

激光烧蚀 RTI 不稳定性线性增长率和非线性行为的数值研究*

叶文华

(北京应用物理与计算数学研究所, 计算物理实验室, 北京8009信箱, 100088)

摘 要 给出了不同情况下多种波长的烧蚀瑞利-泰勒不稳定性线性增长率的二维计算结果, 并与 Takabe 公式和 Sanz 公式进行了比较, 最后给出了单模激光烧蚀 RTI 非线性发展行为的数值结果. 线性增长率的二维计算结果很好验证了 Sanz 公式, 表明 β 值应是 2, 不是 3. 当烧蚀速度较大或烧蚀面较宽时, 用 Takabe 公式估计的烧蚀 RTI 线性增长率与二维计算值明显不符.

关键词 瑞利-泰勒不稳定性 烧蚀致稳 流体不稳定性数值模拟
中图分类号 TN 241

当轻流体加速重流体时, 两流体界面是瑞利—泰勒不稳定的. 理解和控制瑞利—泰勒不稳定性 (RTI) 一直是惯性约束聚变的重要研究课题^[1,2]. 目前正在设计的直接驱动点火靶的关键问题之一, 是要准确估计激光烧蚀面的 RTI 增长^[3].

人们对烧蚀 RTI 的线性增长已进行了二十多年的研究. S. E. Border 较早地在烧蚀 RTI 的线性增长率公式中引入质量对流致稳的概念, 不久 J. D. Lindl 拟合二维数值模拟结果, 引入了密度梯度致稳效应^[4]. H. Takabe 拟合自洽线性本征值方程的计算结果, 得到了烧蚀 RTI 增长率的著名的 Takabe 公式^[5], 而后分别被利弗莫尔实验室和海军实验室的数值模拟结果所证实. Takabe 公式中含有两个拟合参数. 如果只是质量对流致稳, 则该公式中的拟合参数 β 应为 1, 而不该是 3. 对于 X 光烧蚀情况, 数值结果表明 β 在 1~3 之间^[1]. 最近激光烧蚀 RTI 实验结果表明 β 值大于 3^[3,6]. 近年 J. Sanz 采用区域渐进匹配的理论方法, 得到了烧蚀 RTI 线性增长率的 Sanz 公式, β 值为 2. 近年 R. Betti 求解五阶线性自洽本征值方程, 以及 Piriz 求解修改的尖锐边界模型方程^[7], 得到的 β 值也都为 2. 理论、数值和实验得到的 β 值明显不一致. 如何正确理解烧蚀致稳物理机制, 得到普遍承认的烧蚀 RTI 线性增长率公式, 是 ICF 研究的一个重要问题.

热传导烧蚀的 RTI 非线性发展对 ICF 研究具有重要意义. 由于烧蚀致稳的存在, 较短波长扰动的增长受到很大抑制, 因此烧蚀 RTI 的非线性行为与没有电子热传导烧蚀的经典 RTI 相比, 有很大的不同. 经典 RTI 的非线性发展行为已有不少的研究, 然而对于热传导烧蚀情况目前研究得较少.

1 数值模拟程序

激光烧蚀 RTI 数值模拟使用二维非均匀和活动网格的计算程序 EUL 2D^[8]. 该程序采用

* 国家 863 惯性约束聚变领域及青年基金资助课题
1997年1月20日收到原稿, 1998年6月18日收到修改稿.
叶文华, 男, 1959年6月出生, 硕士, 副研究员

分裂格式算法分开计算流体和热传导。流体计算采用六阶相位误差的 FCT (Flux-Corrected-Transport) 算法, 在均匀网格区达二阶精度^[9]。追踪烧蚀面并在其附近均匀密分网格, 网格宽度一般为 $0.25\mu\text{m}$, 密分网格区两边的网格逐渐放大, 但放大因子小于 1.1。在激光吸收区和电子热传导区保持合适的网格宽度。EUL2D 程序考虑激光的逆韧致吸收和临界面附近的共振吸收, 采用局域的 SH (Spitzer-Ham) 热传导公式, 并进行二维热传导限流, 限流因子一般取 0.05。为减少计算量, 数值模拟中采用理想气体状态方程, 全电离和单温近似。EUL2D 程序经过了认真的考核计算, 与 RTI 线性增长率的理论公式、美国 LASNEX 程序和 FAST2D 程序的计算结果, 以及日本大阪大学的实验结果, 都很好符合^[8]。

2 激光烧蚀 RTI 线性增长率的理论公式

现普遍承认的烧蚀 RTI 线性增长率公式为

$$\gamma = \alpha \sqrt{kg} - \beta k v_{\text{abl}}$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为扰动波长, g 为加速度, v_{abl} 为烧蚀速度, 定义为质量烧蚀速率除以靶峰值密度。上式表明扰动波长越短, 烧蚀速度越大, 则烧蚀致稳作用越强。H. Takabe 拟合一维自治线性本征值方程的计算结果, 得到拟合值 $\alpha = 0.9$, $\beta = 3$ 。

J. Sanz 采用区域渐进匹配法, 克服了以往解析模型中烧蚀面处边界条件的不确定性, 得到了烧蚀 RTI 线性增长率的 Sanz 公式, 其中

$$\alpha = \left\{ 1 - \frac{\rho_{\text{av}}}{\rho_{\alpha}} \frac{kl}{(kl)^{1/n}} \left[q_1 + \frac{q_3 - 0.3q_1^2}{(kl)^{1+n}} + 0.3 \frac{\rho_{\alpha} q_1}{\rho_{\text{av}} kl} \right] \right\}^{1/2}, \quad \beta = (1 + f_1 + q_2)/2$$

式中 ρ_{av} 是靶平均密度, ρ_{α} 是靶峰值密度; L 是冕区等效宽度。根据 Sanz 文章, 比值 $\rho_{\text{av}}/\rho_{\alpha}$ 等于 $2/5$ 。常数 q_1, q_2, q_3 分别等于 $0.6676, 2.0761$ 和 0.6068 , 来自动量对流。常数 f_1 等于 1.0266 , 来自质量对流。对于电子热传导烧蚀, $n = 5/2$, $l = (\rho R)_{\text{Target}}/\rho_{\text{av}} = (\rho R)_{\text{Target}}/(0.4\rho_{\alpha})$, 为靶等效厚度。以 q_1, q_2, q_3 和 f_1 的数值代入上式得到

$$\alpha = \left[1 - 0.4 \frac{kl}{(kl)^{0.4}} \left(0.6676 + \frac{0.4732}{(kl)^{0.4}} + \frac{0.5007}{kl} \right) \right]^{1/2}, \quad \beta = 2.05$$

α 因子主要来自热传导致稳, β 因子一半来自质量对流致稳, 一半来自动量对流致稳。 α 因子表明: 冕区宽度越小, 靶等效厚度越大, 扰动波长越短, 则热传导致稳作用越明显。冕区宽度小, 则烧蚀面热传导作用强; 靶峰值密度小, 则靶等效厚度大, 烧蚀面的 Atwood 数小; 扰动波长短, 则烧蚀面较弯曲, 烧蚀面的二维热传导效应大些。这些因素都增大烧蚀面处扰动的热传导致稳作用。

3 精确计算激光烧蚀 RTI 线性增长率, 与线性理论公式比较

先用一维程序计算至流体达稳态, 即烧蚀速度和加速度变化较缓慢, 再启动二维程序进行不稳定性计算。激光功率密度上升到峰值后维持不变。初始密度扰动加在烧蚀面附近的 10 个网格内。通过拟合线性增长时间段面密度 $\rho(x, z) dx$ 的基模富里叶系数, 得到烧蚀 RTI 的线性增长率。基模富里叶系数一般增长 1000 倍左右。在相同的线性增长时间段拟合一维计算结果得到靶的烧蚀速度和加速度。RTI 线性增长率的计算精度与加速度方向和垂直方向的一个波长内的网格数有关。我们的计算中一个波长内网格数在加速度方向一般大于 200, 在垂直方向一般大于 80, 使得 RTI 线性增长率的计算精度超过 97.5%^[10]。

我们精确计算了以下情况的激光烧蚀 RTI 线性增长率。入射激光波长分别为 $0.1, 0.35, 0.53$ 和 $1.06\mu\text{m}$ (d, c, b, a), 靶密度分别为 0.2 和 $1.0\text{g}/\text{cm}^3$ (e, c), 靶厚度分别为 20, 100 和

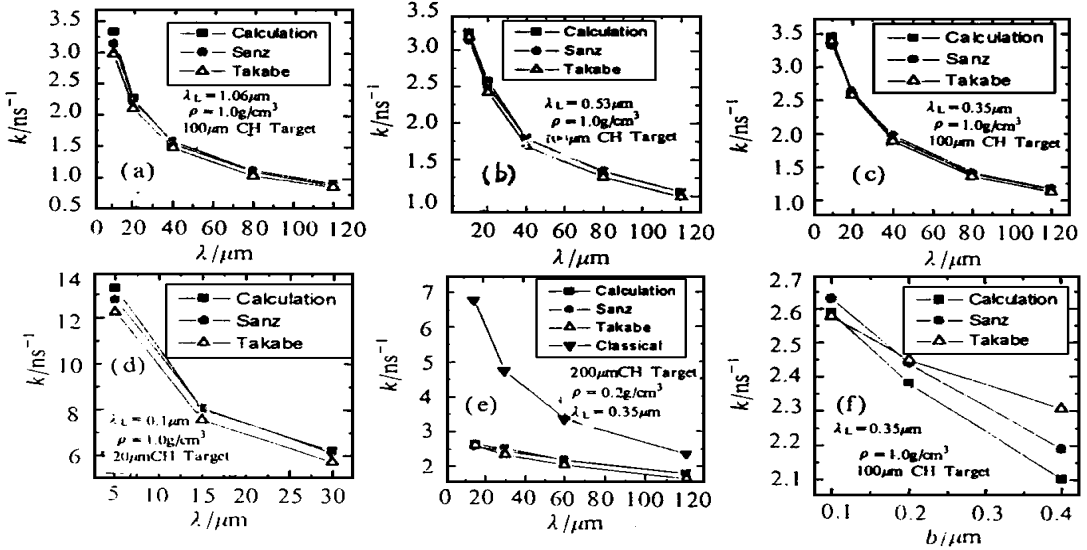


Fig. 1 Comparisons of laser ablative RTI linear growth rates among the 2D simulation, the Takabe formula and the Sanz formula

图1 不同情况各种波长的激光烧蚀RTI线性增长率k的二维计算值与Takabe公式和Sanz公式的比较

200 μm (d, c, e), 烧蚀面网格宽度分别为0.1、0.2和0.4 μm (f)。峰值激光功率都取为 $I_p = 3 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ 。当冕区宽度象J. Sanz 文章中取声速点的电子热传导特征长度时, 烧蚀RTI线性增长率的计算结果在长波长区与Sanz公式较好符合, 而在短波长区符合不好。当冕区宽度取临界面处的电子热传导特征长度时, 结果正好相反。我们发现: 当烧蚀面与声速点距离作为冕区宽度时, 二维计算的线性增长率与Sanz公式符合得相当好。不论激光波长怎样变化, 不论是厚靶还是薄靶, 密度是1或0.2, 甚至不同的烧蚀面网格宽度, 相对误差都小于5%, 多数小于3%。除了宽网格情况外, Takabe公式得到的线性增长率都比二维计算的小, 原因是Takabe公式中 β 值为3, 增大了致稳作用, 而目前理论分析结果都表明 β 值为2。Takabe公式与二维计算值符合程度比Sanz公式差些, 特别当烧蚀速度较大时, 如激光波长较短(d)或靶密度较低(e)情况, Takabe公式与二维计算值符合较差, 相对误差近10%。Sanz公式中 α 是一个缓变函数, 其值对于长波长扰动, 大于0.9; 对于短波长扰动, 小于0.9, 因此Takabe公式中 α 值取0.9, 大致取了平均值。不同情况的二维计算结果很好验证了Sanz公式, 表明 β 值为2, 不是3。

靶峰值密度是烧蚀致稳最敏感的参数。靶峰值密度变低, 一方面靶等效厚度变大, 则热传导致稳作用增强; 另一方面, 烧蚀速度变大, 质量和动量对流致稳作用也增强。靶初始密度从 $\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 降到 $\rho = 0.2 \text{ g/cm}^3$, 烧蚀速度增大了七倍, 产生了很强的烧蚀致稳。小于60 μm 的扰动波长的线性增长率降到了经典增长率的65%以下, 长波长扰动也有很大的致稳。可见采用低密度烧蚀靶, 能有效降低烧蚀RTI的线性增长率, 减弱烧蚀RTI的破坏作用。然而低密度烧蚀靶不利于DT燃料的高压缩。因此设计内爆靶丸时必须权衡利弊。

数值扩散也是一种致稳作用。烧蚀面网格宽度变大, 则数值扩散也变大, 线性增长率的计算精度降低。烧蚀面网格宽度为0.4 μm , 计算的线性增长率比网格宽度为0.1 μm 的减小20%以上。过大的数值扩散会磨平烧蚀不稳定性的增长, 因此在烧蚀面附近必须采用高精度格式并细分网格, 以减少数值扩散。数值扩散的增大除了降低靶峰值密度外, 也增大了烧蚀面的宽度。

Takabe 公式没有考虑密度梯度致稳效应, 所以网格越宽, 二维计算结果与 Takabe 公式越不符合。为精确计算线性增长率, 数值扩散引起的烧蚀面拉宽要明显小于烧蚀面的真实宽度。Takabe 公式和 Sanz 公式都是在局域电子热传导近似下得到的, 而快电子预热和高能 X 光预热能明显拉宽烧蚀面, 引起较大的密度梯度致稳, 这时仍用 Takabe 公式或 Sanz 公式来估计烧蚀 RTI 线性增长率, 则会产生较大的偏差。

图2为二维计算的烧蚀面波峰处等压线, 激光从右方入射。扭曲的烧蚀面的波峰迎面对着激光吸收区, 因此温度梯度比波谷处陡些, 从而传入的热流比波谷处大些。波峰处热流的增大导致压力的增大, 减慢了波峰处重流体向轻流体的侵入速度; 反之波谷处热流的减小导致压力的减小, 减慢了波谷处轻流体向重流体的侵入速度。我们称这种致稳为热传导致稳, 它是多维热传导效应引起的。图2 波峰处压力明显增大, 抑制了烧蚀 RTI 的增长。

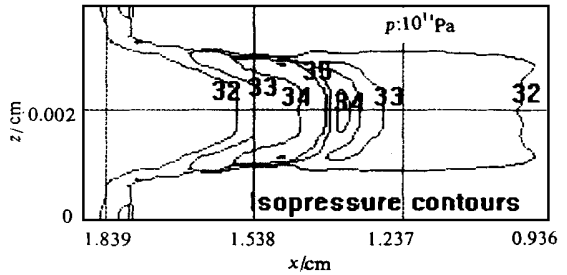


Fig. 2 Isopressure contours of the convex part of the rippled ablative surface. It shows the pressure amplification at the tip of the convex part

图2 扰动烧蚀面波峰处的等压线, 在波峰顶端出现压力放大

4 单模非线性 RTI 数值研究

图3是物理空间非线性 RTI 的气泡(bubble)和尖顶(spike)结构(二维空间的等密度线)。激光烧蚀热传导计算采用日本 O saka 大学激光烧蚀 RTI 实验的参数^[8]: 25 μm CH 靶, 初始扰动振幅3 μm , 扰动波长100 μm , $\lambda = 0.53\mu\text{m}$, $I_p = 2 \times 10^{14} \text{W}/\text{cm}^2$ 。无热传导计算取峰值激光功率密度后 1ns 时刻的靶密度分布, 加上与激光烧蚀等效的加速度。图4是面密度 $\rho(x, z) dx$ 在富氏空间的1~ 10阶(对应图中的B~ K)富里叶模振幅随时间的变化。无热传导情况: 尖顶头部有

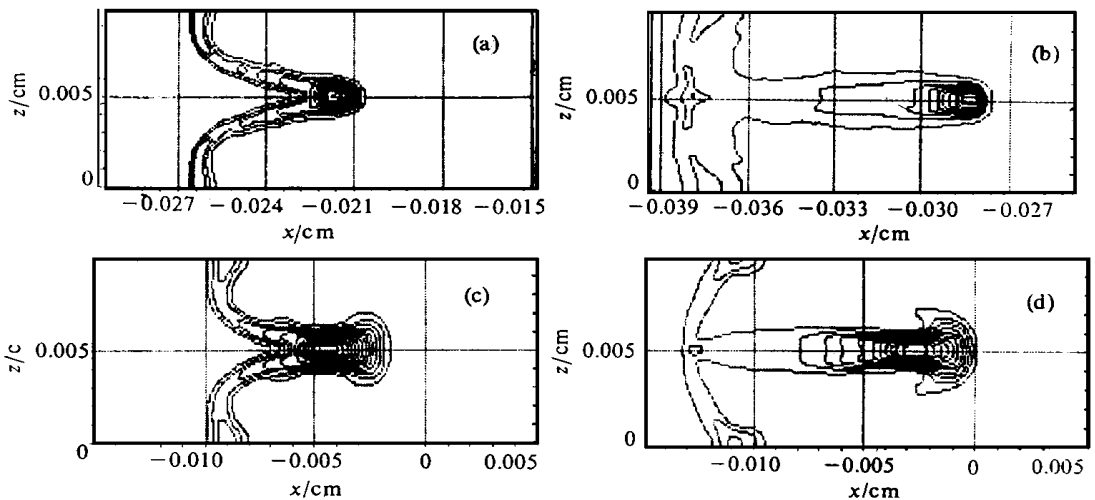


Fig. 3 Comparison of behavior of nonlinear RTI evolution with (a and b) and without (c and d) electron conduction

图3 有无热传导情况激光烧蚀 RTI 非线性发展行为的比较。a 和 b: 有热传导; c 和 d: 无热传导

明显的 Kelvin- Helmholtz (KH) 卷曲, 除基模外, 高阶模在线性阶段也稳步增长, 当一阶模在 4.5 ns 完全饱和后, 所有模都进入杂乱无章的湍流振荡阶段, 出现初始状态的记忆忘却。有热传导情况: 由于纵向和横向电子热传导的烧蚀, 尖顶头部较光滑, 高阶模很容易饱和, 较早进入振幅振荡状态, 低阶模振幅增长有所减慢, 后期低阶模不出现初始状态的记忆忘却, 低阶模在不稳定性非线性发展中起主导作用, 与高阶模的耦合不如无热传导情况的强。

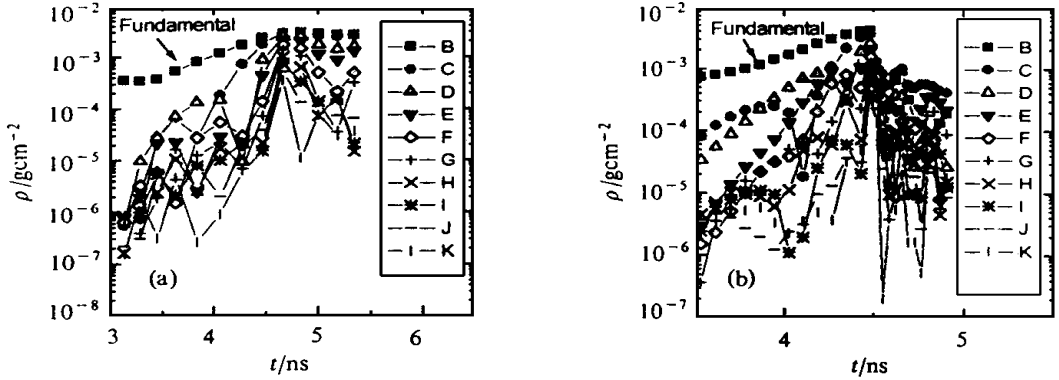


Fig 4 Temporal profiles of Fourier mode amplitudes with (a) and without (b) electron conduction

图4 有无电子热传导的富里叶模振幅随时间的变化。a: 有热传导; b: 无热传导

5 结论

精确计算了多种情况的激光烧蚀 RT I 线性增长率, 较好验证了 Sanz 公式, 发现该公式中的冕区宽度应取烧蚀面和声速点的距离, 对热传导致稳作用有了一定认识。数值模拟结果表明低密度靶能有效降低烧蚀 RT I 的增长, 数值扩散对烧蚀 RT I 线性增长率的计算结果有重要影响。有无热传导的单模 RT I 非线性发展行为存在明显差异, 有热传导情况尖顶头部较光滑, 低阶模在非线性发展中起主导作用, 高阶模容易饱和。线性增长率的二维计算结果很好验证了 Sanz 公式, 表明 β 值应是 2, 不是 3。当烧蚀速度较大或烧蚀面较宽时, 用 Takabe 公式估计的烧蚀 RT I 线性增长率与二维计算值明显不符。

参考文献

- 1 Lindl J. *Phys Plasmas*, 1995, 2(11): 3933
- 2 Mina K, et al *Phys Plasmas*, 1996, 3(5): 2077; Watt R G, et al *Phys Plasmas*, 1997, 4(5): 1389
- 3 Glendinning S G, et al *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 3318
- 4 Bodner S *Phys Rev Lett*, 1974, 33: 761; Lindl J, et al *Phys Rev Lett*, 1975, 34: 1273
- 5 Takabe H, et al *Phys Fluids*, 1983, 26: 2299; *Phys Fluids*, 1985, 28: 3676
- 6 Shigenori K, et al *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 250
- 7 Sanz J. *Phys Rev Lett*, 1994, 73: 2700; Sanz J. *Phys Rev E*, 1996, 53: 4026; Betti R, et al *Phys Plasmas*, 1996, 3: 2122; Piriz A R, et al *Phys Plasmas*, 1997, 4(4): 1117
- 8 叶文华, 张维岩, 陈光南 强激光与粒子束, 1998, 10(3): 403~ 408
- 9 叶文华, 张维岩, 陈光南 计算物理, 1998, 15(3): 277
- 10 A tzeni S *Nuclear Fusion*, 1996, 36(1): 69; Ofer D, et al *Phys Plasmas*, 1996, 3(8): 3073

NUMERICAL STUDIES OF LINEAR GROWTH RATES AND NONLINEAR EVOLUTION OF LASER ABLATIVE RAYLEIGH-TAYLOR INSTABILITY

Ye Wenhua

*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics,
Laboratory of Computational Physics, P. O. Box 8009, Beijing 100088*

ABSTRACT Linear RTI growth rates simulated by EUL2D at various cases with different perturbation wavelengths are given, and are compared with Takabe formula and Sanz formula. Numerical results of single mode nonlinear RTI evolution with and without electron conduction are compared. 2D simulated results of linear RTI growth rates are quite good agreement with the Sanz formula. The Takabe formula is not agreements with 2D simulations at larger ablative velocity or wider ablative surface.

KEY WORDS Rayleigh-Taylor instability, ablative stabilization, numerical simulation of hydrodynamic instability