

一种新的复波恢复方法——FastICA

周成鹏, 柴晓冬

ZHOU Cheng-peng, CHAI Xiao-dong

安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039

The Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230039, China

E-mail: zhou1239@163.com

ZHOU Cheng-peng, CHAI Xiao-dong. New method of complex-wave retrieval——FastICA. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(27): 34-36.

Abstract: During the process of reconstruction of digital holography, some common methods such as diffraction and filtration are affected by the zero-order terms and the twin-image, so the loss of the amplitude and phase information of the complex-wave is unavoidable, and we can't retrieve the complex-wave effectively. This paper adopts the method of Fast Independent Component Analysis to retrieve the complex-wave. At the beginning, we can capture three frames of holograms of the same object as the observed signal, secondly, separate the information which only includes the amplitude and the phase from the observed signal by using the FastICA, the method can restrain the zero-order terms effectively. The method can better retrieve the amplitude and phase of the original complex-wave through the experiment even when there is a frequency spectrum mixture in the holograms.

Key words: digital holography; complex-wave retrieval; Fast Independent Component Analysis (FastICA); zero-order terms and twin-image

摘要:在进行数字全息重构过程中,常用的方法如衍射和滤波方法都会受到零级项和共轭项的影响,造成对复波的振幅和相位信息的损失,无法有效地恢复复波。提出一种基于快速独立分量分析(Fast Independent Component Analysis, FastICA)的方法来进行复波恢复,通过 CCD 获取同一物体的 3 幅干涉全息图来构成观测信号,然后用 FastICA 从被观测信号中分离出只包含复波振幅和相位的信息,从而有效抑制了零级项。实验结果表明,这种方法可以较好地恢复原复波的振幅和相位,在频谱混叠的情况下,能有效恢复原来复波信号。

关键词:数字全息;复波恢复;快速独立分量分析(FastICA);零级项和共轭项

文章编号:1002-8331(2007)27-0034-03 **文献标识码:**A **中图分类号:**0438

1 引言

在进行数字全息再现时,尽管利用离轴参考光方法已将几种衍射像在成像平面上分离,但其中零级像与共轭像造成干扰,尤其零级直透光干扰像占有绝大部分的光能量,使真实像暗淡不清晰,不宜于观察与测量。有一些针对消除零级像干扰的方法已经提出,其中基于相移技术的数字全息处理中,需要用到 4 幅位相相互垂直的参考光记录的全息图,在对其进行数字相加处理后再再现的结果中可以很好地消除零级像。从处理效果看,这种方法的去除效果并不理想,同时由于相移技术需要多次采集图像,增加了对环境稳定性和机械精度要求,同时增加测量手续^[12-14]。本文采用一种新方法——基于 FastICA 的复波恢复方法。

由 CCD 获取数字全息图是一种随机过程,即在 CCD 获取的同一物体的两帧以上的全息图中,其相位信息必然存在微小的差异。因此,这组全息图可分别看成是某些独立分量的线性组合,从而将信号处理中的独立分量分析法(ICA)用于数字全

息重构,即用快速独立分量分析方法处理混合的复波图像。ICA 处理的对象是一组相互统计独立的信号源经过线性组合而产生的混合信号,最终从混合信号中提取出各独立的信号分量,ICA 方法在统计独立意义下对混合信号进行分离显然比基于不相关性度量的传统方法效果更好。整个处理过程是在空域中进行的,分离出零级项 $|R(x,y)|^2$ 、 $|O(x,y)|^2$ 和只包含物波信息 $|R(x,y) \cdot O(x,y)| \cos(\theta_O - \theta_R)$ 的项,良好地保持了物波的振幅和相位信息。由于没有采用移频和滤波方法,因此在频谱混叠和包含噪声的情况下,也能较好恢复物波的振幅和相位信息。

2 独立分量分析法

独立分量分析(ICA, Independent Component Analysis)是近年来发展起来的一种新的信号处理技术。基本的 ICA 是指从多个源信号的线性混合信号中分离出源信号的技术,除了已知源信号是统计独立外,无其他先验知识。ICA 方法是基于信源之间的相互统计独立性,与传统的滤波方法和累加平均的方法相

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60572129);安徽大学首届硕士研究生创新计划基金。

作者简介:周成鹏(1982-), 硕士研究生, 主要研究方向:智能信息处理;柴晓冬(1962-), 教授, 硕士生导师, 主要研究方向:信号处理、三维显示。

比, ICA 方法在消除噪声的同时, 对其他信号的细节几乎没有破坏, 其去噪性也往往要比传统的滤波方法好得多。而且, 与基于特征分析如奇异值分解(SVD)、主分量分析(PCA)等传统信号分离方法相比, 独立分量分析(ICA)是基于高阶统计特性的分析方法, 在很多应用中, 对高阶统计特性的分析更符合实际。

ICA 问题可以简单描述为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{e} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ 为 n 个源信号构成的 n 维向量; $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为 m 维观测数据向量, 其元素是各个传感器得到的输出; $M \times N$ 维矩阵 \mathbf{A} 称为混合矩阵, 其元素表示信号的混合情况, \mathbf{e} 表示噪声向量。式(1)的含义是 n 个源信号通过混合得到 m 维观测数据向量。统计模型(1)称为独立分量分析(ICA)模型, 该模型描述了观测数据是如何由源信号 \mathbf{s} 混合而成的。源信号是隐藏变量, 不能直接观测到, 而且混合矩阵也是未知的。所有能观测到的数据是随机变量 \mathbf{x} , 所以必须估计出混合矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{s} 。

独立分量分析的起点是基于源信号 \mathbf{s} 是统计独立的, 同时是非高斯分布, 在估计出混合矩阵 \mathbf{A} 后, 需要计算混合矩阵 \mathbf{A} 的逆, 也就是分离矩阵 \mathbf{W} , 使得变换后的输出:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (2)$$

是源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 的拷贝或估计。

独立分量分析包括预处理和估算分离矩阵 \mathbf{W} 两部分, 下面以 3 幅混合图像分离来介绍 FastICA(图 1)。



图 1 3 幅源图像和混合后的图像

2.1 ICA 预处理^[10]

ICA 预处理包括去均值和白化两个部分, 对观测信号去均值的处理过程是从观测信号中减去信号的均值向量 $\mathbf{p} = E\{\mathbf{x}\}$, 使得观测信号成为零均值变量。这意味着 ICA 得到的源信号 \mathbf{s} 的估计 \mathbf{y} 也是零均值的。这种预处理方法只是为了简化 ICA 算法, 并不意味均值不能估计出来。用去均值数据估计分离矩阵 \mathbf{W} 后, 可以在源信号的估计 \mathbf{y} 加上均值, 此时所加的均值矢量为 $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{p}$, \mathbf{p} 为在预处理过程中减去的均值。

还有一个重要的预处理步骤是对观测信号进行白化处理。

白化后的分量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 是非相关的, 且为单位方差, 即满足:

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I} \quad (3)$$

标准 PCA(主分量分析)常用来做白化处理, 下面有 PCA 的白化算法:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{V}^T\mathbf{x} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{D}^{-1/2} = \text{diag}[d_1^{-1/2}, \dots, d_n^{-1/2}]$ 是 $n \times n$ 的对角矩阵, $\mathbf{V} = [c_1, \dots, c_n]$ 是 $m \times n$ 的矩阵, d_i 为观测信号的协方差矩阵 $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$ 的第 i 个特

征值, c_i 为对应的特征向量。容易验证 $E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I}$ 。由式(1)和(4)可以得到:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{V}^T\mathbf{A}\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} \quad (5)$$

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \tilde{\mathbf{A}}E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}\mathbf{A}^T = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{A}}^T \quad (6)$$

一般而言, ICA 算法使用白化处理后收敛更快, 能获得更好的稳定性(图 2)。

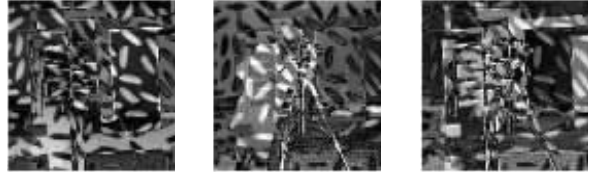


图 2 经过白化处理的混合图像

2.2 独立性判据

ICA 理论及分离算法的关键在于如何度量分离结果的独立性。本文介绍一种基于负熵的独立性判据。

由中心极限定理可知, 如一随机量 x 由许多相互独立的随机量之和组成, 只要各独立的随机量具有有限的均值和方差, 且不论各独立随机量为何种分布, 则 x 必接近高斯分布。由于图像信号一般为亚高斯信号, 但根据中心极限定理可以推断, 观测图像信号 x_i 较之源图像信号 s_i 更接近于高斯分布, 或者说, s_i 比 x_i 的非高斯性更强, 因此在分离过程中, 可监测分离结果间的相互独立性, 即当非高斯性度量达到最大时, 即表明已完成对各独立分量的分离^[9]。

对于一概率密度函数为 $p(y)$ 的随机量 y , 其负熵定义为:

$$Ng(y) = H(y_{\text{gauss}}) - H(y) \quad (7)$$

式中, y_{gauss} 是一个与 y 具有相同方差的高斯分布的随机量, $H(y)$ 为随机变量的信息熵:

$$H(y) = - \int p(y) \lg p(y) dy \quad (8)$$

根据信息理论, 具有相同方差的随机变量中, 高斯分布的随机变量具有最大的信息熵, 但非高斯性越强, 信息熵越小, 由式(8)可知, 当 y 具有高斯分布时, $Ng(y) = 0$, 且 y 的非高斯性越强, $Ng(y)$ 值越大。由于 $Ng(y)$ 难以直接计算, 使用基于最大熵原理的负熵近似:

$$Ng(y) \approx \sum_{i=1}^k k_i [E\{G_i(y)\} - E\{G_i(v)\}]^2 \quad (9)$$

其中, k_i 为一个正的常量, v 为零均值和单位方差的高斯变量, 函数 G_i 为非二次函数, 但式(9)的近似不精确, 因此使用只有一个非二次方程式 G 的负熵近似:

$$Ng(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (10)$$

此时 G 不会增长太快就可以得到鲁棒性更好的负熵估计。

2.3 快速独立分量分析

FastICA 算法是由芬兰赫尔辛基工业大学计算机及信息科学实验室提出并发展起来的, 该算法通过系统学习找到一个方向, 即单元矢量 \mathbf{w} , 使其投影 $\mathbf{w}^T\mathbf{x}$ 具有最大的非高斯性。此处非高斯性度量公式由式(10)给出。FastICA 是基于固定点迭代理论来寻找 $\mathbf{w}^T\mathbf{x}$ 的非高斯性最大值, 它每次从观测信号中分离一个独立分量, 是 ICA 的一种快速算法。这种分离过程是一个迭代逼近过程, 首先要进行白化处理, 去除混合图像中各个分量的相关性, 如图 2 所示, 变量 n 表示迭代步数, 令 $s_i^{(n)}$ 是 $s^{(n)}$ 中的

某一分量, $\tilde{w}(n)$ 为分离矩阵 $\tilde{w}_i(n)$ 中与 $s_i^{(n)}$ 对应的某一行向量, 即

$$s_i^{(n)} = \tilde{w}_i^T(n) \cdot \tilde{x} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

然后在分离过程中, 用式(10)所定义的目标函数对分离结果 $s_i^{(n)}$ 的非高斯性进行度量, 并对 $\tilde{w}_i(n)$ 进行调整。FastICA 算法的调整公式为:

$$\tilde{w}_i(n+1) = E\{\tilde{x}G'(\tilde{w}_i^T(n)\tilde{x})\} - E\{G''(\tilde{w}_i^T(n)\tilde{x})\}\tilde{w}_i(n) \quad (12)$$

若当相邻两次的 $\tilde{w}_i(n)$ 无变化或变化很小时, 即可认为 $s_i^{(n)} = s_i$, 则迭代过程结束。式(12)中的均值计算可通过时间平均获得。这里要注意的是: 每次迭代后, 都要对 $\tilde{w}_i(n)$ 进行归一化处理: $\tilde{w}_i(n) = \tilde{w}_i(n) / \|\tilde{w}_i(n)\|$, 以确保式(11)的分离结果具有能量。ICA 对于多个独立分量, 要每次提取一个独立分量后, 从观测信号中减去这个独立分量, 直至所有独立分量都完全分离。重复迭代可以得到混合矩阵 A 和分离矩阵 W :

$$w = \tilde{w}Q \quad (13)$$

其中 Q 是由式(4)得到的白化矩阵。对白化的图像图 2 进行分离, 可以看到效果还是很理想的图 3。



图 3 经过 FastICA 处理后的分离图像

3 数字全息图重构

干涉全息图是物波函数和参考光波函数的非线性组合, 虽然 ICA 目前只适应于信号的线性组合, 但基于 FastICA 的重构方法并非直接分离物波函数和参考光波函数, 而是分离其展开后的独立分量^[6]。以离轴 Fresnel 全息图为例, 设物波复振幅为: $O(x, y)e^{ib(x, y)}$; 参考光复振幅为: $R(x, y)e^{i\theta(x, y)}$, 则干涉全息图的强度为:

$$I = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + 2 \cdot O(x, y) \cdot R(x, y) \cdot \cos(\theta - \varphi) \quad (14)$$

式(14)由 3 项构成: $|R(x, y)|^2$ 和 $|O(x, y)|^2$ 构成零级项, $|R(x, y)| \cdot |O(x, y)| \cos(\theta - \varphi)$ 构成包含物波振幅和相位信息项, 只要能分离出 $|R(x, y)| \cdot |O(x, y)| \cos(\theta - \varphi)$, 就可以恢复物波的复振幅。

在干涉过程中, 由 CCD 获取的数字全息图是一种随机过程, 即在 CCD 获取的同一物体上的两帧以上的全息图中必然存在微小的差异。设在获取 3 张全息图的过程中, 全息图的强度和相位均存在微小的变化, 即 3 张全息图的强度分别为:

$$\begin{aligned} I_1 &= |k_1 \cdot O(x, y)e^{ib_1(x, y)} + k_2 \cdot R(x, y)e^{i\theta_1(x, y)}|^2 = \\ & k_1^2 |O(x, y)|^2 + k_2^2 |R(x, y)|^2 + 2 \cdot k_1 k_2 O(x, y) \cdot R(x, y) \cdot \cos(\alpha_1) \\ I_2 &= |k_3 \cdot O(x, y)e^{ib_2(x, y)} + k_4 \cdot R(x, y)e^{i\theta_2(x, y)}|^2 = \\ & k_3^2 |O(x, y)|^2 + k_4^2 |R(x, y)|^2 + 2 \cdot k_3 k_4 O(x, y) \cdot R(x, y) \cdot \cos(\alpha_2) \\ I_3 &= |k_5 \cdot O(x, y)e^{ib_3(x, y)} + k_6 \cdot R(x, y)e^{i\theta_3(x, y)}|^2 = \\ & k_5^2 |O(x, y)|^2 + k_6^2 |R(x, y)|^2 + 2 \cdot k_5 k_6 O(x, y) \cdot R(x, y) \cdot \cos(\alpha_3) \end{aligned}$$

上述 3 式中, $k_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 为变量, $\alpha_i (i=1, 2, 3)$ 是相位差, 且 $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3$, 则获取的 3 张全息图可分别看成是 $|R(x, y)|^2$ 、

$|O(x, y)|^2$ 、 $|R(x, y)| \cdot |O(x, y)| \cos(\theta - \varphi)$ 的线性组合。FastICA 处理的对象是一组相互统计独立的信号源经过线性组合而产生的混合信号, 最终从混合信号中提取出各独立的信号分量。许多实验已经证明, 在多幅全息图中, 零级项具有确定的统计独立性, 利用 FastICA 可以分离出 $|R(x, y)|^2$ 、 $|O(x, y)|^2$ 和 $|R(x, y)| \cdot |O(x, y)| \cos(\theta - \varphi)$ 独立分量。

图 4 是一个纯相位分布 $e^{ib(x, y)}$ 。设波长 $\lambda=450 \text{ nm}$, 全息图的大小为 $s=20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$, 入射参考光为平面波, 物波振幅和参考光振幅每次变化 $\pm 2\%$, 相位差变化 $\pm 1^\circ$, 记录 3 幅全息图。为了说明 FastICA 分离过程, 将全息图和分离后的独立分量变换到傅立叶频域中进行观察。图 5 是经过 FastICA 分离后的独立分量的频谱分布, 它是一对只包含物波信息的共轭频谱, 而无零级项频谱, 即 FastICA 方法有效分离出物波信号, 没有零级项, 并未对信号造成损失。

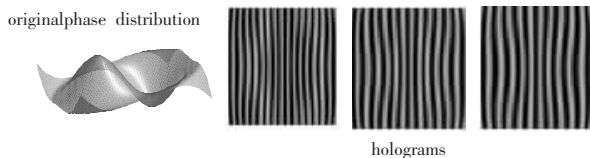


图 4 纯相位分布和其干涉图

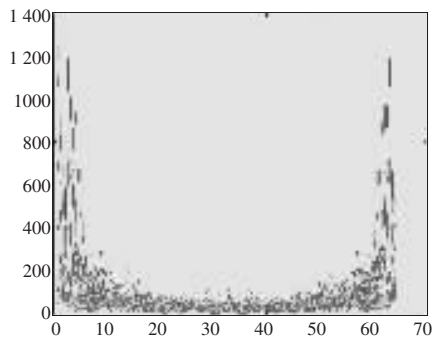


图 5 经过 FastICA 分离后的相位频谱

而由恢复的复波来进行全息重构就相对简单了, 对其进行相位展开就可以得到所要的相位图。图 6 即是复波的相位图和展开后的相位图。

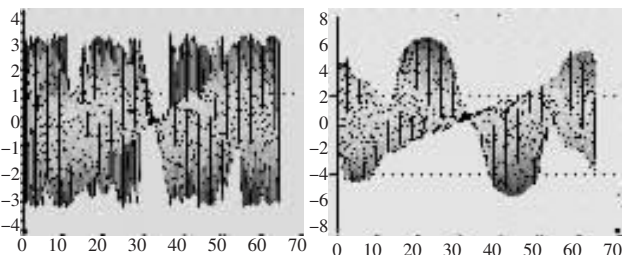


图 6 复波的相位图和展开后的相位图

4 结束语

本文采用了一种基于数字信号处理中的快速独立分量分析方法对数字全息重构中的复波进行恢复, 从理论和实验相结合的角度对这种方法进行了验证, 结果显示 FastICA 用于复波恢复还是比较理想的, 成功地抑制了零级项和共轭项对复波的影响, 而且没有造成数据损失, 是一种比较理想和可靠的方法。因为独立分量分析方法的研究还不是很成熟, 所以该算法还需要不断完善, 希望本文所讨论的内容能够引起读者对 FastICA 和数字全息的研究兴趣。(收稿日期: 2007 年 5 月)

(下转 90 页)