

文章编号: 1001-4322(2007)06-0947-04

一种带状线定向耦合器场分布的求解*

石德万^{1,2}, 王文祥¹, 官玉彬¹, 魏彦玉¹

(1. 电子科技大学 物理电子学院, 成都 610054; 2. 广西工学院, 广西 柳州 545006)

摘要: 通过两次利用 Schwarz-Christoffel 变换函数, 先把理想的带状线变换到实轴上, 然后再变换成为平板电容器, 得到与两次变换过程相对应的两个变换函数, 从而根据复合函数的性质, 求出波导-带状线-同轴线型定向耦合器中的场分布。再根据小孔耦合理论, 导出了耦合度、方向性的计算公式。最后对耦合度的理论计算结果与实际测试数据进行了对比, 两者仅相差 1.04 dB, 吻合得很好。

关键词: 高功率微波; 定向耦合器; 保角变换; 带状线; 耦合度; 方向性

中图分类号: TN622 **文献标识码:** A

波导-带状线-同轴线型定向耦合器具有结构简单、尺寸小、成本低等优点, 适用于大功率、安装空间有限的微波工程系统中。对于这种定向耦合器的设计, 关键的问题和难点是带状线中场分布的求解。目前, 带状线中场分布的求解有多种方法^[1-3], 本文利用 Schwarz-Christoffel 变换函数, 把理想的带状线变换成为平板电容器, 从而求出带状线中场的分布。利用得到的场分布, 再结合小孔衍射理论, 就可以推导出定向耦合器的耦合度和方向性。

1 波导-带状线-同轴线型定向耦合器

波导-带状线-同轴线型定向耦合器的结构如图 1 所示, 主线为矩形波导, 副线为带状线并在两端过渡为同轴线输出, 主副线通过位于波导宽边中心的小孔耦合。当带状线中心导电带的宽度远小于接地板的大小, 厚度远小于上下接地板之间的距离, 并假定中心导电带两端与输出同轴线匹配时, 可以把实际带状线看成为接地板无限大而中心导电带厚度为零的理想状态, 如图 2 所示。设带状线上、下接地板间距为 $2h$, 电位为 0, 导电带在中间对称位置, 电位为 V_0 。我们可以利用 Schwarz-Christoffel 变换求出它的内部电磁场分布。

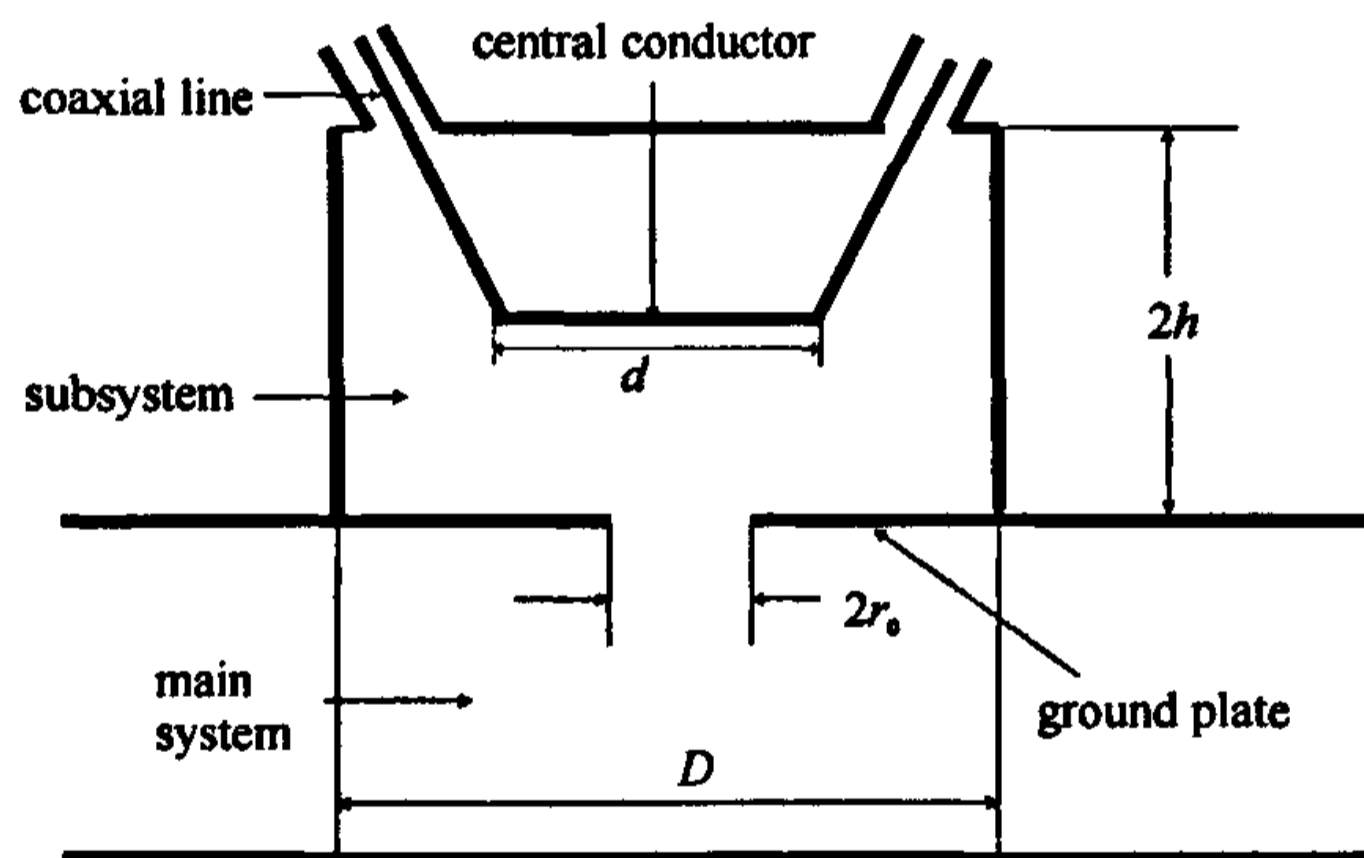


Fig. 1 Schematic diagram of waveguide-stripline-coaxial line coupler

图 1 波导-带状线-同轴线型定向耦合器的结构

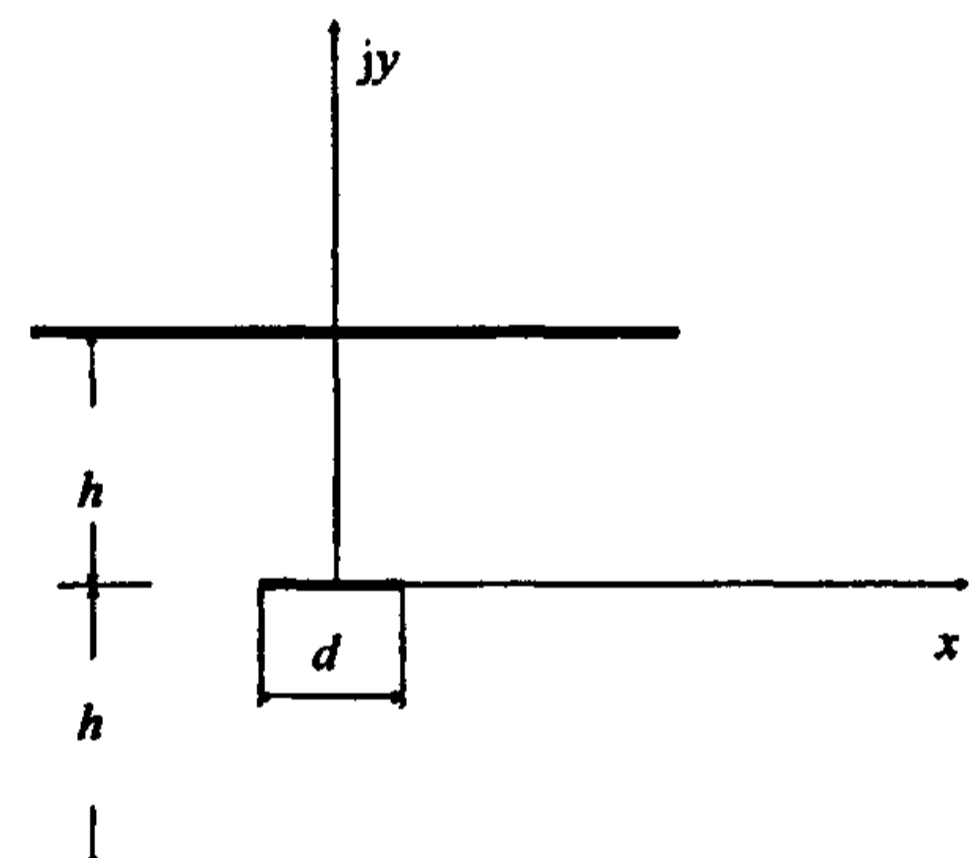


Fig. 2 Sketch map of perfect stripline

图 2 理想带状线示意图

2 带状线中 Schwarz-Christoffel 变换的形式

Schwarz-Christoffel 变换函数的基本形式^[4]为

$$W = A' \int \prod_{i=1}^N (Z - u_i)^{-k_i} dZ + B \quad (1)$$

式中: Z 表示复平面 $Z = x + jy$ 上的点; W 表示复平面 $W = u + jv$ 上的点; A' 和 B 为任意常数。由于带状线的结构具有对称性, 我们可以只取其四分之一来分析, 如图 3(a) 所示。这样, 带状线中边界问题求解的第一步就是

* 收稿日期: 2006-11-29; 修订日期: 2007-05-04

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(60401005, 60532010), 教育部优秀人才支持计划和四川省青年基金资助课题(03QZ026-58)

作者简介: 石德万(1964—), 男, 广西来宾人, 副研究员, 研究方向为高功率微波、电真空器件; shidew@163.com.

把 Z 平面上的矩形 $C_1C_2C_3C_4$ 变换为 W 平面上的实轴 u , 如图 3(b) 所示。令 C_1 和 C_4 两个顶点(其中 C_1 点不在耦合器上, 仅是坐标轴 x 上的与 C_4 对应的一个点, 而 W 平面上的 W_0 点与 Z 平面上的 C_0 相对应)的 x 坐标都趋于 $-\infty$, 由于矩形外角都等于 $\pi/2$, 因此(1)式中所有的参量 k_i 都取为 $1/2$, 相应地变换函数具有下列形式

$$Z = A \int^W (W - u_1)^{-1/2} (W - u_2)^{-1/2} (W - u_3)^{-1/2} (W - u_4)^{-1/2} dW + B = A \int^W \left[\left(1 - \frac{W}{u_1}\right) \left(1 - \frac{W}{u_4}\right) (W - u_2)(W - u_3) \right]^{-1/2} dW + B, \quad A = A' u_1 u_4 \quad (2)$$

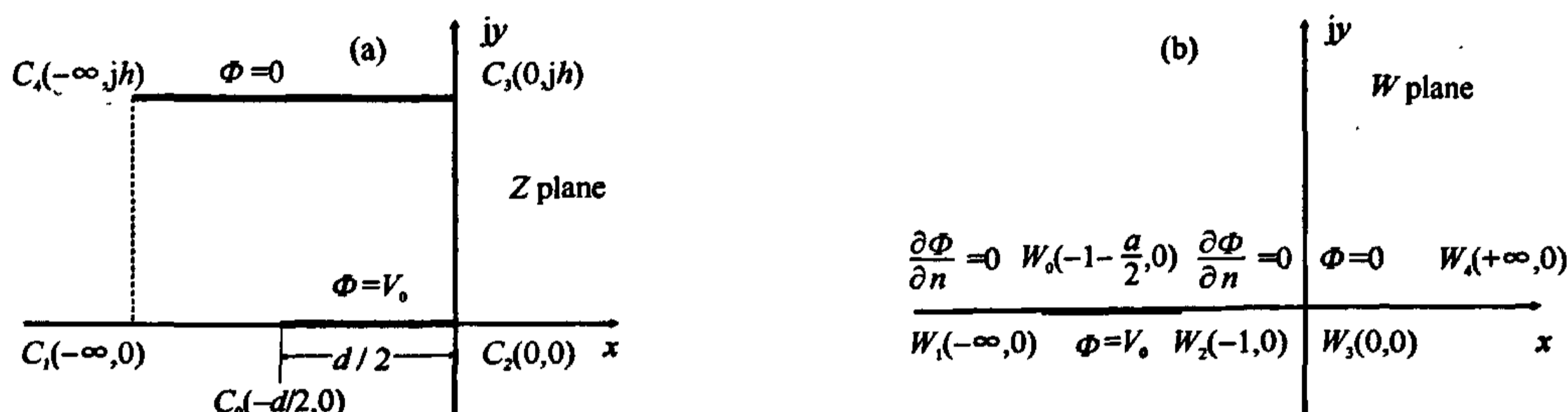


Fig. 3 Z plane transformed to W plane

图 3 由 Z 平面到 W 平面的变换

为了使 Z 平面的多边形变换为 W 平面的整个 u 轴, (2) 式中的 u_1 和 u_4 可分别取为 $-\infty$ 和 $+\infty$, 这样(2)式积分中的第一因子和第二因子都趋于 1, 如取 $u_2 = -1, u_3 = 0$, 变换函数可写为

$$Z = A \int_0^W \frac{dW}{[W(W+1)]^{1/2}} + B = 2A \ln[W^{1/2} + (W+1)^{1/2}] + B \quad (3)$$

使 $C_2(0, 0)$ 和 $C_3(0, jh)$ 分别对应于 $u_2(-1, 0)$ 和 $u_3(0, 0)$, 代入(3)式, 即得

$$\begin{cases} 2A \ln(-1)^{1/2} = j\pi A = -B \\ jh = B \end{cases} \quad (4)$$

从方程组(4)中求出 A 和 B , 再代回(3)式, 则所求的变换函数成为

$$Z = -\frac{2h}{\pi} \ln[W^{1/2} + (W+1)^{1/2}] + ja \quad \text{即: } W = -\cosh^2 \frac{\pi Z}{2h} \quad (5)$$

利用(5)式把 Z 平面上对应导电带宽度的 C_0 变换为 W 平面上的 W_0 点, 这样就完成了把 Z 平面上的多边形变换成 W 平面上的实轴 u 的变换过程。进一步我们再求把 W 平面上的 u 轴变换为 $W' = u' + jv'$ 平面上的矩形的变换函数, 如图 4 所示。取 W' 平面上的点 $W'_1(0, 0), W'_2(1, 0)$ 和 $W'_3(1, v_0)$ 分别对应于 W 平面上的 $W_1(-\infty, 0), W_2(-1, 0)$ 和 $W_3(0, 0)$ 。

这样所求的变换函数便是

$$W' = A_1 \int^W \frac{dW}{[W(W+u_0)(W+1)]^{1/2}} + B \quad (6)$$

由于积分上限是一个负数或零, 故令 $-\lambda^2 = W$, 并利用反椭圆函数 $\text{sn}^{-1}(x, k)$ 的定义得

$$W' = A_0 \text{sn}^{-1}[(-W)^{1/2}, u_0^{-1/2}] + B_0 \quad (7)$$

在(7)式中令 $W = -u_0, -1, 0$ 分别对应于 $W' = 0, 1, 1 + jv_0$, 求出 A_0 和 B_0 的值, 并把它们代回(7)式, 则所求的变换函数为

$$W' = \frac{\text{sn}^{-1}[(-W)^{1/2}, k] - \text{sn}^{-1}(1/k, k)}{\text{sn}^{-1}(1, k) - \text{sn}^{-1}(1/k, k)} \quad (8)$$

3 带状传输线内的场分布^[5]

通过两次的 Schwarz-Christoffel 变换, 我们把 Z 平面中复杂的带状线场分布化为 W' 平面中简单的平板场。平板场中, W' 平面的复电位可表示为

$$\Phi(W') = AW' \quad (9)$$

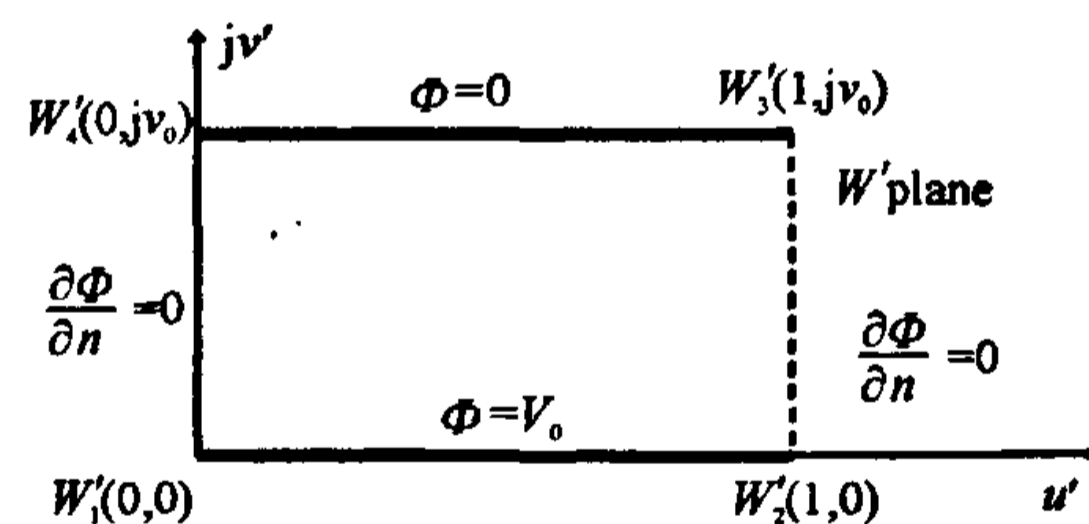


Fig. 4 W plane transformed to W' plane

图 4 W 平面到 W' 平面的变换

式中： A 为常数。以 $E_s(Z)$ 表示带状中的复电场，则有

$$E_s(Z) = - \left[\frac{d\Phi(W')}{dZ} \right]^* = - \left(\frac{d\Phi}{dW} \right)^* \left(\frac{dW'}{dW} \right)^* \left(\frac{dW}{dz} \right)^* = \frac{A\pi \left(\cosh \frac{\pi Z}{2h} \sinh \frac{\pi Z}{2h} \right)^*}{2jh \left[\operatorname{sn}^{-1}(1, k) - \operatorname{sn}^{-1}(1/k, k) \right] \left\{ [jW(1+W)(1+k^2W)]^{1/2} \right\}^*} \quad (10)$$

把 $\operatorname{sn}^{-1}(1, k) = K$, $\operatorname{sn}^{-1}(1/k, k) = K - jK'$, $W = -\cosh^2 \frac{\pi Z}{2h}$ 代入式(10), 整理得

$$E_s(Z) = -j \frac{A\pi}{2hK'} \left[\frac{1}{(1+k^2W)^{1/2}} \right]^* \quad (11)$$

这里, $K' = \operatorname{sn}^{-1}(1, k')$, $k' = (1-k)^{1/2}$ 是互补模式, 星号表示复数共轭。带状线中的电磁波为 TEM 模, 因此可以令

$$\left[\frac{1}{(1+k^2W)^{1/2}} \right]^* = T_r + jT_i = T \quad (12)$$

则有

$$E_s(Z) = \frac{A\pi}{2hK'} (T_i - jT_r) \quad (13)$$

由于在 Z 平面上 x 轴为实轴, 而 y 轴为虚轴, 于是(12)式、(13)式就可以分别写为

$$T = a_x T_r + a_y T_i \quad (14)$$

其中 a_x 和 a_y 分别为 Z 平面上 x 轴和 y 轴的单位矢。于是(13)式可写为

$$E_s(Z) = \frac{A\pi}{2hK'} (a_x T_i - a_y T_r) \quad (15)$$

令 $E_s(Z) = AE$ 并且 $E^+ = E^- = E$ 则有

$$E_s^\pm(Z) = A^\pm E \quad (16)$$

其中： E 为带状线中的归一化电场, 上标“+”号表示正向波, “-”号表示表示反向波。这样从(15)得

$$E = \frac{\pi}{2hK'} (a_x T_i - a_y T_r) \quad (17)$$

这就是带状线中的归一化电场的分布情况。而带状线中的磁场为

$$H_s^\pm = \pm Y_0 (\bar{I}) \cdot E_s^\pm = A^\pm H^\pm \quad (18)$$

式中： $Y_0 = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$, 并且

$$(\bar{I}) = a_y a_x - a_x a_y \quad (19)$$

因此, 根据(17)和(18)式可以得到带状线中的归一化磁场

$$H^\pm = \pm Y_0 (\bar{I}) \cdot E = \pm Y_0 \frac{\pi}{2hK'} (a_x T_r + a_y T_i) \quad (20)$$

由于矩形波导中 TE_{10} 模的电磁场分布是已知的, 再利用小孔耦合理论^[6], 在带状线和矩形波导两轴线平行且重合的条件下(如果两轴线有一夹角, 则只需对波导的切向磁场部分作相应的修正即可), 我们就可以得到耦合器的耦合度

$$C = -20 \lg \frac{2\omega}{3c} \sqrt{\frac{2}{ab}} \frac{1}{\sqrt{F(k)}} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_g}} r_0^3 T_r \cos \frac{\pi}{a} x \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\lambda_g} \right) \quad (21)$$

式中： a 为主波导的宽边尺寸； b 为主波导窄边尺寸； c 为光速。相应的方向性为

$$D = 20 \lg \left(1 + \frac{\lambda}{2\lambda_g} \right) / \left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\lambda_g} \right| \quad (22)$$

式中： $F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-a}^a \frac{1}{|1+k^2W|} dx dy$; λ 为自由空间的波长； λ_g 为 TE_{10} 模的波导波长。

4 实验验证及结论

我们曾对所制作的结构尺寸 $a=109.2$ mm, $b=54.6$ mm, 主波导宽边厚度 $t=2$ mm, $h=4.5$ mm, $d=7$ mm, $r_0=3.1$ mm的13个波导-带状线-同轴线型定向耦合器的耦合度进行测量^[5], 在输入频率 $f=2450$ MHz

时,测量结果如表 1 所示。

表 1 定向耦合器耦合度的测量结果
Table 1 Measured value of directional coupler (dB)

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}
71.1	71.1	70.5	70.2	71.8	69.7	70.1	69.7	70.3	70.3	70.8	71.1	70.0

根据表 1,我们可以得出这种结构尺寸的定向耦合器的耦合度测量的平均值为 70.50 dB。而在相同的参数下,由式(21),利用 Matlab 编制相应的计算程序,可以得到耦合器的耦合度的计算值为 69.46 dB,计算值与测量平均值相比,两者相差约 1.04 dB,吻合得很好。可见,根据带状线中的场分布(17)式和(20)式,再利用小孔衍射理论中的等效电偶极矩和磁偶极矩,就可以求出定向耦合器的耦合度和方向性。

参考文献:

- [1] 王文祥,徐梅生,余国芬. 一种新型定向耦合器的设计[J]. 电子科技大学学报, 1991, 20(5), 497-502. (Wang W X, Xu M S, Yu G F. The design of a new type of directional coupler. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 1991, 20(5), 497-502)
- [2] Das B N. Coupled transmission line[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1977, 25, 7-10.
- [3] Wang W X, Gong Y B, Sun J H, et al. Analysis and design of a waveguide-coaxial line single-hole directional coupler[J]. *Int J Electronics*, 1996, 81(3), 311-319.
- [4] Collin R E. Field theory of guided waves[M]. New York, McGraw-Hill, 1960, 132-144.
- [5] Wang W X, Xu M S, Yu G F, et al. The design of a waveguide-coaxial line directional coupler[J]. *Int J of Electronics*, 1993, 74(1), 111-120.
- [6] Cohn S B. Microwave coupling by large apertures[C]//Proc of the Institute of Radio Engineers, 1952, 40, 696-699.

Solution of field distribution in stripline directional coupler

SHI De-wan^{1,2}, WANG Wen-xiang¹, GONG Yu-bin¹, WEI Yan-yu¹

- (1. National Key Laboratory of High Power Vacuum Electronics, School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China;
2. Guangxi University of Technology, Liuzhou 545006, China)

Abstract: In design of the waveguide-stripline-coaxial line directional coupler, the solution of the field distribution in the stripline is essential. Using the Schwarz-Christoffel transformation function, the perfect stripline is transformed into a parallel-plate capacitor, and the field distribution in the stripline is derived. The coupling coefficient, directivity and the relationships between coupling coefficient and geometric dimension are obtained by the coupling theory of small hole. The comparison between the calculated coupling coefficient and the measured one of couplers manufactured by us shows little difference as 1.04 dB.

Key words: High power microwave; Directional coupler; Conformal transformation; Stripline; Coupling coefficient; Geometric dimension