

结构 - 地基动力相互作用时域数值分析的 显 - 隐式分区异步长递归算法

陈健云^{1,2}, 李建波^{1,2}, 林 皋^{1,2}, 马秀平²

(1. 大连理工大学 海岸与近海国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学 土木水利学院工程抗震研究所, 辽宁 大连 116024)

摘要: 动力相互作用时域数值分析的精度与效率是面向大规模工程问题解决的重要问题。在阻尼溶剂抽取法模拟地基无限域动力性质的基础上, 提出并发展了结构 - 地基动力相互作用时域数值分析的显 - 隐式分区异步长递归算法, 分别在结构、地基分区计算中进行大步长隐式与小步长显式求解, 而且采用预报 - 校正显式积分与 Newmark 隐式积分, 具有相同的运动量数值积分假定, 可自然满足分区交界面位移协调性条件。在满足工程精度要求的条件下, 分区异步长显 - 隐式求解算法使动力相互作用时域数值计算效率较传统小步长显式积分算法得到大幅度提高, 可明显促进阻尼溶剂抽取法在大规模工程问题分析中的应用。并就积分时间步长、结构 - 地基交界面异步长内插格式及位移协调性关系对结构动力响应的影响进行数值对比研究, 可为具体计算中的参数选择提供依据。

关键词: 基础工程; 结构 - 地基动力相互作用; 分区递归时域算法; 阻尼溶剂抽取法; 分区异步长; 时域数值算法

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2007)12 - 2481 - 07

A SUB-REGIONAL EXPLICIT-IMPLICIT RECURSIVE METHOD WITH MIXED STEP-SIZE STRATEGY IN TIME DOMAIN FOR DYNAMIC STRUCTURE-FOUNDATION INTERACTION ANALYSIS

CHEN Jianyun^{1,2}, LI Jianbo^{1,2}, LIN Gao^{1,2}, MA Xiuping²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. Earthquake Engineering Research Division, School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: To satisfy the requirement of large engineering problems, evaluation efficiency and accuracy have played important roles in the application of time-domain numerical solution. Based on the damping solvent extraction method(DSEM), a new sub-regional explicit-implicit recursive method with mixed step-size strategy in time domain is proposed to cope with the numerical analysis of dynamic structure-foundation interaction, which can alternatively apply implicit and explicit integral algorithms with different time steps to the computations of structure region and soil region. This method is convenient to combine the numerical advantages of big calculated time steps in implicit numerical integration and wide applicability for explicit integration. According to the same displacement interpolation relations in single time step for the explicit prediction-correction and implicit Newmark- β integral arithmetic, the deformation compatibility on the interface between structure and soil region can also be naturally guaranteed. Finally, key influential factors for the implementation, such as integral time step and various displacement interpolations on the interface, are also numerically discussed in the detailed practical

收稿日期: 2007 - 04 - 04; 修回日期: 2007 - 07 - 25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50578032, 90510018); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET - 06 - 0270)

作者简介: 陈健云(1969 -), 男, 博士, 1991年毕业于大连理工大学计算力学专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事结构的抗震安全评价方面的教学与研究工作。E-mail: ceerd001@dlut.edu.cn

application, which shows that the new proposed method can efficiently improve the evaluation efficiency under the condition of satisfying engineering accuracy well.

Key words: foundation engineering; dynamic structure-foundation interaction; sub-regional time domain reciprocal algorithm; damping solvent extraction method(DSEM); sub-regional multiple step-size; time-domain numerical algorithm

1 引言

因适于考虑动力系统在结构破坏阶段的非线性力学特征,并能提供结构与无限地基完备的瞬时响应,动力相互作用的完全时域数值分析日渐成为一个重要的研究领域^[1-9],并在大型建筑物的地震响应分析中发挥着重要作用。目前为止,描述无限域地基动力性质的时域数值模型种类很多,如透射边界^[5]、无穷元^[8]、边界元法^[7]等。其中,李建波等^[9, 10]提出的基于阻尼溶剂抽取法的逐步积分求解模式的地基交界面力的时域数值算法,因适于考虑近场土体非均质及不规则的场地外边界条件,计算精度不受波入射方向的影响而具有较好的应用前景。进而以时域子结构模式与结构动力方程联立进行整体求解。该过程中,为适应大规模工程问题分析,算法精度与效率是关心的重点。

一般来说,由于结构的动力响应通常以低频成分为主,从而使动力响应时域尺度通常远大于波传播时域尺度,因而从计算精度考虑,可采用较大时间步长的隐式积分算法。但对于地基交界面作用力的逐步数值求解,由于地基计算区域远边界及交界面近边界对波动传播的多边界复杂因素影响,使Newmark等传统隐式积分算法即使在极小步长情况下也很难保证求解的有效收敛,因此李建波等^[9, 10]提出采用状态空间内的精细积分算法^[11]来求解地基作用力,可以保证数值解的收敛性,然而精细积分方法在实现过程中会加倍变量维数及中间矩阵阶数,即一般的 $n \times n$ 阶变为 $(2n) \times (2n)$ 阶,明显地加大了计算量,形成大规模结构-地基动力相互作用问题分析的瓶颈,不利于工程实践所采用。

就以上问题,经过试算发现,采用简单的预报-校正显式积分算法^[12]进行场地动力方程的数值求解,在小步长增量的条件下,一定程度上可以满足工程计算需要的收敛性及精度要求,且大大简化了程序实现的难度,适宜大规模工程问题的求解。简单的显式积分算法在求解波动问题方面有一定的收敛优势,这也为其他相关波动研究所验证,如动接触中的高频波动等^[7]。在此基础上,本文首次提出了阻尼抽取法的时域显-隐式分区算法,即结构区

域计算采用隐式积分算法,而地基区域的交界面作用力求解采用显式积分算法。

预报-校正显式积分算法单步计算量不大且便于程序的实现,适用于复杂问题的简单化求解,但小步长时间增量的选择是保证此算法收敛性及精度的必要条件。如此,若地基和结构两部分的计算均采用地基动力计算要求的较小时间步长(实际工程中,一般取为 5×10^{-4} s),则整体系统的动力相互作用数值分析,由于结构一侧的隐式积分求解,将使计算总量同样惊人,因此考虑在结构与地基两侧的计算中采用不同的时间步长,即分区异步长算法,这为结构-地基动力相互作用的时域数值分析开辟了一个新的视野。在此基础上,文中就其实现过程中时间步长选择、时间段异步长内插格式及交界面协调性条件等多因素进行数值分析。

2 基于阻尼抽取法的时域分区逐步递归算法

如图1所示,动力相互作用主要包括结构与无限地基两方面因素。在考虑地基弹性及辐射阻尼影响的基础上,描述结构非线性力学性质的系统动力方程可表达如下:

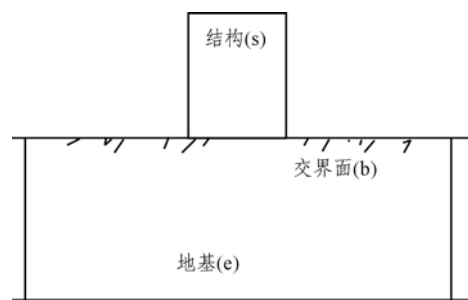


图1 结构-地基相互作用示意图

Fig.1 Sketch of structure-foundation interaction

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii} & \\ & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_i(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_b(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_i(t) \\ \mathbf{P}_b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{R}_b(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_b(t) = \int \mathbf{S}_{bb}^g(t-\tau) \mathbf{u}_b(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_b(t) = \mathbf{u}_b^t(t) - \mathbf{u}_b^g(t) \quad (3)$$

式中:上标“t”表示绝对总体运动,“g”表示输入

的散射场地基运动; 下标 “i” 表示结构内部节点; “b” 表示结构-地基交界面节点; $\mathbf{P}(t)$ 为 t 时刻结构变位对应的非线性等效节点力; $\mathbf{R}_b(t)$ 为结构与地基无限域交界面处的相互作用力, 是地基无限域具体作用的主要体现。式(1)适于各种形态的体波与面波激励情况。

从式(2)可看出, 只要确定了散射场地基的动阻抗 $\mathbf{S}_{bb}^s(t)$ 及交界面位置的地基散射场运动 $\mathbf{u}_b^s(t)$, 相互作用系统总外载即可获得。但时域分析中, 其往往以褶积分的形式出现。虽然在原理上该方式是精确的, 但应用脉冲响应矩阵去计算地基边界上的相互作用力, 代价是极大的。该过程中, 某时刻的作用力既与当前时刻的地基变位有关, 而且耦合了此前所有时刻的交界面作用力与变位历史, 使算法的复杂性和求解计算量大幅度增加。

针对这一问题, 李建波等^[9]从阻尼溶剂抽取法基本原理出发, 给出了由地基有限域计算相应无限域交界面作用力的非耦合表达式, 并针对动力相互作用分析, 提出了逐步积分格式的结构-地基分区递归时域算法, 避免了上述的 $\mathbf{S}_{bb}^s(t)$ 求解及褶积分计算, 简述如下。

针对地基计算有限域, 定义如下矩阵符号:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{M} \\ \bar{\mathbf{C}} &= \mathbf{C} + 2\zeta \mathbf{M} \\ \bar{\mathbf{K}} &= \mathbf{K} + \zeta^2 \mathbf{M} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: \mathbf{K} , \mathbf{M} , \mathbf{C} 分别为地基有限域计算区域的刚度、质量及阻尼阵; ζ 为该地基计算域附加节点阻尼系数, 具体取值可参考李建波等^[9]的研究。与式(1)相对应, 结构-地基无限域系统的总体动力方程以矩阵形式可表达如下:

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{M}_{ss}^s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bb}^* \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\mathbf{u}}_s^t \\ \ddot{\mathbf{u}}_b^t \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} \mathbf{C}_{ss}^s & \mathbf{C}_{sb}^s \\ \mathbf{C}_{bs}^s & \mathbf{C}_{bb}^* \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{\mathbf{u}}_s^t \\ \dot{\mathbf{u}}_b^t \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K}_{ss}^s & \mathbf{K}_{sb}^s \\ \mathbf{K}_{bs}^s & \mathbf{K}_{bb}^* \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{u}_s^t \\ \mathbf{u}_b^t \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_b \end{array} \right\} \quad (5a)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_{bb}^* &= \mathbf{K}_{bb} + \bar{\mathbf{K}}_{bb} - \zeta \bar{\mathbf{C}}_{bb} \\ \mathbf{M}_{bb}^* &= \mathbf{M}_{bb} + \bar{\mathbf{M}}_{bb} \\ \mathbf{C}_{bb}^* &= \mathbf{C}_{bb} + \bar{\mathbf{C}}_{bb} - 2\zeta \bar{\mathbf{M}}_{bb} \\ \mathbf{R}_b &= \bar{\mathbf{M}}_{bb} \ddot{\mathbf{u}}_b + (\bar{\mathbf{C}}_{bb} - 2\zeta \bar{\mathbf{M}}_{bb}) \dot{\mathbf{u}}_b + (\bar{\mathbf{K}}_{bb} - \zeta \bar{\mathbf{C}}_{bb}) \mathbf{u}_b + \bar{\mathbf{K}}_{bm} (\mathbf{u}_m + \zeta \mathbf{v}_m) \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

式中: 下标 “b”, “m” 和 “s” 分别表示交界面节

点、地基和结构内部节点。参考式(3)所描述的关系, 则 \mathbf{u}_b^s 为输入的散射场地基运动。式(5b)中, 与交界面输入 $\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_b^i - \mathbf{u}_b^s$ 相对应, \mathbf{u}_m , \mathbf{v}_m 的具体求解如下:

$$\bar{\mathbf{M}}_{mm} \ddot{\mathbf{u}}_m + \bar{\mathbf{C}}_{mm} \dot{\mathbf{u}}_m + \bar{\mathbf{K}}_{mm} \mathbf{u}_m = -\bar{\mathbf{K}}_{mb} \mathbf{u}_b - \bar{\mathbf{C}}_{mb} \dot{\mathbf{u}}_b \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{mm} \ddot{\mathbf{v}}_m + \bar{\mathbf{C}}_{mm} \dot{\mathbf{v}}_m + \bar{\mathbf{K}}_{mm} \mathbf{v}_m = 2\bar{\mathbf{M}}_{mm} \dot{\mathbf{u}}_m + \bar{\mathbf{C}}_{mm} \mathbf{u}_m - \bar{\mathbf{C}}_{mb} \mathbf{u}_m \quad (7)$$

进而, 可按分区逐步递归模型来数值求解结构的动力响应。

3 动力相互作用显-隐式分区异步长的逐步求解模式

3.1 预报-校正显式数值积分算法

结构在 $t + dt$ 时刻的动力平衡方程可表达为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^{t+dt} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}^{t+dt} + \mathbf{K} \mathbf{u}^{t+dt} = \mathbf{F}^{t+dt} \quad (8)$$

仍采用Newmark算法关于位移、速度及加速度在单步长内的数值积分假定:

$$\mathbf{u}^{t+dt} = \tilde{\mathbf{u}}^{t+dt} + (dt)^2 \eta \ddot{\mathbf{u}}^{t+dt} \quad (9a)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^{t+dt} = \tilde{\dot{\mathbf{u}}}^{t+dt} + \gamma \dot{\mathbf{u}}^{t+dt} dt \quad (9b)$$

其中,

$$\tilde{\mathbf{u}}^{t+dt} = \mathbf{u}^t + \dot{\mathbf{u}}^t dt + (dt)^2 (1-2\eta) \ddot{\mathbf{u}}^t / 2 \quad (10a)$$

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}^{t+dt} = \dot{\mathbf{u}}^t + (1-\gamma) \ddot{\mathbf{u}}^t dt \quad (10b)$$

式中: γ , η 均为积分常数; $\tilde{\mathbf{u}}^{t+dt}$, $\tilde{\dot{\mathbf{u}}}^{t+dt}$ 分别为积分步长内由初始时刻 t 的加速度值获得的 $t+dt$ 时刻的位移与速度的预报值。进而, 基于该预报值, 将式(8)改写为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^{t+dt} + \mathbf{C} \tilde{\dot{\mathbf{u}}}^{t+dt} + \mathbf{K} \tilde{\mathbf{u}}^{t+dt} = \mathbf{F}^{t+dt} \quad (11)$$

将式(10)代入式(11), 并利用集中质量模型, 可以显式地给出 $t+dt$ 时刻的加速度响应 $\ddot{\mathbf{u}}^{t+dt}$:

$$\ddot{\mathbf{u}}^{t+dt} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}^t - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} [\dot{\mathbf{u}}^t + (1-\gamma) \ddot{\mathbf{u}}^t dt] - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} [\mathbf{u}^t + \dot{\mathbf{u}}^t dt + (dt)^2 (0.5-\eta) \ddot{\mathbf{u}}^t] \quad (12)$$

再利用式(9), 可求得 $t+dt$ 时刻对应的剩余未知响应 \mathbf{u}^{t+dt} 和 $\dot{\mathbf{u}}^{t+dt}$ 。由于在平衡方程式(11)中采用了初始加速度的预报速度值和预报位移值, 所以采用较小的积分步长增量是保证算法求解收敛性的一个必要条件。

3.2 相互作用动力方程的隐-显式分区求解模式

在各类动力方程的时域数值求解中, 隐式算法数值稳定性较好, 允许较大的时间步长, 但当计算网格增加, 步长减小, 数据存储量增大时, 矩阵求解负担也相应地迅速增加; 而显式算法在单步内的计算量明显较短, 所需的数据存储量也少, 但积分

步长必须足够小，才能满足积分稳定性要求。不难看出，在较大规模的动力相互作用工程问题求解中，若采用以上某种单一算法，可能存在隐式不适用而显示积分的时间步长又过小等问题，因此，需要能够兼顾两种算法各自优点的数值积分方法，即显 - 隐式耦合算法，来克服这些困难。

显 - 隐式求解算法中，往往是将计算模型先分为显式和隐式两个独立积分区域，在各区域内算法稳定性保留了未耦合时的隐式和显式算法的稳定性。地基区域采用预报 - 校正的显式积分算法，而结构区域的常规动力响应则采用隐式的Newmark积分算法。显然，基于单步长内预报 - 校正和Newmark算法关于位移、速度及加速度的相同的积分关系假定，在交界面位置处的节点位移可自然满足分区间的变形协调性条件。此时，动力系统的响应求解过程可描述如下：

(1) 地基一侧 u_m 与 v_m 的显式数值求解公式推导

基于预报 - 校正积分算法，由式(6)，(7)经过简单求解推导，获得 u_m ， v_m 在 $t_1 = t + dt$ 时刻的显式数值表达式，极大地简化了实现过程；再将其代入式(5b)获得 t_1 时刻的交界面作用力 R^i 数值表达式；

(2) 结构一侧的动力响应计算

将显式数值表达式 R^i 代入式(5a)，获得 t_1 时刻的结构动力平衡方程，再由 Newmark 隐式积分进行求解；

(3) 将步骤(2)中求得有效信息带回步骤(1)，进行下一载荷时间步的计算。

如此，就实现了动力相互作用系统运动方程的隐 - 显式分区逐步求解。

3.3 相互作用系统时域数值分析的显 - 隐式分区异步长算法

地基区域内，基于预报 - 校正显式积分算法进行交界面作用力数值求解时，为保证算法收敛性及精度等要求，工程计算中时间步长一般取 5×10^{-4} s；同时，结构区域的动力响应计算若采用通常的Newmark 隐式积分算法^[13]，作为无条件稳定算法，它的时间步长的选取主要取决于求解精度的要求，工程计算中一般取为 0.02 s。如果 Newamrk 隐式积分也采用 5×10^{-4} s 左右的步长，必然导致隐式求解量的极大增长。为克服这一点，本文提出在动力相互作用时域数值分析中，对隐式与显式积分采用不同的时间步长，即采用分区异步长算法。类似模型单元在不同空间尺度网格的有限元联合分析中有体

现^[14]。

分区计算中，用 $delt$ 表示结构响应隐式求解的时间步长，而 dt 则表示地基区域显式求解的小步长。此时，要求 $delt$ 为 dt 的整数倍，即 $delt = mdt$ 。由地基区域的运动方程(6)和(7)可数值推导如下：

$$u_m^{t+dt} = A_1(u_m^t) - B_1 M_{mm}^{-1} (K_{mb} u_b^{t+dt} + C_{mb} \dot{u}_b^{t+dt}) \quad (13)$$

$$\dot{v}_m^{t+dt} = A_2(v_m^t) + 2B_2(\dot{u}_m^{t+dt} + M_{mm}^{-1} C_{mm} u_m^{t+dt}) + B_2 M_{mm}^{-1} C_{mb} u_b^{t+dt} \quad (14)$$

其中，根据式(9)与(12)的显式积分假定， $A_1(u_m^t)$ ， $A_2(v_m^t)$ 及 B_1 ， B_2 分别为推导出的相关系数矩阵表达式，仅与 t 时刻已知运动量有关。

从结构区域的运动方程(5a)出发，结构动力方程可改写如下：

$$M \ddot{u}_{t+delt} + C \dot{u}_{t+delt} + K u_{t+delt} = F_{t+delt} \quad (15)$$

式中： F_{t+delt} 为由式(5b)获得的 $t + delt$ 时刻交界面作用力的显式表达。对比以上各式容易发现，地基区域式(13)和(14)的数值求解需要 $t + dt$ 时刻的交界面速度 \dot{u}_b^{t+dt} 及位移 u_b^{t+dt} ，而结构区域式(15)则需要输入 $t + delt$ 时刻的交界面运动量。显然，一种简便的交界面变位方式是：在 $(t, t + delt)$ 时间区段内由结构响应内插获得地基交界面在中间时刻 $t + idt$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 的运动量表达式。据此，文中主要就如下两种交界面变形时间步内插假定进行了数值对比分析：

(1) 假定 $(t, t + delt)$ 时间区段内，交界面节点的位移及速度各自独立满足如下线性插值关系：

$$u_b^{t+idtr} = u_b^t + (u_b^{t+delt} - u_b^t) i / m \quad (16)$$

$$\dot{u}_b^{t+idtr} = \dot{u}_b^t + (\dot{u}_b^{t+delt} - \dot{u}_b^t) i / m \quad (17)$$

(2) 参考式(9)，采用 Newmark 和预报 - 校正算法中关于单步长内运动量间相同的积分关系假定：

$$\dot{u}_{t+idtr} = \dot{u}_{t_1} + [(1 - \beta) \ddot{u}_{t_1} + \beta \ddot{u}_{t_1+idtr}] idt \quad (18)$$

$$u_{t_1+idtr} = u_{t_1} + \dot{u}_{t_1} idt = \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}_{t_1} + \alpha \ddot{u}_{t_1+idtr} \right] (idt)^2 \quad (19)$$

即由 t 时刻的初值积分获得 $t + idt$ 内部时刻点的运动量数值表达。

4 算例验证与分析

基于均质地基的无限域假定，以平面内 SV 谐波激励下的坝 - 基动力相互作用时域数值分析为算例，验证本文提出的分区异步长算法的适用性。

4.1 算例描述

如图 2 所示, 某一混凝土重力坝模型, 坝高 103.0 m, 顶宽 13.8 m, 底宽 70.1 m。取一坝段, 按平面应变问题计算。坝体部分的混凝土材料参数为: 弹性模量 $E = 3.0 \times 10^{10}$ Pa, 泊松比 $\mu = 0.20$, 密度 $\rho = 2.5 \times 10^3$ kg/m³; 基岩区域的相应材料参数为 1.5×10^{10} Pa, 0.20 和 2.5×10^3 kg/m³。针对上述的坝体-地基动力系统, 进行不同频率谐波激励条件下相互作用的时域数值分析, 来验算坝体的动力响应。算例中输入的谐波位移幅值统一取 $u_0 = 0.1$ m, 周期 T 分别为 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 s, 以函数形式可表达为

$$u_b(t) = \begin{cases} u_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right] & (t \leq 3.5T) \\ 0 & (t > 3.5T) \end{cases} \quad (20)$$

则对应输入的速度、加速度时程可由式(20)求导获得。

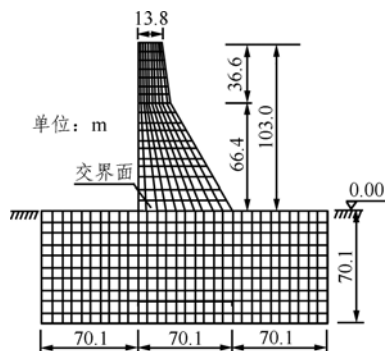
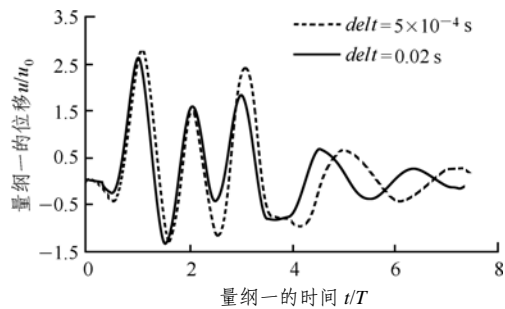


图 2 坝-地基动力相互作用系统

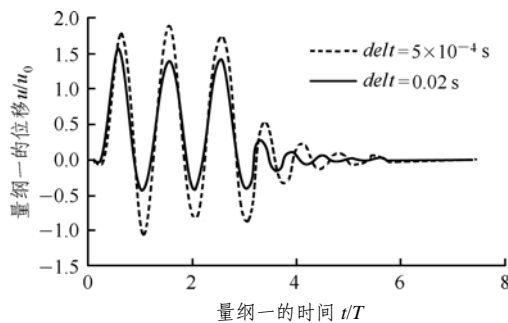
Fig.2 Dynamic interaction system of dam and foundation

4.2 数值分析

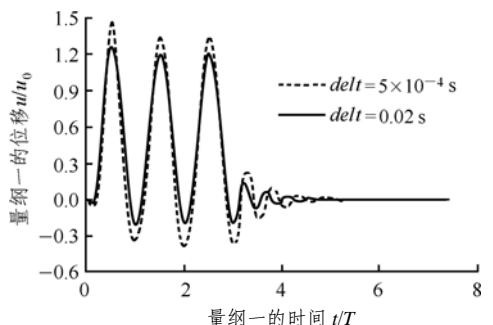
图 3 以 5×10^{-4} s 的隐-显式等步长求解作为基准参考值, 对比分析了当结构一侧的隐式积分求解步长增大为 0.02 s 时的隐-显式异步长数值结果。容易看出, 当激振波位于 0.2~0.4 s 周期区间时, 3.5 倍激振持时内, 坝顶的最大响应变化不大, 但此后的自由衰减阶段的相位有较大差别; 当激振波位于 0.6~0.8 s 较长周期区间时, 3.5 倍激振持时及自由衰减段内相位差别不大, 但坝顶峰值响应有较为明显的变化。总体来看, 分区异步长算法的坝顶响应幅值要小于等步长的数值结果。总体来看, 激振段坝顶最大响应值减小量分别为: 0.6 s 周期激振波对应 17.1%; 0.8 s 周期激振波对应于 16.0%。究其原因, 除了阻尼溶剂抽取法本身的参数影响因素外^[15, 16], 坝体-地基交界面处由结构一侧的大步长



(a) 激励周期 $T = 0.2$ s



(b) 激励周期 $T = 0.6$ s



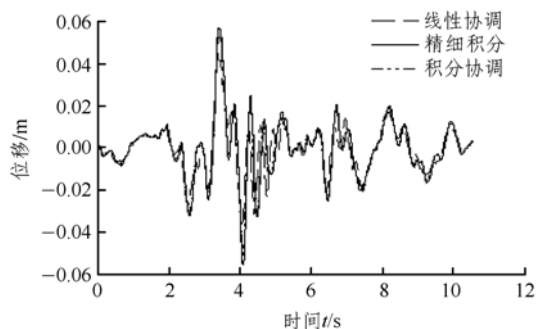
(c) 激励周期 $T = 0.8$ s

图 3 不同简谐波激励下的坝顶位移响应

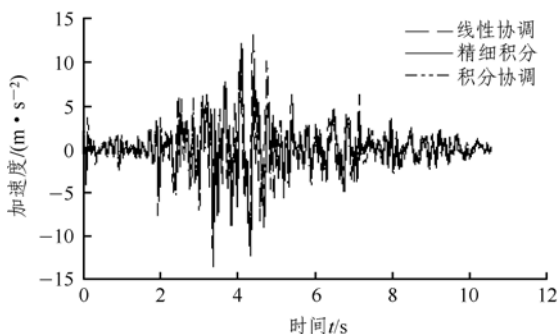
Fig.3 Responses of crest displacements under different harmonic wave excitations

数值结果内插获得地基一侧的小步长时刻点响应值时, 选取不同的插值形式会对系统的总体响应结果产生较明显的影响, 值得进一步分析。

图 4 中首先以 0.02 s 步长, 基于李建波等^[9]提出的精细积分求解算法进行数值分析, 并给出坝顶的时程响应作为参考基准曲线。然后, 采用本文的分区异步长算法(结构区域 0.02 s, Newmark 法; 地基区域步长 5×10^{-4} s, 预报-校正法), 分别针对式(16), (17)所述交界面线性内插协调假定(线性协调), 及式(18), (19)所述交界面积分内插协调假定(积分协调)进行了对比分析。从图 4(a)位移结果可看出, 三者响应曲线的走势基本吻合, 差别只在峰值点处。由式(18), (19)积分形式的交界面内插协调方法获得的坝顶位移响应与式(16), (17)直接线性内



(a) 坝顶的位移响应比较



(b) 坝顶的加速度响应比较

图4 异步长交界面内插形式对坝顶响应的影响

Fig.4 Effects on dam crest responses for various deformation interpolations on the interface based on mixed time step model

插方式相比, 更接近于参考基准曲线(这里暂且认为精细积分的结果为精确值), 峰值点相对误差在5%以内(精细基准峰值 0.059 m, 积分协调峰值 0.058 m), 而线性内插对应的坝顶幅值响应则与基准曲线幅值相差达到 25%(线性协调峰值 0.044 m)。其实从交界面的内插公式来看, 若采用式(18), (19)所示单步长内的数值积分形式, 则交界面变形内插关系将自然延续了坝体及基岩区域内部点计算时关于运动学量的积分关系假定, 协调性自然满足, 相对来说更合理一些。

图4(b)对比分析了坝顶的加速度响应, 与图4(a)的差别类似。与位移响应时程的误差相比, 数值积分形式的交界面内插协调形式误差相当(精细基准峰值 1.31 m/s^2 , 积分协调峰值 1.25 m/s^2), 而直接线性内插形式的交界面变形协调形式的误差有所增大, 达到 30%(线性协调峰值 0.92 m/s^2)。究其原因, 线性协调模式忽略了位移、速度及加速度之间的数值积分关系。

综上所述, 采用分区异步长算法时, 结构-地基交界面采用不同的变形内插协调形式, 对于系统的动力响应会产生明显影响。单纯从数值拟合的角

度来看, 内插协调形式的选择类似于在边值确定条件下的内部曲线拟合。若两端点值相差不多, 则无论采用任何内插曲线, 内部点的计算值均会相差不多, 但当两端点值有较大差别时, 则内插曲线形式的不同选择对结果的影响必然明显。因而, 针对地震等强激变载荷条件下结构-地基的动力相互作用数值分析, 主张采用式(18), (19)所示的交界面积分形式的内插协调关系。

进而, 针对分区异步长算法, 就结构与地基区域计算时间步长倍数的不同选择, 比较分析如下。

图5中 m 为结构部分的隐式积分大步长与地基部分的显式积分小步长之间的倍数。计算中, 交界面采用式(18), (19)所述的数值积分内插协调形式, 地基区域采用 $5 \times 10^{-4} \text{ s}$ 显式积分步长并保持不变, 而逐渐加大结构区域的隐式求解步长。从图5可以看出, 各曲线的走势基本吻合, 只是幅值有所差别。当 $m \leq 20$ 时, 坝顶响应与精细积分法获得的参考基准结果曲线吻合较好, 峰值点相对误差在 3%以内; $m > 20$ 时则出现一定的偏差, 主要是在各响应峰值点附近, 误差在 15%左右。这一方面与结构区域的积分步长增加, 结果精度降低有关; 另一方面, 当异步长倍数过大时, 由 t 和 $t + \text{delt}$ 时刻的响应值内插获得 $t + \text{idt}$ 时刻的响应值, 会不断产生误差积累, 明显导致结果精度降低。因此, 选取更加合理的交界面变形内插协调方式以减少误差积累也是分区异步长算法保证求解精度的一个重点。

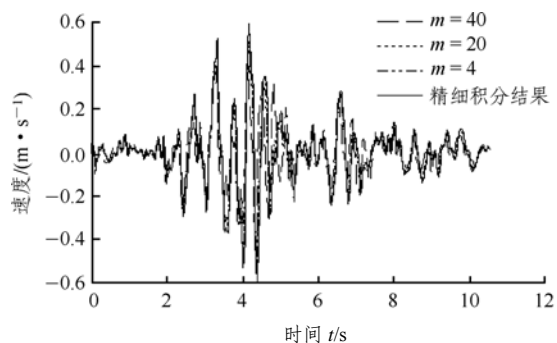


图5 不同计算步长倍数选择下坝顶动力响应

Fig.5 Dynamic responses of dam crest for different mixed time-step strategies

5 结 论

动力学时域数值积分算法主要包括隐式与显式两类, 其中隐式算法的数值稳定性较好, 可以采用较大的时间步长, 但就复杂动力问题的适用范围相对较小; 而显式算法适用范围较大, 所需存储量较

隐式也要少很多, 单步计算时间短, 但要求有足够小的时间步长才能满足积分稳定性的要求, 各有利弊。如此, 针对结构-地基动力相互作用, 文中提出了可兼顾两种算法优势的隐-显式逐步求解模式, 即在结构一侧采用 Newmark 隐式积分算法, 在地基一侧采用预报-校正显式积分算法。

但若采用统一的时间步长进行计算, 为保证计算结果的精度及收敛性, 需要迁就地基区域的较小的显式积分步长, 这样将使得结构区域的隐式求解计算量变得非常庞大。在此基础上, 采用文中提出的分区异步长算法, 可在地基范围内采用时间小步长, 而在结构一侧采用时间大步长, 使计算得到简化。经比较分析可以看出: 动力系统整体采用相同的单步长位移内插积分假定, 可获得较为理想的数值结果; 而完全线性内插的交界面变形协调假定, 受时间步长及加速度、速度、位移积分关系的影响明显, 但在缓慢低幅振动的结构分析中亦可使用。分区异步长算法在保证结果收敛的情况下, 可满足一定的工程精度要求, 开辟了结构-地基动力相互作用时域数值分析研究的新方向。

参考文献(References):

- [1] 陈健云, 林 皋, 李建波. 无限介质中波动散射问题时域求解的算法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3 330 - 3 336. (CHEN Jianyun, LIN Gao, LI Jianbo. Algorithm research on refined sub-regional reciprocal method in time domain for wave scattering problem in unbounded medium[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(19): 3 330 - 3 336.(in Chinese))
- [2] 钟 红, 林 皋, 李建波. 空间结构-地基动力相互作用数值分析时域算法研究[J]. 大连理工大学学报, 2007, 47(1): 78 - 84. (ZHONG Hong, LIN Gao, LI Jianbo. Numerical analysis of soil-structure dynamic interaction for 3D problems in time domain[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2007, 47(1): 78 - 84.(in Chinese))
- [3] 李建波, 陈健云, 林 皋. 求解非均匀无限地基相互作用力的有限元时域阻尼抽取法[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 263 - 267.(LI Jianbo, CHEN Jianyun, LIN Gao. Finite element damping-extraction method for dynamic interaction time-domain analysis of non-homogeneous unbounded rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(2): 263 - 267.(in Chinese))
- [4] 杜修力, 赵建锋. 考虑土-结构相互作用效应的结构地震响应时域子结构分析法[J]. 北京工业大学学报, 2007, 33(5): 517 - 523. (DU Xiuli, ZHAO Jianfeng. A time-domain substructure method for seismic response analysis with soil-structure interaction effect[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2007, 33(5): 517 - 523. (in Chinese))
- [5] 邱流潮, 金 峰. 地震分析中人工边界处理与地震动输入方法研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(9): 1 501 - 1 504.(QIU Liuchao, JIN Feng. Study on method of earthquake input and artificial boundary conditions for seismic soil-structure interaction analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(9): 1 501 - 1 504.(in Chinese))
- [6] 林 皋, 杜建国. 基于 SBFEM 的坝-库水相互作用分析[J]. 大连理工大学学报, 2005, 45(5): 723 - 729.(LIN Gao, DU Jianguo. Analysis of dam-reservoir interaction based on SBFEM[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2005, 45(5): 723 - 729.(in Chinese))
- [7] 林 皋, 胡志强, 陈健云. 考虑横缝影响的拱坝动力分析[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(6): 45 - 52.(LIN Gao, HU Zhiqiang, CHEN Jianyun. Dynamic analysis of an arch dam considering the effects of contraction joints[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(6): 45 - 52.(in Chinese))
- [8] 赵崇斌, 张楚汉, 张光斗. 用无穷元模拟半无限平面弹性地基[J]. 清华大学学报, 1986, 26(3): 51 - 64.(ZHAO Chongbin, ZHANG Chuhan, ZHANG Guangdou. Simulation of semi-infinite plane elastic foundation using infinite elements[J]. Journal of Tsinghua University, 1986, 26(3): 51 - 64.(in Chinese))
- [9] 李建波, 陈健云, 林 皋. 无限地基-结构动力相互作用分析的分时域递归算法研究[J]. 工程力学, 2005, 22(3): 88 - 96.(LI Jianbo, CHEN Jianyun, LIN Gao. A refined sub-regional reciprocal method in time domain for dynamic soil-structure interaction analysis[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(3): 88 - 96.(in Chinese))
- [10] WOLF J P, SONG C M. Finite-element modelling of unbounded media[M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 1996.
- [11] 钟万勰. 结构动力方程的精细时程积分法[J]. 大连理工大学学报, 1994, 34(2): 131 - 136.(ZHONG Wanxie. On precise time-integration method for structural dynamics[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1994, 34(2): 131 - 136.(in Chinese))
- [12] HUGHES T J R, LIU W K. Implicit-explicit finite elements in transient analysis: stability theory[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978, 45(6): 371 - 374.
- [13] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 2版. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.(ZHU Bofang. Principle and application of finite element method[M]. 2nd Edition. Beijing: China Water Power Press, 1998. (in Chinese))
- [14] 唐学军, 王建华, 寇新建. 自适应有限元不同网格间力学结果传递方法及程序实现[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 66 - 74.(TANG Xuejun, WANG Jianhua, KOU Xinjian. Method and procedure for transferring mechanical fields between different meshes of adaptive finite elements[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 66 - 74.(in Chinese))
- [15] BYCROFT G N. Forced vibration of rigid circular plate on a semi-infinite elastic space and on elastic stratum[J]. Philosophical Trans. Royal Soc., 1956, 248: 327 - 368.
- [16] BASU U, CHOPRA A K. Numerical evaluation of the damping-solvent extraction method in the frequency domain[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002, 31(6): 1 231 - 1 250.