c\Sigma^*) \cup (L(G) \cap P^{-1}(P(\bar{L}\Sigma_c \cap \bar{L}))\Sigma^*)$.

证明. 令 $A_1 = \Sigma^*\Sigma_c\Sigma^*, A_2 = P^{-1}(P(\bar{L}\Sigma_c \cap \bar{L}))$. 由命题 1 有

$$B = L(G) - (A_1 - A_2\Sigma^* \cap A_1) = L(G) \cap [A_1 \cap (A_2\Sigma^* \cap A_1)^c]^c.$$

式中 $(\cdot)^c$ 是关于 Σ^* 的补,通过集合运算易得到引理 2 的结果.

命题 2. 若 $L(G), L$ 为正规语言,则命题 1 的算法有效.

证明. 根据正规语言运算封闭性及引理 2 结果,容易得出 B 是正规的结论,这样就可构造适当的自动机识别 B,因而算法有效.

4 实例

为说明上述结论的正确性,下举二例.

例 1. 有一系统如图 1 所示,$\Sigma = \{\alpha,\beta,\gamma\}, \Sigma_c = \{\alpha,\gamma\}, \Sigma_0 = \{\alpha\}$,设系统的所有状态均可标记. 由图可知,$L(G) = \overline{(\alpha + \beta)(\alpha + \beta)\gamma}$, $A = \overline{\alpha\beta\gamma}$, $E = \overline{(\alpha\beta + \beta\alpha)\gamma} + \bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2$. 因空串 $\varepsilon \in A$,但

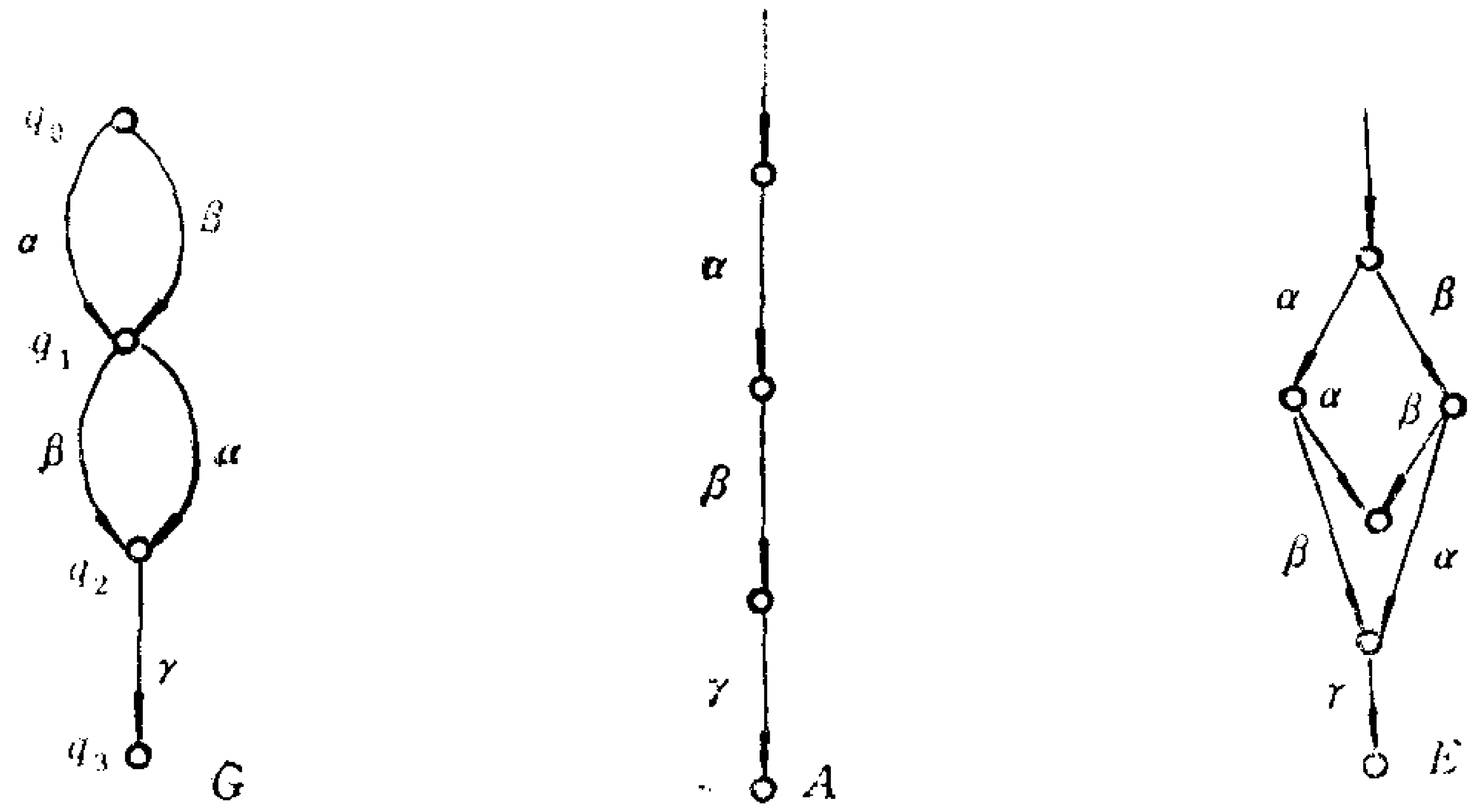

图　1

$\varepsilon\beta \cap L(G) = \beta \bar{\in} \bar{A}$，故 A 不可控，同样可验证 A 不可观．因 $A \neq \varnothing$，$\inf \underline{CO}(A)$ 存在，且 $L(G) - (\Sigma^*\Sigma_c - M)\Sigma^* = \varepsilon + \alpha + \alpha\beta + \alpha\beta\gamma + \beta + \beta^2$，即 $\inf\underline{CO}(A) = B = \overline{\alpha\beta\gamma} + \bar{\beta}^2$．容易验证 B 闭、能控、能观，且 $A \subseteq B \subseteq E$．又 $\varnothing \neq A \neq B \neq E \neq L(G)$，表明该解是非平凡的，监控器存在，算法具有实际意义．

例 2． A, E 不闭，$A \subseteq E \subseteq L_m(G)$ 的研究．上例中设 $A = \alpha\beta\gamma$，$E = \alpha\beta\gamma + \alpha^2 + \beta^2$，$Q_m = \{q_2, q_3\}$，则 $L_m(G) = \alpha\beta\gamma + \beta\alpha\gamma + \beta^2 + \alpha^2 + \alpha^2\gamma + \beta^2\gamma$．显然，$A = \bar{A} \cap L_m(G)$，$E = \bar{E} \cap L_m(G)$，则 $\bar{A} \subseteq \inf\underline{CO}(A) \subseteq \bar{E}$．由定理 3，例 1 设计的监控器满足 $A \subseteq L_c(\phi/G) \subseteq E$．

参　考　文　献

[1] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class discrete event systems. *SIAM J. Control and Opitmization*, 1987, **1**(25): 206—230.

[2] Lin F, Wonham W M. On observability of discrete evevt systems. *Infor. Sci.*, 1988, **44**: 173—198.

[3] Cieslak R et al. Supervisory control of discrete event systems with partial observations. *IEEE Trans. on AC.*, 1988, **33**(3): 249—260.

ON DES SUPERVISOR SYNTHESIS UNDER PARTIAL OBSERVATION

Yan Wenjun　　Sun Youxian

(Institute of Process Control of Zhejiang Univ., Hang Zhou 310027)

Abstract

The Supervisory Control Theory of DEDS is one main approach in the study of DEDS. This paper deals with the existence condition of the supervisor and the synthesizing method under partial controllable and observable events. The effectiveness of the method is shown with some illustrating examples.

Key words: Discrete event systems, controllability, observability, optimal solution.