

# Born 近似快速三维反演井地电法数据

王志刚<sup>1,2</sup>, 何展翔<sup>1</sup>, 魏文博<sup>2</sup>

(1. 东方地球物理公司, 涿州 072751; 2. 中国地质大学, 北京 100083)

**摘要** 本篇研究了井中电偶极激发地面接收的井地电法的快速反演成像问题. 我们采用了 Born 近似方法和重加权正则化共轭梯度法(RRCG)算法. 数值计算的结果表明 Born 近似是一种有效的井地电法三维快速反演方法, 同时也说明井地电法监测油水前驱和储层边界预测的观测数据可以用该方法进行快速三维反演成像.

**关键词** 井地电法 Born 近似, 重加权正则化共轭梯度法, 电偶极

中图分类号 P631

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2007)02-0508-06

## Fast 3D inversion of borehole ground electrical method data based on born approximation

WANG Zhi-gang<sup>1,2</sup>, HE Zhan-xiang<sup>1</sup>, WEI Wen-bo<sup>2</sup>

(1. Department of East Geophysical Company, Zhuozhou 072751, China; 2. China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

**Abstract** The main goal of this paper is to develop a method of 3D imaging for the field excited by a electrical dipole located in borehole and received at the surface of the earth. Our method is based on the Born Approximation and re-weighted regularized conjugate gradient (RRCG) method. The numerical result demonstrates the Born Approximation can be effectively used for 3D imaging for borehole-ground electrical method. It also demonstrates that the method can be used as the basis for fast 3D inversion in reservoir monitoring application and in water injection exploration.

**Keywords** borehole-ground electrical method, born approximation, re-weighted regularized conjugate gradient (RRCG) method, electrical dipole

### 0 引言

目前,井地电法三维电阻率成像正成为一个热点研究领域.但是,井中供电、地面观测的井地电法的三维电磁观测数据解释起来非常困难,这是因为数据的多样性、复杂性以及用非常多个离散的电导率单元表示真实的物理模型.东方地球物理公司在上个世纪九十年代从俄罗斯引进了井地电法,即井中垂直双极(电偶极)源建场法.通过在储层上方和下方分别激发,用地面观测到两次电场和磁场相减的振幅和相位异常对储层边界进行预测,取得了非常好的应用效果<sup>[1,2]</sup>.国内,魏宝君等(2002, 2006)<sup>[4,5]</sup>做了关于井间电磁成像的研究工作;岳建华等(2005)<sup>[6]</sup>用有限差分法实现了井中直流三维正演模拟和电阻率反演;康俊佐等(2006)<sup>[7]</sup>、邓小波等(2006)<sup>[8]</sup>对电磁感应测井反演问题进行了研究.

在数值模拟方面,由于井地电法的特殊性,采用一维或二维反演很难真实模拟实际情况,因此,三维反演就成为现实选择.地下复杂三维不均体的电磁响应可以用有限元法或有限差分法实现三维模拟.然而,在模拟过程中这两种方法都会形成一个大型方程组,求解这个方程组得到电场和磁场需要很大的计算量.因为井中的垂直双极源是一个三维源,所以用有限差分和有限元法实现三维电磁相应模拟存在一定的困难,但是背景为层状介质时用积分方程法却很容易实现三维电磁相应的模拟.

在应用地球物理领域,积分方程法是三维电磁场模拟的一个重要的工具. Raiche(1974)<sup>[9]</sup>、Weidelt(1975)<sup>[10]</sup>和 Hohmann(1975)<sup>[11]</sup>发表了关于应用积分方程法文章,为积分方程法模拟三维电磁问题奠定了基础.1984年, Wannamaker<sup>[12]</sup>推导出了层状介质中电场、磁场体格林张量的解析表达式,

在场源为平面波的情况下,对层状介质中延长的三维不均体和二维不均体电磁响应进行了对比模拟. 1984年,Anderson<sup>[13]</sup>采用快速汉克尔变换的算法计算积分方程法模拟三维电磁问题中的格林张量,在他的文章中还给出计算子程序. 随后, San Filippo (1985)<sup>[14]</sup>、Newman (1985)<sup>[15]</sup>、Hohmann (1988)<sup>[16]</sup>、Wannamaker (1991)<sup>[17]</sup>、Dmitriev (1992)<sup>[18]</sup>、Xiong (1992)<sup>[19,20]</sup>、Singer (1997)<sup>[21]</sup>、Hursan(2002)<sup>[22]</sup>和 Zhdanov(2002)<sup>[23]</sup>等很多研究者对改进和应用积分方程法模拟三维电磁响应问题做了很多工作. 国内,张辉(2005,2006)<sup>[24,25]</sup>用积分方程法模拟了水平电偶源的三维电磁响应,陈小斌等(2005)<sup>[26]</sup>研究了大地电磁自适应正则化反演算法. 在上世纪八九十年代,积分方程法在模拟三维电磁问题中没有得到广泛的应用是因为当时的计算机性能太低,以及不能模拟复杂地电模型. 但是,随着计算机技术的进步,性能的提高,并行计算技术的成熟,积分方程法模拟三维电磁相应的优点逐渐被地球物理工作者认识到.

积分方程法由求解不均体上的电场和求解接收点电场两步组成. 它是一种直接的正演计算方法,需要计算 Fredholm 积分方程,该积分方程计算量很大. 为避开在全积分方程法(Full IE)中求解超大性方程组,可以采用 Born 近似. 这种方法用不均体所在处背景电场代替不均体上的总场,这样不需要求解线形方程组,大大提高计算速度和对计算机性能的高要求. 这种方法的反演计算速度也大大的被提高.

因为 Born 近似可以给反演问题提供线性化的方法,而且计算速度快,所以它被广泛用在反演问题中<sup>[27,28]</sup>. 众所周知,在电导率比较小以及不均体的尺寸不太大等情况下 Born 近似很有效果. 与其他方法相比它存在的一个不足之处是精度低.

本论文在 Born 近似和重加权正则化共轭梯度(RRCG)算法基础上,开展井中垂直双极源激发,地面接收的井地电法快速三维电阻率成像研究. 通过数值计算的结果看,在地层电阻率与不均匀体电阻率相差不是特别大时,Born 近似的方法很有效,可以反映出地下不均匀体的形态和边界. 同时说明该方法可以用在井地电法油藏边界预测资料处理中.

## 1 Born 近似基本原理

在 3-D 电磁正演数值模拟中, Weidelt (1975)<sup>[10]</sup>、Hohmann(1975)<sup>[11]</sup>等人将异常电场和

异常磁场表示成以下积分方程式:

$$\begin{aligned} E^a(r_j) &= \iiint_D \widehat{G}_E(r_j | r) \Delta\sigma(r) (E^b(r) + E^a(r)) dv \\ &= G_E \{ \Delta\sigma(r) (E^b(r) + E^a(r)) \}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} H^a(r_j) &= \iiint_D \widehat{G}_H(r_j | r) \Delta\sigma(r) (E^b(r) + E^a(r)) dv \\ &= G_H \{ \Delta\sigma(r) (E^b(r) + E^a(r)) \}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\widehat{G}_E(r_j | r)$ 、 $\widehat{G}_H(r_j | r)$  是被定义在电导率为  $\sigma_b$  无边界的导电层状介质中的电场和磁场格林张量; $G_E$  和  $G_H$  对应的线形格林算子; $E^b$  是背景电场.

在 Born 近似基础上,我们假设在不均匀体内,异常电场为零. 也就是不均体上的扩散场等于背景电场  $E(r_j) = E^b(r_j)$ , 这样不需要解方程组求不均匀体区域的扩散场,从而减少了计算量. 当计算地下不均体在地面形成的异常场时,(1)、(2)式变为

$$\begin{aligned} E^a(r_j) &= \iiint_D \widehat{G}_E(r_j | r) \Delta\sigma(r) E^b(r) dv \\ &= G_E \{ \Delta\sigma(r) E^b(r) \}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} H^a(r_j) &= \iiint_D \widehat{G}_H(r_j | r) \Delta\sigma(r) E^b(r) dv \\ &= G_H \{ \Delta\sigma(r) E^b(r) \}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $E^a(r_j)$ 、 $H^a(r_j)$  指的是地面接收点的异常电场, $E^b(r)$  是不均体所在区域的扩散电场(背景场).

## 2 Frechet 导数矩阵和 RRCG 算法

在(3)式的基础上,通过引入一个异常电导率微小变化量,我们可以计算相应的微小电场变化量,计算公式如下:

$$\delta E^a(r_j) = \int_D \widehat{G}_E(r_j | r) \delta\Delta\sigma(r) E^b(r) dv, \quad (5)$$

这样

$$\delta E^a(r_j) = \int_D \delta\Delta\sigma(r) F_E(r_j | r) dv, \quad (6)$$

式中矢量函数  $F_E(r_j | r)$  是 Frechet 积分导数算子的核:

$$F_E(r_j | r) = \widehat{G}_E(r_j | r) E^b(r). \quad (7)$$

实际上,当电导率变化量为无穷小时,得到求解电场 Frechet 导数的公式

$$\frac{\partial E^a(r_j)}{\partial \Delta\sigma(r)} = F_E(r_j | r). \quad (8)$$

(8)式为计算 Frechet 导数矩阵给出解析表达式.

我们可以将(3)式写成一般地球物理正演的线性方程组的形式:

$$d = \widehat{A}m. \quad (9)$$

式中  $d$  观测数据和理论上数据的差的列向量; $m$  是

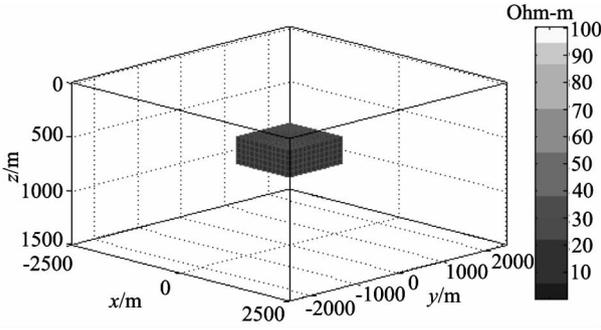


图1 模型一空间结构示意图  
Fig. 1 The 3D view of Model 1

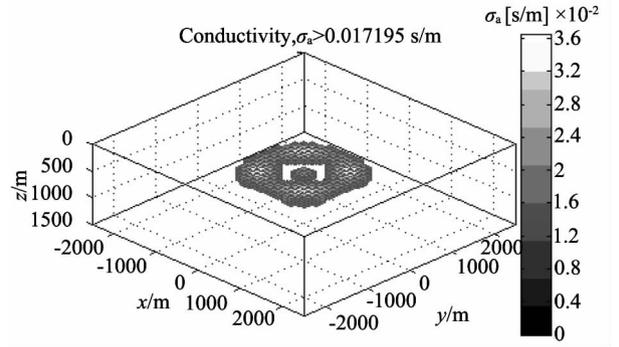


图2 反演结果三维显示图  
Fig. 2 3D inversion result of Model 1

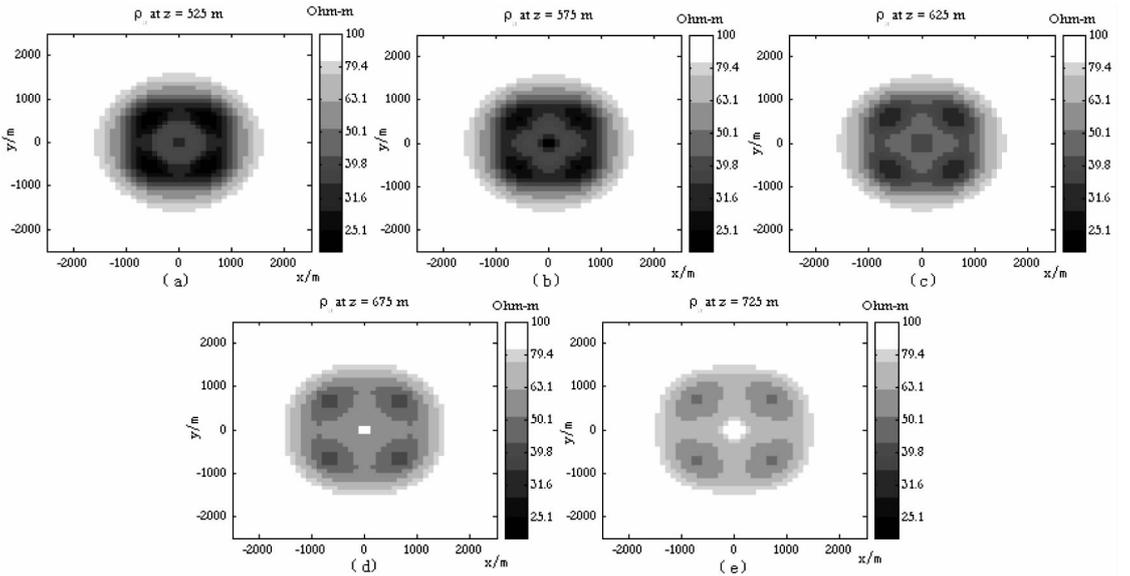


图3 z方向截面图

(a)  $z=525$  m; (b)  $z=575$  m; (c)  $z=625$  m; (d)  $z=675$  m; (e)  $z=725$  m  
Fig. 3 Z-perpendicularly inversion slices of Model 1  
(a)  $z=525$  m; (b)  $z=575$  m; (c)  $z=625$  m; (d)  $z=675$  m; (e)  $z=725$  m

模型参数列向量(由不均匀体上每个单元的异常电导率  $\Delta\sigma_n$  组成);  $\hat{A}$  是正演算子, 也就是 Born 近似算子.

这样我们就可以计算关于模型参数  $m$  的线性反演问题. 在对这个线性方程组的求解我们采用加权正则化的共轭梯度法(RRCG)<sup>[23]</sup>, 算法可以概括如下:

$$r_n^w = \hat{W}_d \hat{A} m_n - \hat{W}_d d, \quad (a)$$

$$l_{wn}^{an} = \hat{F}_w^* r_n^w + \alpha(m_n^w - m_{apr}^w), \quad (b)$$

$$\beta_{wn}^{an} = \|l_{wn}^{an}\|^2 / \|l_{wn-1}^{an}\|^2,$$

$$\bar{l}_{wn}^{an} = l_{wn}^{an} + \beta_{wn}^{an} \bar{l}_{wn-1}^{an}, \quad (c)$$

$$\bar{l}_{w0}^{a0} = l_{w0}^{a0},$$

$$k_{wn}^{an} = (\bar{l}_{wn}^{an*} l_{wn}^{an}) / [\bar{l}_{wn}^{an*} (\hat{F}_w^* \hat{F}_w + \alpha \hat{I}) \bar{l}_{wn}^{an}], \quad (d)$$

$$m_{n+1}^w = m_n^w - k_{wn}^{an} \bar{l}_{wn}^{an},$$

$$m_{n+1} = \hat{W}_m^{-1} \hat{W}_m m_{n+1}^w, \quad (f)$$

式中

$$\hat{F}_w = \hat{W}_d \hat{F} \hat{W}_m^{-1} \hat{W}_m, \quad (11)$$

(10)、(11)式中正则化参数  $\hat{W}_d$  和  $\hat{W}_m$  分别是观测数据模型参数的对角矩矩阵,  $\hat{F}$  由(7)式计算,  $\hat{W}_m$  根据下面的公式计算:

$$\hat{W}_m = \text{diag}(|m_n - m_{apr}|). \quad (12)$$

基于上面的 Born 近似和加权正则化的共轭梯度法我们开发了井地电法的 Born 近似三维反演程序.

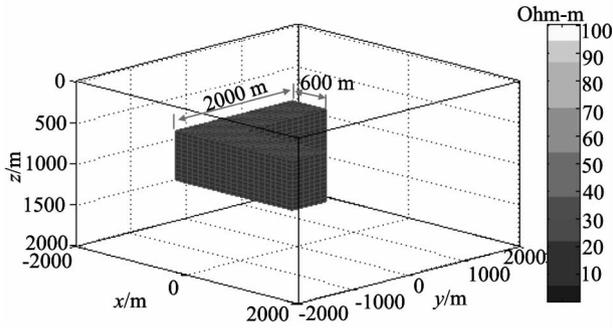


图 4 模型二空间结构示意图  
Fig. 4 The 3D view of Model 2

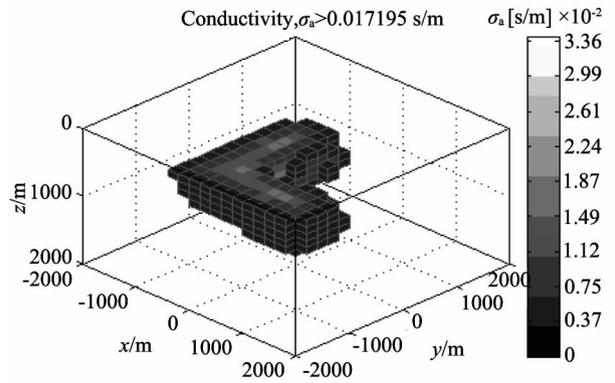


图 5 模型二反演结果三维显示图  
Fig. 5 3D inversion result of Model 2

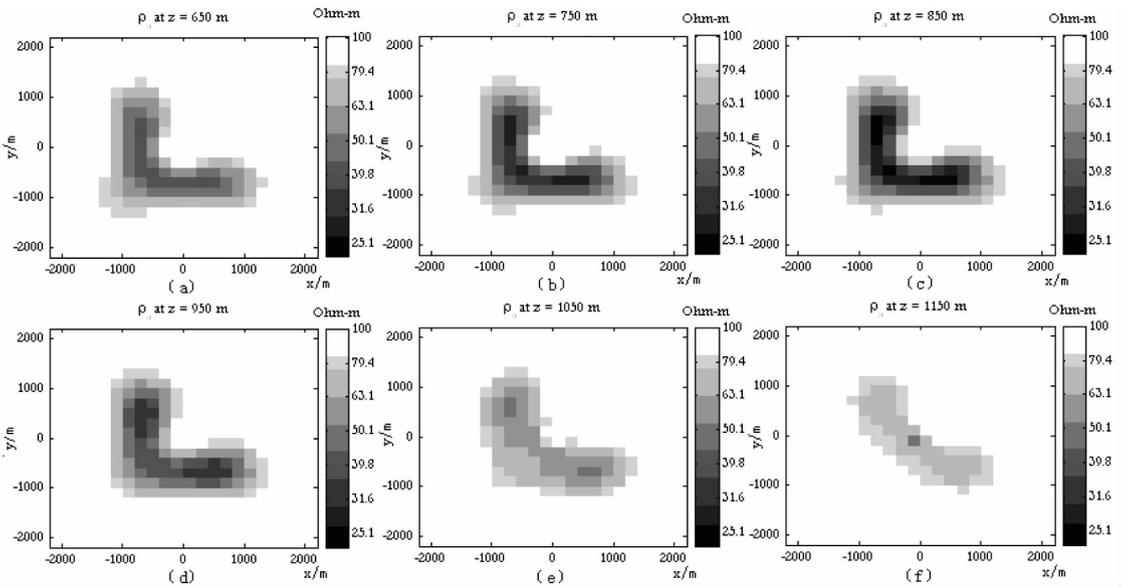


图 6 z 方向截面图

(a)z=650 m; (b)z=750 m; (c)z=850 m; (d)z=950 m; (e)z=1050 m; (f)z=1150 m

Fig. 6 Z-perpendicularly inversion slices of Model 2

(a)z=650 m; (b)z=750 m; (c)z=850 m; (d)z=950 m; (e)z=1050 m; (f)z=1150 m

### 3 理论模型合成数据反演结果及其分析

野外的实际生产在储层上下方分别激发,相减两次结果,通过振幅异常、相位异常圈定有利区和边界。这里为了验证方法的有效性,激发点(A极)选方在不均匀体的上方或下方,地面投影点处在计算区域的中央。考虑到电磁法对低阻不均匀体的敏感性,我们用低电阻率的不均匀体的正演数据作为反演所用的观测数据。共设计了两个模型。真实模型图中的色标是电阻率(图 1、4);反演结果图的色标是电导率(图 2、3、5、6)。

#### 3.1 模型一

均匀半空中有一个低阻不均匀体,深 500m,电阻率为 10 欧姆米,几何尺寸为 1200×1200×250 m,围岩电阻率为 100 欧姆米,见图 1。地面计算区域为 5000×5000 m,x、y 方向网格距离是 100m。激发频率 24 个他们为:0.001,0.0025,0.005,0.0075,0.01,0.025,0.05,0.075,0.1,0.25,0.5,0.75,1.0,2.5,5.0,7.5,10,25,50,75,100,250,500,750Hz。A 极深度为 490 m。图 2 是反演结果的三维显示,反映出了不均匀体的低电阻率阻特性;图 3(a)、3(b)、3(c)、3(d)、3(e)是反演结果在 z=525、575、625、675、725 m 处水平截面图(XOY),由图上可以看出很好反演出了不均匀体的尺寸,与实际的理论模型

相一致.

### 3.2 模型二(L形)

均匀半空中有一个低阻不均匀体,形状为L形(XOY面对称分布),见图4,上顶埋深600m,电阻率为10欧姆米,厚度600m,长边2000m,短边600m,围岩电阻率为100欧姆米,地面计算区域为 $4000 \times 4000\text{m}$ ,x、y方向网格距离是200m.激发频率38个,它们为:0.001~320Hz,对数等间隔.A极深度为1400m.图5是反演结果的三维显示,反演出了不均匀体的形态(L形);图6(a)、6(b)、6(c)、6(d)、6(e)、6(f)是反演结果在 $z=650、750、850、950、1050、1150\text{m}$ 处水平截面图(XOY),很好反演出了不均匀体的尺寸和形态,与实际的理论模型相一致,同时反演出了电阻率的电性特征.

## 4 结论

从模型一、二的三维反演结果可以看出,基于Born近似和重加权正则化共轭梯度法(RRCG)算法的井地电法反演是可以反演出地下低阻不均匀体的大致形状,几何尺寸;反演出的电阻率与真实模型略有差异,但是低电阻率的电性特征却很好反映出.这些说明了,在电阻率比相差不是特别大情况下该方法是有用的.由于该方法计算速度非常快,精度满足要求,因此基本实现了井中电偶极激发地面观测数据的快速三维电阻率反演成像.同时,也说明该方法可以用在井地电法监测油水前驱和储层边界预测的井地观测数据的三维反演中.

## 参 考 文 献 (References):

[1] 何展翔,刘雪军,裘尉庭,黄州.大功率井一地电法油藏边界预测技术及效果[J].石油勘探与开发,2004,31(5):74~76

[2] He Z X, Liu X J, Qiu W T, et al. Mapping reservoir boundary by borehole-surface TFEM[J]. The Leading Edge, 2005, 24: 896~900.

[3] 卢新城,龚沈光,陈新刚.水平层导电介质中时谐垂直电偶极子的电磁场[J].地球物理学进展,2004,19(3):596~601.

[4] 魏宝君,张庚骥.三维井间电磁场的正反演计算[J].地球物理学报,2002,45(1):735~743.

[5] 魏宝君.井间电磁场的一维、二维联合反演方法[J].地球物理学报,2006,49(1):264~274.

[6] 岳建华,刘志新.井地三维电阻率成像技术[J].地球物理学进展,2005,20(2):104~109.

[7] 康俊佐,邢金龙,杨善德.电磁传播电阻率测井的二维全参数反演方法研究[J].地球物理学报,2006,49(1):275~283.

[8] 邓小波,聂在平,赵延文,杨峰.用相位感应测井数据反演地层电阻率和介电常数[J].地球物理学报,2006,49(2):604~608.

[9] Raiche A P. An Integral equation approach to three-dimensional modeling[J]. Geophys. J. R. Astr. Soc., 1974, 36: 363~376.

[10] Weidelt P. Electromagnetic induction in three-dimensional structures[J]. Geophys, 1975, 41: 85~109.

[11] Hohmann G W. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling[J]. Geophysics 1975, 40(2): 309~324.

[12] Wannamaker P E, Hohmann G W, SanFilipo W A. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations[J]. Geophysics, 1984, 49(1):60~74.

[13] Anderson W L. Computation of Green's tensor integrals for three-dimensional electromagnetic problems using fast Hankel transforms[J]. Geophysics, 1984, 49(10): 1754~1759.

[14] San Filipo W A, Hohmann G W. Integral equation solution for the transient electromagnetic response of a three-dimensional body in a conductive half-space[J]. Geophysics, 1985, 50(5): 798~809.

[15] Newman G A, Hohmann G W. Transient electromagnetic responses of high-Contrast prisms in a layered earth[J]. Geophysics, 1988, 53(5): 691~706.

[16] 米萨克 N. 纳比吉安,著.电磁法(第一卷理论)[J].赵经祥等译.北京:地质出版社,1992.

[17] Wannamaker P E. Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations[J]. Geophysics, 1991, 56(11): 1716~1728.

[18] Dmitriev V I, Nesmeyanova N I. Integral equation method in three-dimensional problems of low-frequency electrodynamics[J]. Computational Mathematics and Modeling, 1992, 3(3): 313~317.

[19] Xiong Z. Electromagnetic modeling of three-dimensional structures by the method of system iterations using integral equations[J]. Geophysics, 57(12): 1556~1561.

[20] Xiong Z, Kirsch A. Three-dimensional earth conductivity inversion[J]. Journal of computational and applied mathematics, 1992, 42(11): 109~121.

[21] Singer B S, Fainberg E B. Fast and stable method for 3-D modeling of electromagnetic field[J]. Exploration Geophysics, 1997, 28: 130~135.

[22] Hursán G, Zhdanov M S. Contraction integral equation method in three-dimensional electromagnetic modeling[J]. Radio Science, 37(6): 1089~1102.

[23] Zhdanov M S. Geophysical inverse theory and regularization problems[M]. Elsevier, 2002.

[24] 张辉,李桐林,董瑞霞,徐凯军.利用高斯求积和连分式展开计算电磁张量格林函数积分[J].地球物理学进展,2005,20(3):667~670.

[25] 张辉,李桐林,董瑞霞.体积分方法模拟电偶源三维电磁响应[J].地球物理学进展,2006,21(2):386~390.

[26] 陈小斌,赵国泽,汤吉,詹艳,王继军.大地电磁自适应正

- 则化反演算法[J]. 地球物理学报, 2005, 48(4): 937~946.
- [27] Oristaglio M L. An inverse scattering formula that uses all the data[J]. Inverse Problems, 1989, 5: 1097~1105.
- [28] Habashy T M, Groom R W, Spies B R. Beyond the Born and Rytov approximations: a nonlinear approach to electromagnetic scattering[J]. Journal of Geophysical Research, 1993, 98(B2): 1759~1775.
- [29] 黄俊革, 鲍光淑, 阮百尧. 坑道直流电阻率测深异常研究[J]. 地球物理学报, 2005, 48(1): 222~228.
- [30] 黄俊革, 王家林, 阮百尧. 坑道直流电阻率法超前探测研究[J]. 地球物理学报, 2006, 49(5): 1529~1538.
- [31] 吴小平. 非平坦地形条件下电阻率三维反演[J]. 地球物理学报, 2005, 48(4): 932~936.
- [32] 阮百尧, 王有学. 三维地形频率域人工源电磁场的边界元模拟方法[J]. 地球物理学报, 2005, 48(5): 1197~1204.
- [33] 张元中, 肖立志, 楚泽涵, 李剑浩. 井孔声电效应转换电磁波的特征[J]. 地球物理学报, 2005, 48(2): 452~458.

## 《地球物理学进展》2007 年征订启事

各期刊订户:

2007 年《地球物理学进展》由季刊改为双月刊, 每年 6 期, 每期定价不变, 仍为 35 元, 全年定价变为: 210 元。特此通知。

订刊联系方式

(1) 本刊编辑部(邮局汇款与单位电汇均可)

汇款地址 100029 北京市 9825 信箱《地球物理学进展》编辑部

电话传真 010-62007709, 010-62007696, 010-62369620

联系人 刘少华, 赵 雷

电子邮件 shliu@cgs.org.cn, geophys@163.com

开户行 中国农业银行北京建德支行 账号 190901040000456

收款单位 中国科学院地质与地球物理研究所

(务必在注释行写上: 购《地球物理学进展》款, 同时写上您的姓名和联系地址)

(2) 天津全国非邮发联合证订服务部

邮编地址 300385 天津市大寺泉集北里别墅 17 号

电话传真 022-23973378, 022-23962479

网 址 <http://www.LHZD.com>

E - mail LHZD@public.tpt.tj.cn