

# 小波变换应用于日长变化的研究进展

马利华<sup>1</sup>, 韩延本<sup>1</sup>, 廖德春<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院国家天文台, 北京 100012; 2. 中国科学院上海天文台, 上海 200030)

**摘要** 随着空间测地技术的发展,日长变化的观测资料已经达到了空前高的程度,迫切需要合适的数学工具和方法从这些高精度的观测资料中提取有价值的信息.近些年,小波变换被应用于天文学和地球科学的资料分析中,它通过伸缩和平移等运算对时间信号进行多尺度的细化分析,从中提取有效的信息.本文主要介绍了小波变换应用于日长变化的研究进展,并初步探讨该领域以后的研究方向.

**关键词** 小波变换,地球自转,日长变化

中图分类号 P 315, P641

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2007)04-1075-05

## Study progress of wavelet transform applying in length-of-day change

MA Li-hua<sup>1</sup>, HAN Yan-ben<sup>1</sup>, LIAO De-chun<sup>1,2</sup>

(1. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;

2. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

**Abstract** With the advance in space geodetic techniques, observations about length-of-day (LOD) change reach unprecedented precision and resolution. We need to use the appropriate mathematical methods to analyze these observations and extract valuable information from observed series. In recent years, the wavelet transform is applied to data processing in astronomy and Earth science fields. Through expansion, contraction and translation arithmetic, it can carry on thin analysis with some scales to some time series, and withdraws the effective information. This article reviews study progress about wavelet analysis in LOD change. Intending research aspect is discussed in the end of this paper.

**Keywords** wavelet transform, Earth rotation, length-of-day change

### 0 引言

小波变换的概念是 1984 年法国地球物理学家 Morlet 在分析处理地球物理勘探资料时提出来的.其后,理论物理学家 Grossman 采用平移和伸缩不变性建立了小波变换的理论体系.1986 年,著名数学家 Meyer 偶然构造出一个真正的小波基,并与 Mallat 合作提出了多分辨率分析概念,统一了在此之前的各种构造小波的方法,特别是提出了二进制变换的快速算法,使得小波变换完全走向实用化,并迅速发展成为当前数学中的一个新领域.

小波分析是在傅立叶分析的基础上发展起来的,但与傅立叶分析存在极大的不同.从微观上看,

小波变换与傅立叶变换的根本区别是由小波和正弦波的不同局部化性质产生的.从宏观上看,傅立叶分析是整体域分析,用单独的时域或频域表示信号的特征;而小波分析是局部化时频分析,它用时域和频域的联合表示信号的特征.通过伸缩和平移等运算功能对信号进行多尺度的细化分析,小波分析能有效地从信号中提取信息,解决了傅立叶分析不能解决的许多困难问题.它是目前国际上公认的信号信息获取与处理领域的高新技术,是信号处理的前沿课题.

地球自转变化表征着地球系统的整体运动状态,也反映了固体地球与大气、海洋等流体圈层在空间的相互作用过程.整个地球系统的总角动量是一

收稿日期 2007-03-10; 修回日期 2007-06-20.

基金项目 国家自然科学基金项目(10373017)资助.

作者简介 马利华,男,1977 年生,山东安丘人,中国科学院国家天文台助研,博士,主要从事天文学与地球科学的交叉研究工作.(E-mail: mlh@bao. ac. cn)

个常数,系统内某一圈层的角动量的变化都可能导致其它圈层的角动量发生变化,该过程主要通过扭转力矩和物质质量的重新分布来实现.角动量的转换主要在固体地球和地球的流体圈层之间进行.水体流动和大气运动作用在流体与固体的交界面上会产生扭矩,交界面上的压力、天体之间的万有引力、地球上发生的大气异常运动、地震、冰后期反弹、地幔对流、板块运动等都会使固体地球的惯性张量发生变化,从而改变地球的自转<sup>[1~3]</sup>.

近些年来,随着空间测地技术和高空大气测量技术的发展,空间大地测量的精度和分辨率已经达到了空前高的程度,与数十年前相比,观测资料的精度提高了2~3个数量级甚至更高,这使得地球自转变化的观测资料达到了空前高的精度.观测资料的采样间隔越来越密,数量越来越多.丰富的高精度的观测资料为人们更深入地认识这类天文地球动力学过程的变化特征提供了更好的条件和可能.近些年,小波技术和方法被逐渐应用到这类资料的分析中,使人们得到了一些更为有价值的信息.

## 1 小波变换

小波变换包括连续小波变换和离散小波变换两大类.两者的主要区别在于,连续变换在所有可能的缩放和平移上操作,而离散变换采用所有缩放和平移值的特定子集.以下简要介绍连续性小波变换.设函数  $\psi(t) \in L^2(R)$ , 满足下述条件

$$\int_R \psi(t) dt = 0, \quad (1)$$

称  $\psi(t)$  为基本小波.引入尺度因子  $a$  和平移因子  $b$  ( $a, b \in R, a \neq 0$ ).将基本小波进行伸缩和平移,得到下列函数族

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (2)$$

称  $\Psi_{a,b}(t)$  为分析小波.系数  $a^{-1/2}$  为归一化常数,它使得对所有尺度  $a$  和位移参数  $b$ , 下式成立

$$\begin{aligned} \|\psi_{a,b}\|^2 &= \int_R |\psi_{a,b}(t)|^2 dt \\ &= \int_R |\psi(t)|^2 dt, \end{aligned} \quad (3)$$

通常取

$$\int_R |\psi(t)|^2 dt = 1,$$

即  $\psi(t)$  具有单位能量.

函数  $f(t) \in L^2(R)$  的连续小波变换(CWT)定义为

$$\begin{aligned} CWT_{a,b} &= \int_R f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt \\ &= a^{-1/2} \int_R f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $\overline{\psi(t)}$  为  $\psi(t)$  的共轭函数.若  $\psi(t)$  为实函数,则  $\overline{\psi(t)} = \psi(t)$ .

若基本小波  $\psi(t)$  的傅立叶变换为  $\Psi(\omega)$ , 且满足

$$\int_R \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty. \quad (5)$$

则连续小波变换  $CWT_{a,b}$  存在逆变换.上式为容许条件,满足该条件的小波为容许小波.

连续小波变换中,  $CWT_{a,b}$  中的参数  $a$  和  $b$  都是连续变化的值.若信号  $f(t)$  是离散序列,  $a$  和  $b$  须作离散化处理,可得到离散小波变换 DWT.

小波变换的特点主要表现在:(1)多分辨率,可以由粗及细地逐步观察信号;(2)可以看成用基本频率特性为  $\Psi(\omega)$  的带通滤波器在不同尺度  $a$  下对信号做滤波;(3)适当地选择基小波,使  $\psi(t)$  在时域上为有限支撑,  $\Psi(\omega)$  在频域上比较集中,可用于检测信号的瞬态或奇异点等.进一步的介绍可以参考文献<sup>[4~6]</sup>.

近年来,小波分析理论已在信号处理、图象处理、地震勘探、量子物理、模式识别、故障诊断及非线性科学等领域得到成功应用;其在自动控制领域中的应用研究也正蓬勃发展,而且,随着控制理论、信号处理和小波分析等多学科的相互交叉、相互渗透,小波分析理论在自动控制领域中解决的问题也会越来越多,应用范围也越来越广.以下重点介绍小波变换在日长变化领域的研究进展.

## 2 小波变换应用于日长变化的研究进展

地球自转变化,一般包括地球自转速率(日长: LOD)变化和极移.至今已检测到的日长变化的时间尺度从几小时到数十年、甚至百年、千年不等.日长变化的周期性摆动和激发问题一直是学者的研究重点. Chao 和 Natio<sup>[7]</sup> 较早地把小波变换应用于日长变化的研究中,并清晰地展示出日长变化中多个周期分量的频谱结构.结果表明,日长的周期性波动并不稳定,同时,日长变化的激发因素中大气占很大的比重.

季节性变化是地球自转变化中最为显著的周期性分量,也是人们最早发现和确认的地球自转变化成分.日长季节性变化的小波分析表明,该周期性变化非常复杂,其周年项和半年项的周期长度和振幅

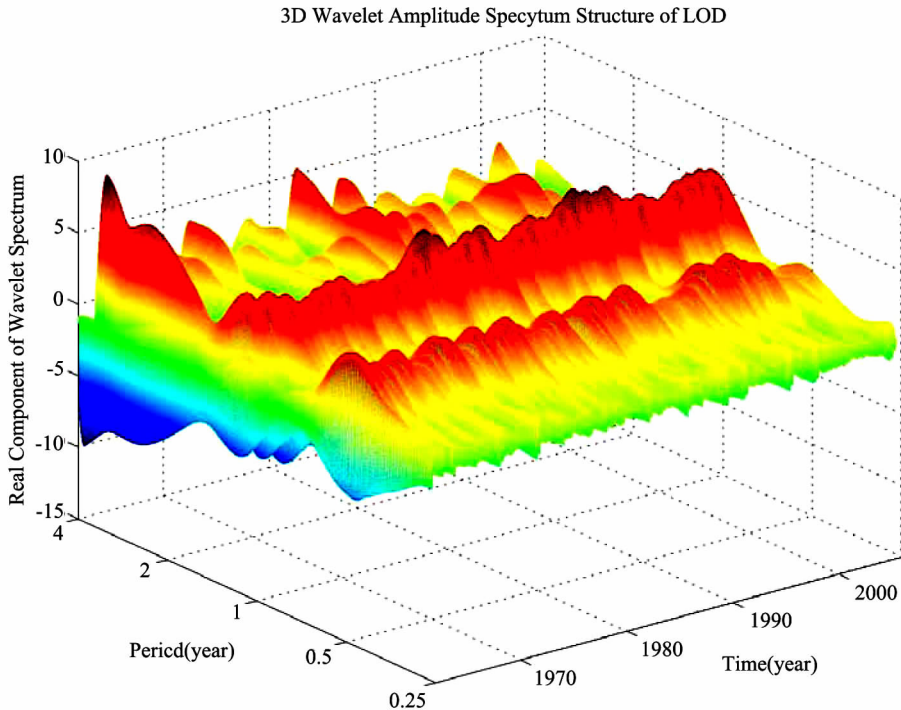


图1 1962~2005年间 LOD 小波谱的三维空间结构<sup>[9]</sup>. 其中,水平面(XY平面)为时间系数和小波分析的时间尺度(即周期)平面,竖直(Z)方向的数值表征 LOD 序列中各个周期成分振幅的相对大小.

Fig.1 Three-dimension spatial structure of LOD change during 1962~2005. Where, XY plane is corresponding to wavelet scale and time index, Z-coordinate is corresponding to wavelet amplitude.

都随时间的推移发生变化. 半年项的周期长度主要在 175~190 天之间变化,周年项的周期长度则主要在 350~375 天之间变化. 周年项和半年项的小波幅值的时变也很明显,相对于平均值而言,半年项的改变幅度多数情况下约为 30%,周年项的小波幅值变化幅度约为 20%. 研究全球大气角动量(AAM)的轴向分量后,发现季节波动也是轴向 AAM 的主要周期成分,其半年项和周年项同样存在较为明显的时变特征. 在 1965~2001 年间,轴向 AAM 的季节变化可以解释 LOD 季节性变化的绝大部分,其时变是造成 LOD 季节波动发生时变的主要原因<sup>[8~9]</sup>. 图 1 给出了日长变化的小波谱.

准两年振荡(QBO)是人们在研究大气同温层中风的流动过程中发现的,它是赤道上空平流层风场中非常突出的动力学特征,是目前所发现的大气环流中最典型的、相对最稳定的准周期变化. 近些年,国内外许多学者利用小波方法作了全球的纬向风运动、El Nino/Southern Oscillation (ENSO)事件和固体地球自转在 QBO 时间尺度相互作用的研究.

廖德春<sup>[10]</sup>分析了年际尺度的 LOD 变化与 AAM 激发,认为大气动力学过程是 LOD 年际变化的主要激发源之一. 周永宏和郑大伟<sup>[11]</sup>采用 1964~1993 年间的 LOD 变化序列、海平面气压和纬向风速资料,分析研究了 LOD 年际变化与 ENSO、大气 QBO 之间的关系. 结果显示,LOD 年际变化与 ENSO 存在着相似的谱结构. ENSO 和大气 QBO 的综合作用与 LOD 变化的小波变换时频谱趋于一致,进而认为 LOD 的年际变化主要为 ENSO 和大气 QBO 所激发. Zheng 等<sup>[12]</sup>研究了 LOD 变化与 ENSO 以及全球 AAM 的关系,结果表明,LOD 的年际变化中包含多时间尺度的大气激发,并认为 QBO 信号在 1997 年附近再次变得较强,可能与 1997 年的强 El Nino 事件有关. Liu 等<sup>[13]</sup>应用小波一致性研究了 LOD 变化与 ENSO 事件在年际尺度上的联系,结果显示它们在时间尺度及位相漂移方面具有较好的相关性.

马利华等<sup>[9,14]</sup>的研究表明,日长的 QBO 波动周期具有明显的时变特征,其周期长度主要集中于

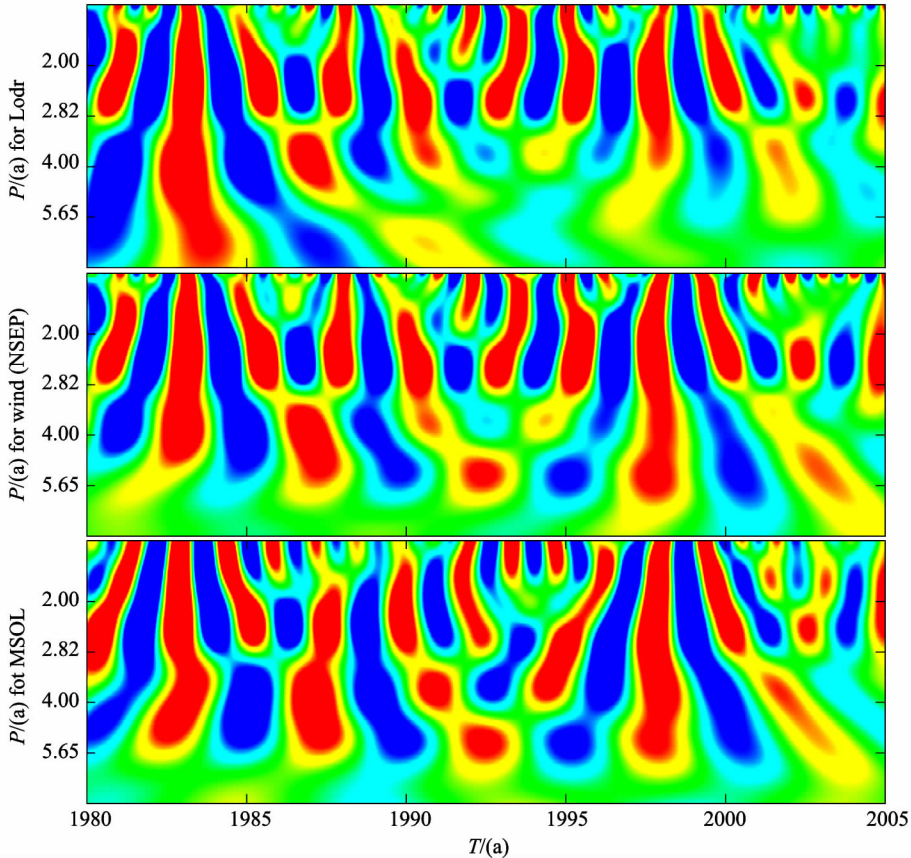


图 2 1980~2004 年间 LOD 变化(上),全球风项(中)和南方涛动指数(下)的小波振幅谱<sup>[14]</sup>.

Fig. 2 Wavelet amplitude spectra of LOD change (upper), global wind (middle) and southern oscillation index (lower) during 1980~2004.

800~850 天之间. 周期幅值的时变也很明显, 特别地, 在 1983 年附近和 1997 年附近的强 El Nino 事件期间, LOD 中的 QBO 波动出现幅值极大值. 同时, 轴向 AAM 中的 QBO 波动也存在较为明显的时变特征, LOD 与轴向 AAM 中 QBO 分量变化的幅度和位相存在非常高的相关性. AAM 中的 QBO 波动可以解释 LOD 中 QBO 波动的绝大部分. 进一步的研究发现, ENSO 事件集中发生在 LOD、南方涛动和 AAM 的准两年和准四年周期附近, 它们之间存在相位一致性关系. 强 El Nino/La Nina 事件总是发生在准两年和准四年周期的极性和强度较大时, 弱的 ENSO 事件则多发生在极性和相位不一致(强度相对较弱)的时候. 这一点在 1983 年附近和 1997 年附近 20 世纪发生的两次强 El Nino 事件期间表现得最为明显(见图 2).

### 3 结 论

应用小波变换分析高精度的日长观测资料, 使

人们对地球自转变化本身有了较为深入的认识. 日长观测资料的小波谱结构比较清晰地给出了日长变化的局部特征, 将其与大气、海洋角动量等外界作用作细致的对比分析后, 可以进一步揭示日长变化的激发问题. 同时, 利用小波变换可以局域化分析信号的特点, 从日长的观测资料中发现了异常地球物理事件(像 ENSO)的信息, 这对于该类灾害性事件的预测具有重大意义.

随着小波理论及各种数值算法的发展, 人们在一些基本小波的基础上, 构造出满足不同需要的小波函数. 不同的小波函数从信号中提取的信息不同, 采用何种小波函数才能从观测序列中提取出有价值的信息是首先需要考虑的. 小波变换的实现等价于对资料序列引进频率、时间可变窗函数的变换, 可变窗函数的引入使小波变换的输出信号产生端部的畸变效应, 这限制了小波变换的分辨率, 特别是限制了小波对低频信号的分辨率. 如何避免和最大程度地减小端部效应的影响, 对提高数据分析的质量, 得到

更有价值的分析结果是非常重要的. 目前,已经有学者从资料外推角度对该问题作出试验性改进<sup>[15,16]</sup>.

### 参 考 文 献 (References):

- [1] Lambeck K. The Earth's Variable Rotation[M]. London: Cambridge University Press, 1980.
- [2] 郑大伟, 虞南华. 地球自转及其和地球物理现象的联系: I 日长变化[J]. 地球物理学进展, 1996, 11(2): 81~104.
- [3] 马利华, 韩延本, 尹志强. 地球自转速率变化及其与地球物理现象关系研究的进展[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(4): 968~974.
- [4] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets[M]. Philadelphia: SIAM, 1992.
- [5] 刘春生, 张晓春. 实用小波分析[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2002.
- [6] Torrence C, Compo G P. A practical guide to wavelet analysis [J]. Bull. Amer. Meteor. Soc., 1998, 79, 61~78.
- [7] Chao B F, Naito I. Wavelet analysis provides a new tool for studying Earth's rotation[J]. Eos, Trans. Amer. Geophys. Union, 1995, 76: 161~165.
- [8] Ma L H, Han Y B. Atmospheric excitation of time variable length-of-day on seasonal scales[J]. Chin. J. Astron. Astrophys., 2006, 6(1): 120~124.
- [9] 马利华. 地球自转速率的季节性变化和准两年振荡[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2006.
- [10] 廖德春. 日长年际变化的主要激发源[J]. 天文学报, 2000, 41(2): 139~147.
- [11] 周永宏, 郑大伟. 日长年际变化、El Nino/南方涛动和大气准两年振荡的小波分析[J]. 天文学报, 1997, 38(2): 209~214.
- [12] Zheng D W, Ding X L, Zhou Y H, *et al.* Earth rotation and ENSO events: combined excitation of interannual LOD variations by multiscale atmospheric oscillations[J]. Global Planetary Change, 2003, 36: 89~97.
- [13] Liu L T, Hsu H T, Grafarend E W. Wavelet coherence analysis of Length-Of-Day variations and El Nino-Southern Oscillation[J]. J. Geodyn., 2005, 39(3): 267~275.
- [14] Ma L H, Liao D C, Han Y B. Atmospheric and oceanic excitations to LOD change on quasi-biennial time scales [J]. Chin. J. Astron. Astrophys., 2006, 6(6): 759~768.
- [15] 郑大伟, 周永宏. Wavelet变换端部效应的讨论[J]. 中国科学院上海天文台年刊, 1996, 17: 18~25.
- [16] Zheng D W, Chao B F, Zhou Y H, *et al.* Improvement of edge effect of the wavelet time-frequency spectrum: application to the length-of-day series[J]. J. Geodesy, 2000, 74: 249~254.