通信网络宏观可靠性指标的全代数化算法

戴伏生 毛兴鹏
(哈尔滨工业大学威海校区信息工程系 威海 264209)

摘 要：为了更全面和客观地评价宽带大容量通信网络的可靠性能，引入宏观可靠性指标——总容量归一化加权可靠性指标概念，它是把通信容量和链路可靠性参数有机地综合在一起的指标。解决该指标全代数化计算的关键问题是寻找能够算出网络各节点之间全部路由的代数化路由算法。研究出一种逻辑代数化网络路由算法，n 个节点的网络只需 n 次矩阵变换运算，就能得到任意节点之间的全部路由。基于新路由算法研究出网络可靠性指标的全代数化算法，它易于编写程序，利用计算机可以很方便地算出通信网络的可靠性指标，解决了总容量归一化加权可靠性指标计算困难问题，且达到实用化程度。利用算例验证了算法的正确性，并对算法的各计算过程进行了详细说明。

关键词：通信网，可靠性，路由算法，通信容量

中图分类号：TN915 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2005)08-1290-05

A Complete Algebraic Algorithm of Macroscopic Reliability Index of a Communication Network

Dai Fu-sheng Mao Xing-peng
(Department of Information Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai 264209, *China)*

Abstract A concept of weighted reliability index normalized by the total capacity called index of macroscopic reliability is introduced in this paper to evaluate reliability of broadband network comprehensively and objectively. This index combines communication capacity with link reliability parameter effectively. The key technique to achieve complete algebraic calculation of this index is finding out an algebraic algorithm which can calculate all routes among network nodes. This paper proposes a new algebraic calculation routing algorithm, by which n times transformation operations can get all routes between two nodes for network with n nodes. The complete algebraic calculation of network reliability index is researched base on this new routing algorithm, it is easy to program and convenient to calculate reliability index of telecommunication network with computer. This method overcomes the difficulties in calculating normalized reliability index weighted by total capacity and can be used in practice. The calculation procedure of the algorithm is shown through examples in details and its correctness is validated.

Key words Communication network, Reliability, Route algorithm, Communication capacity

1 引言

通信网络可以描述为由交换节点和传输链路构成的标绘图。该网络所承载的信号传输业务量的大小完全可以用通信容量来度量。从网络系统的宏观角度分析通信网络可靠性问题时，如果能把容量和链路连接的可靠性综合在一起考虑，则可以更加客观地表述通信网络的性能指标。基于该思想 Aggarwal[1]以及 Trstensky-Bowron 等人[2]提出了两种相似的通信网络归一化容量加权可靠性指标概念，都将链路连接的可靠性和通信容量综合在一起了。Aggarwal 提出的指标是网络源节点到终节点两个节点之间容量归一化的数学望值。Trstensky-Bowron 提出的指标是网络所有节点间总容量归一化的数学期望值。如果想从整体的宏观角度分析通信网络可靠性指标，则 Trstensky-Bowron 提出的指标概念最为合适，本文也依据此指标定义进行算法的讨论。Aggarwal[3]和 Trstensky-Bowron 以及 Rushdi[4]等人分别介绍了求解容量归一化加权可靠性指标的方法，但遗憾的是由于这些方法均未能实现全部计算过程的代数化运算，所以无法做到计算机程序化自动运算，很难做到实用化。

总容量归一化加权可靠性指标的求解，属于布尔代数法分析网络可靠性的数学范畴，它能够精确地计算出通信网络可靠性指标的参数值。采用布尔代数法计算通信网络可靠性指标，其先决条件是要找出不交化网络状态集[5]。然而，不

2004-04-05 收到，2004-08-09 改回
哈尔滨工业大学(威海)科学基金(HIT[WH].2002.7)资助课题

交化网络状态集难于直接分析网络得到，普遍采用的方法是，首先得到全部路由，然后再做进一步处理得到。这就需要寻找一种路由算法，能够快速且准确计算出网络所有节点之间存在的全部路由。虽然，路由算法有很多，例如图解和列表算法、Dijkstra 算法和 Bellman-Floyd 算法[6,7]、可达矩阵(Accessible Matrix)算法[8]、DFS (Depth First Search)算法[9]等等，但是这些具有代表性的经典路由算法用于分析大型通信网络的可靠性时，也都存在局限性，即不能同时满足以下 3 种要求：首先，要求算法可以用代数的或逻辑代数的方法计算出网络所有节点之间存在的全部路由，且易于计算机程序化实现；其次，要求算得的路由结果不能出现闭环和冗余路由，应符合通信传输规则；第三要求算法快速收敛适合高速计算。在研究通信网络布尔代数可靠性算法过程中，找到一种适合计算通信网络所有节点之间存在的全部路由快速计算方法，该算法尚未见到在他人文献中介绍和使用。首先详细介绍该路由算法，并把它应用于通信网可靠性的计算，推出一整套通信网络总容量归一化加权可靠性指标的全代数化计算方法。

2　通信网络模型和路由计算方法

2.1 通信网络模型

路由计算和可靠性计算都需要通信网络模型，参照文献[2~4]建立通信网络模型如下：(1) 通信网络用一个线性的标绘图描述，图中每条链路的可靠性和容量都是已知的。(2) 每条链路只能有正常或失效两种状态，当链路失效时信息不能被传送。链路的失效是统计独立的。(3) 链路容量为链路两个方向流量较大的设计值，可以用信道数量或带宽或数码传输速率等实际参量抽象后表示。(4) 网络节点认为是完全可靠的，并且具有足够容量。(5) 网络不存在自身循环和定向循环。

2.2 通信网络所有节点之间全部路由计算方法

推出一种独特且符合通信传输规则的路由计算方法。算法是利用逻辑代数运算法则，采用特殊的关联矩阵变换方式计算，计算一次可得出网络中所有节点之间的全部传输路由。该算法既适合计算无向网络也适合计算有向网络，还适合计算无向与有向混合的网络。计算方法、步骤和规则如下：

2.2.1 *定义关联矩阵 $\boldsymbol{M}$*　对一个具有 n 个节点的网络建立的关联矩阵是 $n\times n$ 阶方阵，即 $\boldsymbol{M}=[m_{ij}]_{n\times n}$。$m_{ij}$ 为该矩阵中的元素，代表从 i 节点到 j 节点的连接关系，即用行标号表示始发节点，列标号表示目的节点。i 和 j 的取值范围为：$1,2,\cdots,n$。矩阵中 $n\times n$ 个元素 m_{ij} 的初始表达式按照如下定义得到：

当 $i=j$ 时，表示节点本身，则元素初始表达式为 $m_{ii}=1$；

当节点 i 到 j 方向无直接连接链路时，则元素初始表达式为 $m_{ij}=0$；

当 X_{ij} 为节点 i 到 j 方向的直接连接链路时，则元素初始表达式为 $m_{ij}=X_{ij}$；

当 $X_{ij1},X_{ij2},\cdots,X_{ijy}$ 等为节点 i 到 j 方向存在的多条并联直接连接链路时，则元素初始表达式为 $m_{ij}=X_{ij1}+X_{ij2}+\cdots+X_{ijy}$。

2.2.2 *对关联矩阵 $\boldsymbol{M}$ 进行变换运算*　每次变换运算算法都指定关联矩阵中的某一行作为参考，并且该行必须是以前没被指定过的。依据指定的参考行对矩阵中其它行所有元素进行变换运算，而参考行中各元素保持不变。进行一次矩阵变换运算所采取的方法、遵循的规则如下：

假设指定参考行为 k，对矩阵中其它行所有元素进行变换运算公式为

$$m'_{ij}=m_{ik}\cdot m_{kj}+m_{ij} \tag{1}$$

式中 m_{ik}，m_{kj}，m_{ij} 为变换前矩阵中的元素，m'_{ij} 为变换后矩阵中第 i 行第 j 列对应的元素。其中 $i,j=1,2,\cdots,n$；$i\neq k$。

式(1)是按照逻辑代数运算规则计算，并且在矩阵变换过程中要遵循逻辑化简原则，即在变换过程中必须利用逻辑公式简化元素 m'_{ij}，使之始终为最简“与或”逻辑表达式。

2.2.3 *路由的求出*　对于有 n 个节点的网络，算法需要做 n 次矩阵变换，即需要按照 2.2.2 节介绍的方法，在变换后的矩阵中再选择其它行作为参考继续变换，一直到关联矩阵所有的行都作为一次参考行完成变换为止。此时，矩阵中每一个元素位置上的“与或”逻辑表达形式，表示的就是行标号和列标号代表的节点间全部可能路由。式中每一个逻辑乘积项就是行列标号所示意的节点之间一条要寻找的路由，所有逻辑乘积项的集合就是行与列标号所示意的节点之间要寻找的全部传输路由。

2.3 路由算例

例 1　具有 5 条链路的桥式网络如图 1 所示。求网络中各节点之间的全部可能路由。

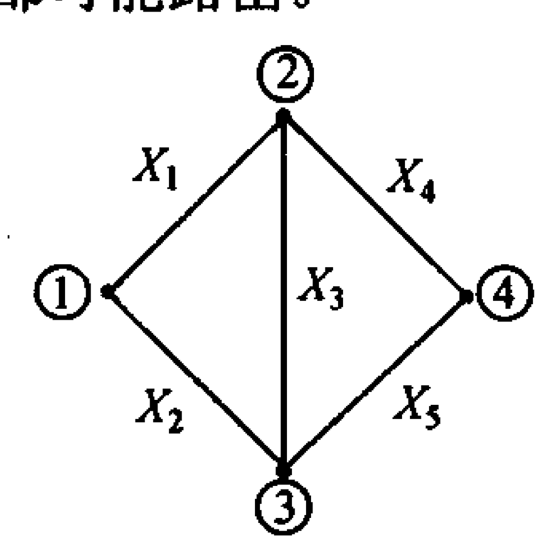

图 1　5 条链路的桥式网络

求解过程　关联矩阵 $\boldsymbol{M}$ 初始形式为

$$\boldsymbol{M}^0=\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}\begin{bmatrix} 1 & X_1 & X_2 & 0 \\ X_1 & 1 & X_3 & X_4 \\ X_2 & X_3 & 1 & X_5 \\ 0 & X_4 & X_5 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{array}{cccc} ① & ② & ③ & ④ \end{array}$$

其中，矩阵外侧的数字是为了说明问题方便而额外添加的节点示意标号，标号并不参与运算。

取第一行，即 $k=1$ 进行变换运算。矩阵变换后为

$$\boldsymbol{M}^1=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{bmatrix}1 & X_1 & X_2 & 0\\ X_1 & 1 & X_1X_2+X_3 & X_4\\ X_2 & X_2X_1+X_3 & 1 & X_5\\ 0 & X_4 & X_5 & 1\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cccc}① & ② & ③ & ④\end{array}\end{array}$$

然后取 k=2，矩阵变后为

$$\boldsymbol{M}^2=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{bmatrix}1 & X_1 & X_1X_3+X_2 & X_1X_4\\ X_1 & 1 & X_1X_2+X_3 & X_4\\ X_3X_1+X_2 & X_2X_1+X_3 & 1 & X_2X_1X_4+X_3X_4+X_5\\ X_4X_1 & X_4 & X_4X_1X_2+X_4X_3+X_5 & 1\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cccc}① & ② & ③ & ④\end{array}\end{array}$$

再取 k=3，矩阵变后为

$$\boldsymbol{M}^3=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{bmatrix}1 & X_2X_3+X_1 & X_1X_3+X_2 & X_1X_3X_5+X_2X_3X_4+X_2X_5+X_1X_4\\ X_3X_2+X_1 & 1 & X_1X_2+X_3 & X_1X_2X_5+X_3X_5+X_4\\ X_3X_1+X_2 & X_2X_1+X_3 & 1 & X_2X_1X_4+X_3X_4+X_5\\ X_5X_3X_1+X_4X_3X_2+X_5X_2+X_4X_1 & X_5X_2X_1+X_5X_3+X_4 & X_4X_1X_2+X_4X_3+X_5 & 1\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cccc}① & ② & ③ & ④\end{array}\end{array}$$

最后取 k=4，矩阵变后为

$$\boldsymbol{M}^4=\begin{array}{c}①\\②\\③\\④\\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{bmatrix}1 & X_2X_5X_4+X_2X_3+X_1 & X_1X_4X_5+X_1X_3+X_2 & X_1X_3X_5+X_2X_3X_4+X_2X_5+X_1X_4\\ X_4X_5X_2+X_3X_2+X_1 & 1 & X_4X_5+X_1X_2+X_3 & X_1X_2X_5+X_3X_5+X_4\\ X_5X_4X_1+X_3X_1+X_2 & X_5X_4+X_2X_1+X_3 & 1 & X_2X_1X_4+X_3X_4+X_5\\ X_5X_3X_1+X_4X_3X_2+X_5X_2+X_4X_1 & X_5X_2X_1+X_5X_3+X_4 & X_4X_1X_2+X_4X_3+X_5 & 1\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cccc}① & ② & ③ & ④\end{array}\end{array}$$

于是得到任意节点间全部路由。以①到④节点为例，其逻辑表达式为 $X_1X_3X_5+X_2X_3X_4+X_2X_5+X_1X_4$，即存在4条路由，分别为 $L_4=X_1X_3X_5$，$L_3=X_2X_3X_4$，$L_2=X_2X_5$，$L_1=X_1X_4$。其它各节点之间存在的路由，根据矩阵中的表达式可以很方便地列出，这里不再赘述。由结果可见，它包含了所有节点之间的全部路由，并且不存在闭环和冗余路由，符合通信传输规则和要求。需要说明的是，由于文章篇幅的限制，路由算法正确性的证明又过于冗长，所以笔者将在另外文章中进行详细介绍，本文仅用上述算例验证算法的正确性。

3 通信网络可靠性指标及其算法

3.1 总容量归一化加权可靠性指标

目前，对通信网可靠性研究已从单纯讨论连通可靠性测度，发展到研究网络连通性与业务需求综合考虑的性能指标。如果从宏观上把网络作为一个整体研究，其中“总容量归一化加权可靠性指标”更具有代表意义。假设网络有 n 个节点，且从 1 到 n 连续编号，则总容量归一化加权可靠性指标的定义式为

$$\mathrm{PI}=\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n}E[C_{ij}(s_{ij})]\Bigg/\left(\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n}C_{ij}(1)\right) \tag{2}$$

其中，PI 表示归一化总容量加权可靠性指标；$C_{ij}(1)$表示节点 i 到 j 之间所有链路均正常时的容量，即两节点之间能够通信的最大容量；$E[C_{ij}(s_{ij})]$表示节点 i 到 j 之间不交化网络状态所对应容量的数学期望值，其计算公式为

$$E[C_{ij}(s_{ij})]=\sum_{s_{ij}\in \mathrm{S}_{ij}}C_{ij}(s_{ij})\times P_{s_{ij}} \tag{3}$$

式中 S_{ij} 表示节点 i 到 j 之间的不交化网络状态集；$C_{ij}(s_{ij})$为节点 i 到 j 之间为某不交化网络状态 s_{ij} 时的容量；$P_{s_{ij}}$ 表示不交化网络状态 s_{ij} 出现的概率。$P_{s_{ij}}$ 按照以下规则和公式计算[5]。

$$\left.\begin{array}{l}X_i\leftrightarrow p_i,\ \overline{X}_i\leftrightarrow q_i\\ \text{布尔代数和}\leftrightarrow\text{算术和}\\ \text{布尔代数积}\leftrightarrow\text{算术积}\\ P_{s_{ij}}=\prod\limits_{i\in X_i}p_i\prod\limits_{i\in \overline{X}_i}q_i\end{array}\right\} \tag{4}$$

X_i 和 $\overline{X}_i$ 分别表示链路 i 正常和失效变量，p_i 和 q_i 为 i 表示链路正常和失效的概率，$q_i=1-p_i$。

总容量归一化加权可靠性指标是一个正面的指标(0≤PI≤1)，其值越大表明网络系统越可靠，说明网络系统按照设计容量要求能够真正实现信息传输的概率越大。

3.2 求取不交化网络状态集

应用布尔代数算法精确计算通信网络可靠性，需要得到

不交化网络状态集。在已知路由后可求解出不交化网络状态集，而不交化网络状态集并不是只有唯一的一种表示形式，但各种表示形式之间可以相互转换。由于篇幅所限本文不详细讨论各表示形式之间的关系和转换问题，只推荐一种实用计算方法，即借用逻辑代数最小项的概念，求与路由相关的不交化网络状态集。

最小项的概念为“在 n 个开关变量中，若 s_{ij} 为包含 n 个元素的乘积项，而且这 n 个元素均以原变量或反变量的形式在 s_{ij} 中出现且仅出现一次，则称 s_{ij} 为该组变量的一个最小项。”特点是任意两个最小项逻辑之积都为零，即最小项都是互不相交的，此时对应的概率事件则为独立的。

求不交化网络状态集计算步骤与规则如下：

(1) 对所有路由进行最小项变换。变换规则为任何路由表达式都应按照$(X_i+\bar{X}_i)$方式，逻辑乘上路由集之中出现但该路由乘积项表达式并没出现的链路变量，然后按逻辑代数运算规则进行“与或”表达式展开。表达式中每个逻辑乘积项就是一个最小项。

(2) 对所有路由变换出的最小项进行对照比较，找出所有不重复的最小项构成集合，这就是不交化网络状态集。

3.3 不交化网络状态容量的计算

不交化网络状态的容量按以下算法得到，计算步骤和规则如下：

(1)定义一个大小与网络链路个数相同的矢量 V, V 中的元素值按如下规则确定：

$$V=\begin{cases} C_i, & \text{链路是该网络状态的原变量 } X_i; \\ 0, & \text{链路是该网络状态的反变量 } \bar{X}_i。\end{cases}$$

(2) 明确该网络状态都属于哪些路由，即由哪些路由能得到该最小项。

(3) 对某一所属路由确定一个 C_j 值，作为能够从 V 中哪些相应某一个路由的元素中减掉而又不会使这些位置上出现负号的最大值。记录 C_j 并修改 V。

(4) 按照第(3)步寻找完该最小项所属的所有路由。并把记录的对应每个路由的 C_j 值进行累加，该结果就是要计算的容量。

3.4 可靠性指标的计算

计算步骤归纳如下：

(1) 按照第 2.2 节介绍的方法，求出网络各节点之间所有路由；(2) 按照第 3.2 节介绍的方法，求取最小项，得到各节点之间的不交化网络状态集；(3) 计算所有不交化网络状态的容量 $C_{ij}(s_{ij})$和最大容量 $C_{ij}(1)$，其中 $i,j=1,2,\cdots,n$, $i\neq j$; (4) 按照式(4)算出不交化网络状态集对应的 $P_{s_{ij}}$，再按照式(3)及式(2)得出可靠性指标 PI。

3.5 可靠性指标算例

例 2　通信网络如图 1 所示。假设各链路正常 p_i 和失效 q_i 概率相同，均为 p_i=0.9，q_i=0.1。各链路容量为$[C_1,C_2,C_3,C_4,C_5]$=[10,4,5,3,4]。求网络可靠性指标 PI。

求解过程

步骤 1　计算网络各节点之间所有路由　路由求解过程及结果详见例 1。

步骤 2　求取最小项得到各节点之间的不交化网络状态集　不交化网络状态集分为①到②节点、②到①节点、①到③节点、③到①节点、①到④节点、④到①节点、②到③节点、③到②节点、②到④节点、④到②节点、③到④节点、④到③节点等 12 种情况。由于计算过于冗长且方法相同，为了精简叙述，文中仅以求取①到④节点不交化网络状态集为例进行介绍，所以其它节点间不交化网络状态集的求解，以及与此相关的后续各步骤的计算只给出最后结果，在此恕不一一赘述。

以①到④节点间的路由 L_1 为例计算最小项得到

$$\begin{aligned} L_1=X_1X_4= {} & X_1X_4(X_2+\bar{X}_2)(X_3+\bar{X}_3)(X_5+\bar{X}_5)=X_1X_2X_3X_4X_5 \\ & +X_1\bar{X}_2X_3X_4X_5+X_1X_2\bar{X}_3X_4X_5+X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4X_5 \\ & +X_1X_2X_3X_4\bar{X}_5+X_1\bar{X}_2X_3X_4\bar{X}_5 \\ & +X_1X_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5+X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5 \end{aligned}$$

①到④节点之间的其它路由计算得到的最小项，可按规则自行推导。最后可得到①到④节点之间 16 种状态的不交化网络状态集，见表 1 所示。

其余节点之间不交化网络状态集含有的状态数量为①到②节点间、②到①节点间、②到④节点间、④到②节点间、③到④节点间、④到③节点间都为 21 种，①到③节点间和③到①节点间为 20 种，②到③节点间和③到②节点间为 24 种，④到①节点间 16 种。

表 1 节点①到④之间的不交化网络状态集及其容量值与概率表达式

序号	不交化网络状态	所属路由	容量	不交化网络状态概率表达式
1	$X_1X_2X_3X_4X_5$	$L_1L_2L_3L_4$	7	$p_1p_2p_3p_4p_5$
2	$X_1X_2X_3X_4X_5$	L_1L_4	7	$p_1q_2p_3p_4p_5$
3	$X_1X_2\bar{X}_3X_4X_5$	L_1L_2	7	$p_1p_2q_3p_4p_5$
4	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4X_5$	L_1	3	$p_1q_2q_3p_4p_5$
5	$X_1X_2X_3X_4\bar{X}_5$	L_1L_3	3	$p_1p_2p_3p_4q_5$
6	$X_1\bar{X}_2X_3X_4\bar{X}_5$	L_1	3	$p_1q_2p_3p_4q_5$
7	$X_1X_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5$	L_1	3	$p_1p_2q_3p_4q_5$
8	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5$	L_1	3	$p_1q_2q_3p_4q_5$
9	$\bar{X}_1X_2X_3X_4X_5$	L_2L_3	4	$q_1p_2p_3p_4p_5$
10	$\bar{X}_1X_2X_3X_4\bar{X}_5$	L_3	3	$q_1p_2p_3p_4q_5$
11	$X_1X_2X_3\bar{X}_4X_5$	L_2L_4	4	$p_1p_2p_3q_4p_5$
12	$X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4X_5$	L_4	4	$p_1q_2p_3q_4p_5$
13	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4X_5$	L_2	4	$q_1p_2q_3p_4p_5$
14	$\bar{X}_1X_2X_3\bar{X}_4X_5$	L_2	4	$q_1p_2p_3q_4p_5$
15	$X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4X_5$	L_2	4	$p_1p_2q_3q_4p_5$
16	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4X_5$	L_2	4	$q_1p_2q_3q_4p_5$

步骤 3　确定容量　以①到④节点之间的不交化网络状态“$X_1X_2X_3X_4X_5$”和“$X_1\bar{X}_2X_3X_4X_5$”为例计算，其它结果见表1。

“$X_1X_2X_3X_4X_5$”状态定义的矢量 V 为 V=[10,4,5,3,4]。该状态被所有4个路由共同所属，因此需确定4个 C_j 的值才能求出容量。

对 L_1 路由：应取 C_a=3，修改 V=[7,4,5,0,4]；对 L_2 路由：应取 C_b=0，V 不变；对 L_3 路由：应取 C_c=4，修改 V=[3,4,1,0,0]；对 L_4 路由：应取 C_d=0，V 不变。得该网络状态时容量 $C_{14}(s_{14(1)})= C_a+C_b+C_c+C_d=7$。由于此时网络的所有链路均正常，因此它也是①到④节点之间的最大容量，即 $C_{14}(1)=7$。

“$X_1\bar{X}_2X_3X_4X_5$”状态定义的矢量为 V=[10,0,5,3,4]。该状态为 L_1，L_4 两个路由所属，需确定两个 C_j 值。

对 L_1 路由：取 C_a=3，修改 V=[7,0,5,0,4]；对 L_4 路由：取 C_b=4，修改 V=[3,0,1,0,0]；得该状态时的容量 $C_{14}(s_{14(2)})=C_a+C_b=7$。

步骤 4　可靠性指标 PI 计算　参照表1按照式(4)和式(3)并赋予已知条件 p_i=0.9，q_i=0.1，得到①到④节点间的不交化网络状态所对应容量的数学期望值为 $E[C_{ij}(s_{ij})]=E[C_{14}(s_{14})]=5.98347$。

同理可以得到其余节点之间的不交化网络状态所对应容量的数学期望值，分别为 $E[C_{12}(s_{12})]=E[C_{21}(s_{21})]=12.4582$，$E[C_{13}(s_{13})]=E[C_{31}(s_{31})]=9.57456$，$E[C_{23}(s_{23})]=E[C_{32}(s_{32})]=10.76049$，$E[C_{24}(s_{24})]=E[C_{42}(s_{42})]=6.2316$，$E[C_{34}(s_{34})]=E[C_{43}(s_{43})]=6.2487$，$E[C_{41}(s_{41})]=5.98347$。

由于各节点之间的不交化网络状态集之中，必然会包含各链路均为正常情况的网络状态，因此在进行步骤3的计算过程中就会得到节点之间的最大容量 $C_{ij}(1)$，例如步骤3计算过程中得到①到④节点之间的最大容量 $C_{14}(1)=7$。其余节点之间最大容量分别为 $C_{12}(1)=C_{21}(1)=14$，$C_{13}(1)=C_{31}(1)=C_{23}(1)=C_{32}(1)=12$，$C_{24}(1)=C_{42}(1)=C_{34}(1)=C_{43}(1)=C_{41}(1)=7$。

根据式(2)得到总容量归一化加权可靠性指标为

$$\mathrm{PI}=\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n} E[C_{ij}(s_{ij})]\bigg/\left(\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n} C_{ij}(1)\right)=0.868763$$

该指标表明，在每条链路因失效而不能实现传输的概率均为0.1情况下，图1所示网络系统满负荷工作时能够真正实现信息的传输概率为86.8763%。

4　结束语

提出的网络路由新算法，适合分析无向、有向、无向有向交叉混合等各种类型和拓扑结构的通信网络。算法的规律性和目标性很强，运算一次即可得出网络所有节点之间的全部路由。算法不仅适合通信网可靠性的计算，而且只要赋予各链路表示符特定的权值，并按照路由表达式对各权值进行代数累加，然后逐一比较，完全可以替代 Dijkstra 或 Bellman-Floyd 算法得到最佳路径。该路由算法用于通信网络总容量归一化加权可靠性指标计算，使整个计算过程完全转化为具有很强规律性的代数或逻辑代数运算，所以非常容易系统地编写计算机程序。

推出的通信网络总容量归一化加权可靠性指标计算方法，由于实现了分析全过程的计算机程序化运算，所以解决了较大型网络分析计算的繁琐及复杂性。再者，它适合分析各种拓扑形式的通信网络，因此可以用对照比较的方法寻找最佳组网方案，在系统规划设计及宏观评价通信网络方面具有实用价值。算法不仅适用于判别一个网络的整体可靠性，而且还可以很方便地找出网络中对可靠性影响较大的关键链路，只要逐一指定某链路失效而其它链路均处于正常状态，比较各链路失效对指标影响的数值，就可得出哪条链路是关键链路的结论，这对网络的建设和维护具有指导意义。另外，对有容量或流量要求的网络，如输电网、交通网、城市供水供气等网络，本算法只要结合网络的具体要求稍加修改，可用于这些网络宏观可靠性指标的计算和评价，即该算法具有较广泛的实用性和参考加值。

参 考 文 献

[1] Aggarwal K K. Integration of reliability and capacity in performance of a telecommunication network. *IEEE Trans. on Reliability*, 1985, 34 (1): 184 – 186.

[2] Trstensky D, Bowron P. An alternative index for the reliability of telecommunication networks. *IEEE Trans. on Reliability*, 1984, 33(10): 343 – 345.

[3] Aggarwal K K. A fast algorithm for the performance index of a telecommunication network. *IEEE Trans. on Reliability*, 1988, 37 (1): 65 – 69.

[4] Rushdi Ali M. Performance indexes of a telecommunication network. *IEEE Trans. on Reliability*, 1988, 37 (1): 57 – 64.

[5] 刘普寅, 张维明. 通信网络可靠性研究中的数学问题[J]. 通信学报, 2000, 21(10): 50 – 56.

[6] 唐宝民, 王文鼐, 李标庆. 电信网技术基础[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2001: 89 – 97, 313 – 317.

[7] 闵应骅. 计算机网络路由研究综述[J]. 计算机学报, 2003, 26(6): 641 – 649.

[8] 马振华. 离散数学引导[M]. 北京: 清华大学出版社, 1993: 249 – 258.

[9] Tarjan R E. Depth first search and linear graph algorithms[A]. SIAMJ COMPUT[C]. 1972, 1: 146 – 160.

[10] 熊庆旭, 刘有恒. 基于网络状态之间关系的网络的可靠性分析. 通信学报, 1998, (3): 55 – 61.

戴伏生：　男，1963年生，硕士，副教授，主要研究方向为通信网与通信电子系统.

毛兴鹏：　男，1972年生，博士，副教授，主要研究方向为数字信号处理.