

# 车辆路径问题的禁忌搜索算法研究

刘 兴<sup>1,2</sup>, 贺国光<sup>1</sup>

LIU Xing<sup>1,2</sup>, HE Guo-guang<sup>1</sup>

1.天津大学 管理学院,天津 300072

2.军事交通学院,天津 300161

1.School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

2.Military Transportation Institute, Tianjin 300161, China

E-mail: liuxingtj@126.com

LIU Xing, HE Guo-guang. Study on tabu search algorithm for stochastic vehicle routing problem. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(24): 179-180.

**Abstract:** On the basis of describing the vehicle routing problem briefly, a new improved tabu search algorithm is presented. In this algorithm, routing problem is divided into several sub-problems according to vehicle-customer assigning structure, and an inner tabu search algorithm is applied for each sub-problem, at last the answer of the whole problem is found among the answers of all sub-problems. Two conclusions are drawn by computation results and theory: the algorithm extends the search scope, improving the optimisation effect; The algorithm is a collateral algorithm that can be run by several computer at the same time to decrease the whole optimisation time.

**Key words:** logistics; Stochastic Vehicle Routing problem (SVRP); tabu search algorithm

**摘 要:** 简要回顾了车辆路径问题的禁忌搜索算法的发展现状, 提出了一种改进的禁忌搜索算法。该算法将路径问题按不同的车辆-顾客分配结构分解成若干子问题, 然后用禁忌搜索算法求解每个子问题, 最后从所有子问题的最优解中选出全局最优解。理论分析和实验结果表明该算法比以往的算法有以下优点: 拓展了搜索空间, 提高了最优解的效果; 是一种将问题进行空间分解的并行算法, 可采用多台计算机同时运算以减少整体运行时间。

**关键词:** 物流; 车辆路径问题; 禁忌搜索算法

**文章编号:** 1002-8331(2007)24-0179-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP39

## 1 引言

车辆路径问题 (Vehicle Routing Problem, 简称 VRP) 是对车辆的运行线路进行合理规划, 使车辆以最小的费用通过所有的装货点或卸货点, 是现代物流实行集约经营的关键内容之一。车辆路径问题作为一个 NP 难题, 随着客户数量的增加, 可选的车辆路径方案数量呈几何级数急剧增长<sup>[1]</sup>。因此, 用启发式算法求解该问题就成为人们研究的一个重要方向。由于具有较好的爬山能力和较快的搜索速度, 禁忌搜索算法成为近年来在 VRP 领域取得最成功的算法之一<sup>[7,8]</sup>。文献[10]用禁忌搜索算法求了一个一家土耳其物流公司的物流配送路径问题; 文献[9]用先分区后线路的禁忌搜索算法求解了多车场的 VRP。文[12]用 C-W 启发式算法构造初始解, 然后采用顾客点交换 (插入) 或线路交换的邻域移动方法求解了有时间窗约束的 VRP。文[11]求解了多个拖车的 VRP。文献[8]设计了随机 VRP 的禁忌搜索算法。文[13]研究了一种顾客随机排序产生解, 然后采用顾客点 2-OPT 交换的禁忌搜索算法。

上述文献中禁忌搜索算法的初始解产生办法有三类: (1) 随机排列, 然后将顾客按序列聚类分配到每辆车, 从而产生每

辆车的路径<sup>[3]</sup>; (2) 用 C-W 启发式构造线路<sup>[8,11,12]</sup>; (3) 先分组, 然后在每个组内采用旅行商算法产生初始解。三类方法中, 第一类最简单直观, 但由于不一定是可行解, 搜索时间长; 其它两类方法由于初始解本身已经是比较好的解, 因此搜索时间短, 但初始解建立在一个专门的路径构造算法之上, 需要一定的专业技巧和编程过程。国内的文献基本都采用第一类方法。文献[13]初始解方法如下: 随机排列所有顾客序号形成一个路径序列, 从第一个顾客开始依此找到总需求不大于车辆容量 (或不违反其它约束) 的最大顾客数分配给第一辆车, 接着再从下一个顾客开始依此找到总需求不大于车辆容量的下一组顾客, 分配给第二辆车, 依此方法把序列中的所有顾客分配给运输车辆, 形成一个初始解。邻域移动采用线路交换的方法产生: 改变当前解中每个顾客点的位置, 产生新的序列, 然后对序列再采取和初始解一样的分配方法把顾客分配给每辆运输车。文献[13]采用的方法实际上是一种贪恋策略, 即先分配的车辆总是尽量多地服务顾客。该方法用于确定的 VRP, 最终的优化解至少有一辆车最大限度接近满载 (或其它约束), 这实际上在车辆总行驶里程最小化的系统目标之外又增加了一个隐形的规

划目标,缩小了搜索空间。对于顾客需求是随机的车辆路径问题,由于组合的复杂性和顾客需求的随机性,这种贪恋分割方法也很难操作。本文研究的算法适用于顾客需求分布相同,所有车辆型号相同的随机 VRP 和确定 VRP。为了使算法搜索空间更为广泛,先将大问题分解成与所有可能的车辆-顾客分配结构对应的子问题,然后对每一问题再采用禁忌搜索算法,解决了顾客数量浮动的难题。

## 2 系统的优化目标函数

随机车辆路径问题一般采用预规划路径方法<sup>[5-7]</sup>。预规划路径是在车辆出发前,预先规划一条车辆路径,车辆按该路径行驶,然后根据实际情况对路径作调整。根据车辆是否要经过每个顾客,文献[5]研究了两个路径策略。策略(a):车辆必须经过每个顾客。策略(b):车辆可以跳过需求为零的顾客。限于篇幅,本文只讨论策略(a),并假设:(1)车辆到达顾客*i*时,已经知道下一个顾客*i+1*的需求,如果车上的货物不能满足下一个顾客需求,车辆从*i*提前返回,后面的顾客由下一个车次来完成;(2)路径对称,即 $d(i,j)=d(j,i)$ ,*d*表示两点间的距离。

记系统车辆总数为*m*,第*k*辆车负责的路径为 $\tau_k(1_k, 2_k \dots i_k \dots j_k \dots n_k)$ ,其路径期望值:

$$E[\tau_k^a] = \sum_{i_k=0}^{n_k-1} d(i_k, i_k+1) + d(n_k, 0) + \sum_{i_k=1}^{n_k-1} [p_{i_k} s(i_k, i_k+1)] \quad (1)$$

上式中 $[\tau_k^a]$ 表示采用策略*a*时,车辆*k*的路径长度。 $p_{i_k}$ 为车辆*k*

在顾客点*i<sub>k</sub>*返回车场的概率, $p_{i_k} = \sum_{g=1}^w \{p\{\sum_{h=1}^{i_k+1} \xi_h > gQ\} - p\{\sum_{h=1}^{i_k} \xi_h >$

$gQ\}\}$ ,其中 $w = \min\{rp(\sum_{h=1}^{n_k} \xi_h \leq rQ) \approx 1\}$ ,*r*是自然数; $\xi_h$ 是顾客*h*

的随机需求。概率计算也可参考文献[5]。当所有的 $p_{i_k}$ 都为0时,式(1)转化为确定的VRP路径期望值表达式。 $s(i_k, j_k) = d(i_k, 0) + d(j_k, 0) - d(i_k, j_k)$ 是车辆在*i<sub>k</sub>*点因空(满)载返回的路径调整值。

系统的目标函数:

$$\min z = \sum_{k=1}^m [E[\tau_k^a]] \quad (2)$$

## 3 问题的分解

随机车辆路径问题是一个复杂的组合优化问题。这里引入车辆-顾客分配结构的概念将问题分解成若干子问题。车辆顾客分配结构的定义如下:序列 $G_j = \{g_1, g_2, \dots, g_m\} (g_i \geq g_{i+1} \leq m)$ 表示与一个组合*j*对应的车辆顾客分配结构, $g_i, i \leq m$ 表示车辆*i*要服务的顾客数量。如有10个顾客,4辆车,每辆车最大不能超过3个顾客的VRP,当车型相同时,可能的分配结果有:3-1-3-3, 3-3-1-3, 3-3-3-1, 3-2-2-3, 3-3-2-2, 2-2-3-3, 2-3-3-2, 2-3-2-3共8个,而车辆-顾客分配结构只有:为3-3-3-1, 3-3-2-2两个。将来参加搜索的也只有这两个顾客分配结构。在8个可能的分配结果中,由于车型相同其中的一些方案的实际效果是相同的,如3-1-3-3和3-3-3-1。显然只对车辆顾客分配结构( $g_i \geq g_i(i < j)$ )的可行解进行搜索,避免了那些 $g_i < g_i(i < j)$ 的可行解,从而减少重复搜索。而采用文献[13]的贪恋分组方法,先分配的车应尽量满载,因此前3辆车应为3个顾客,最后1辆车剩下一个顾客,分配结构为3-3-3-1,在算法中

也只有这一个分配结构参与搜索,虽然计算大为简化,但漏掉了分配结构为3-3-2-2的所有可行解,显然可能得不到最优解。

## 4 禁忌搜索算法

### 4.1 整体算法

step1 找到所有可能的车辆顾客分配结构,记结构数量为*h*,车辆顾客分配结构集合为 $G = \{G_i | i \leq h\}$ , set  $i=1$ 。

Step2 if  $i \leq h$ ,针对 $G_i$ 运行一个内部禁忌搜索算法(见4.2),得到最优解 $t_i$ ;如果 $i > h$ ,转到step4。

Step3  $i=i+1$ ,返回到step2。

Step4 找出最终的优化方案,  $t_{best} = \min\{t_i | i \leq h\}$ ,程序结束。

### 4.2 内层禁忌搜索算法

#### 4.2.1 初始解

将*n*个顾客按自然数编号,随机排列所有顾客的序号,将排列中的前面 $g_1$ 个顾客分配给第1辆车,紧接着的 $g_2$ 个顾客分配给第2辆车,依此方法,将所有顾客按一个车辆分配结构分配给所有车辆,形一个初始解 $x_0$ 。仍然以上述10个顾客的VRP为例:若随机排列为1-2-3-5-6-7-8-10-9-4,分配结构为3-3-3-1,则初始解 $x_0$ 为:车辆1:0-1-2-3-0;车辆2:0-5-6-7-0;车辆3:0-8-10-9-0;车辆4:0-4-0。

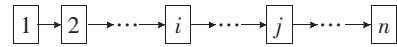
#### 4.2.2 邻域结构

若 $x_0$ 的排列表示如图1(a),邻域结构通过以下算子构成:

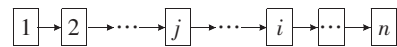
(1)交换算子 $N_1(x_0, i, j, G_j)$ :交换排列中的任意两个顾客*i*和*j*的位置形成一个新的排列。

(2)插入算子 $N_2(x_0, i, j, G_j)$ :把顾客*i*插入到排列的第一位置或任一顾客点*j*之后。

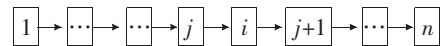
(3)2-opt 交换算子 $N_3(x_0, i, j, G_j)$ :把*i*和*j*之间的路径顺序翻转过来。



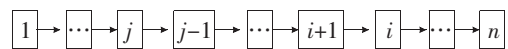
(a) $x_0$  顾客排列



(b)交换邻域结构



(c)插入邻域结构



(d)2-opt 邻域结构

图1 邻域结构图

#### 4.2.3 禁忌移动

*T*代表一个禁忌表,表中存放被禁忌的对象。在算法中,如果一个邻域是通过 $N_1(x_0, i, j, G_j)$ 或 $N_2(x_0, i, j, G_j)$ 产生,*i*和*j*的交换被禁忌,如果通过 $N_3(x_0, i, j, G_j)$ 产生,顾客*i*的插入被禁忌。被禁忌对象的多少用禁忌表长度|*T*|表示。 $|T| = (a + \theta)$ ,其中*a*是一个和顾客规模*n*有关的常数, $\theta$ 是一个随着禁忌搜索时间增加而增加的变量。

#### 4.2.4 内层禁忌搜索算法步骤

step1(初始化)产生一个原始解 $x_0$ (见4.2.1), $x_0$ 的目标值记为 $f(x_0)$ ,最好结果记为 $t_i$ ; set  $t_i = f(x_0)$ ; Set  $\alpha = n/4, \theta = 0$ (见4.2.4), then  $|T| = \alpha$ ; set  $T = \emptyset$ ;最大的进化代数*ge*根据计算需要确定。

step2(邻域搜索)计算所有的候选移动 $x_k, x_k \in N(x_0, i, j, G_j)$ ,将所有移动的目标值按从小到大顺序排列,选择前面|*T*|个移动形成一个候

选解列表  $W$ , 候选解的数量  $|W| \geq |T|$ 。依此考虑候选解  $x'$ , 如果  $x'$  没有被禁忌,  $x_0 = x'$ ; 如果  $f(x') < t_i$ , 无论是否被禁忌,  $x_0 = x'$ ,  $t_i = f(x')$ ,  $g$  每增加 50,  $\theta = \theta + 1$ , 更新禁忌表。

Step3 如果  $g > g_e$  或最优值连续保持 30 代, 否则内部禁忌搜索结束, 相应于  $G_i$  的最优化值为  $t_i$ ; 否则转到 step2。

### 5 应用示例

随机在  $100 \times 100$  的笛卡尔平面内产生 16 个服务点(坐标见表 1), 发车点坐标为(50,50), 各服务点需求独立, 均服从泊松分布  $\xi \sim p (\lambda=5)$ , 所有车辆的额定载重量  $Q=30$ , 每个车辆最多服务 5 个顾客。

表 1 需求点的坐标

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
坐标	95,5	23,35	60,81	48,0	89,13	76,20	45,19	1,60
序号	9	10	11	12	13	14	15	16
坐标	82,27	44,19	61,1	79,74	92,44	73,93	17,46	40,41

分别在上述 16 个顾客中选择前 10, 11, 16 个顾客形成三个问题, 三个问题的最大车辆数量分别为 2, 3, 4。在相同的服务水平下, 物流系统使用的车辆数量越多, 利润越低, 因此算法中应尽量使每个车辆满载。分别采用文献[2]的遗传算法(GA)、文[13]中的禁忌搜索算法(TS1)和本文的禁忌搜索算法(TS)进行计算, 计算结果见表 2。

表中符号说明: GA: 遗传算法; TS: 本文的禁忌搜索算法; TS1: 文献[13]的禁忌算法; psize: 初始解群的规模; pcr, pch 分别表示遗传算法的交叉率、变异率; st: 可能的车辆-顾客分配结构数量; st1: 实际参与计算的车辆-顾客分配结构数量。cn: 计算次数; maxv, minv, meanv, 标差: 10 次计算得到的最大值、最小值、平均值和标准差; time: 程序大致运行时间, 单位为分钟, 计算机 CPU 频率 800。

根据计算结果和理论分析可以得出以下结论:(1)对于文 中的问题, GA 计算时间短, 但收敛效果不好, 这也正是更多的文献<sup>[6,5,13]</sup>推荐禁忌搜索算法的原因。(2)TS 的搜索效果比 TS1 好。原因是 TS 搜索范围更广, 从参与的车辆分配结构可以看

出, TS1 始终只有一个结构参与搜索, 而 TS 是对所有可能的结构进行搜索。(3)从表中的数据也可以看出 TS 的搜索时间比 TS1 长。从理论上分析是 TS 搜索的范围更广泛造成的。从表中的数据看出, 三个规模的问题中 TS 搜索的结构分别 2、4、5, 而 TS1 的搜索结构始终是 1 个。但 TS 算法的每个结构相当于一个 TS1 算法, 可以独立运行, 因此可以同时并行运算多个结构, 最后再综合得出最终解, 从而减少系统的整个运算时间。

### 6 结束语

本文在文献[13]的基础上, 提出了一种改进的禁忌搜索算法, 该算法搜索了所有的车辆-顾客分配结构, 搜索范围更广泛, 解的效果更好。虽然该算法增加了总的运算时间, 但由于该算法可采用多台计算机同时进行运算的并行算法, 因此计算时间问题可以得到解决。由于问题本身的复杂性, 还需要进一步寻找计算时间更短和算法, 同时对算法精确性验证还有待更深入的研究。(收稿日期: 2006 年 6 月)

### 参考文献:

- [1] 李军, 郭耀煌. 车辆优化调度理论与方法[M]. 北京: 中国物资出版社, 2001-06.
- [2] 邹彤, 李宁, 孙德宝. 不确定车辆数量的有时间窗车辆路径问题的遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(6): 134-138.
- [3] 张颖, 刘艳秋. 软计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2002-05.
- [4] 刑文训, 谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999-08.
- [5] Bertsimas D J. A vehicle routing problem with stochastic demand [J]. Operations Research, 1992, 40(3): 574-585.
- [6] Gilbert Laporte. Model and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems [J]. European Journal of Operations Research, 1989, 39: 71-78.
- [7] Michel Gendreau. Invited review for stochastic vehicle routing [J]. European Journal of Operations Research, 1996, 88: 3-12.
- [8] Gendreau M, Laporte G. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with stochastic demand and customers [J]. Operations Research, 1996, 44(3): 469-477.

表 2 计算数据统计表

pcr=0.8, pch=0.2

		psize	st	st1	cn	maxv	Minv	meanv	标差	time	
n=10 m=2	GA	50			10	377.177 8	359.360 0	363.133 2	6.302 8	2	
	TS	30	2	2	10	358.639 8	359.339 2	359.329 0	0.316 5	2	
	可能的和实际参与计算的车辆顾客分配结构: (5, 5)										
	TS1		1	1	10	358.609 8	359.339 2	359.266 8	0.316 5	2	
参与计算的车辆分配结构: (5, 5)											
n=11 m=3	GA	50	4	4	10	452.190 7	419.197 8	427.543 6	19.979 9	2	
	TS	30			10	421.295 0	403.180 3	409.038 8	8.0023	6	
	可能的和实际参与计算的车辆顾客分配结构: (5, 5, 1)(5, 4, 2)(5, 3, 3)(4, 4, 3)										
	TS1		1	1	10	427.959 2	412.187 4	421.313 0	9.9809	2	
参与计算的车辆分配结构: (5, 5, 1)											
n=16 m=4	GA	80			10	664.874 6	617.214 5	636.718 4	17.593 9	3	
	TS	30	5	5	10	527.872 0	450.765 1	517.723 8	11.436 4	10	
	可能的和实际参与计算的车辆顾客分配结构: (5, 5, 5, 1)(5, 5, 4, 2)(5, 5, 3, 3)(5, 4, 4, 3)(4, 4, 4, 4)										
	TS1		1	1	10	559.489 1	496.394 8	537.400 4	17.930 0	4	
可能的和实际参与计算的车辆顾客分配结构: (5, 5, 5, 1)											