

# 圆柱定子三自由度球转子超声波电机 的轨迹运动方程

顾菊平, 金龙, 胡敏强, 费树岷  
(东南大学电气工程系, 江苏省南京市 210096)

## KINETIC EQUATION OF LOCUS FOR THREE-DEGREE OF FREEDOM SPHERICAL ULTRASONIC MOTOR WITH CYLINDER STATOR

GU Ju-ping, JIN Long, HU Min-qiang, FEI Shu-ming

(Department of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu Province, China)

**ABSTRACT:** The kinetic equation of the three-degree of freedom (DOF) spherical ultrasonic motor with cylinder stator, which is driven by the three phases excited sources at the same time, is the basis of realizing the rotor locus driving and controlling. The three-DOF of the spherical rotor, in contact with one cylinder stator, revolving around three perpendicular axes can be driven by the each bi-phase summary and synthesis of the three natural resonant frequencies of the stator, two bending modes and one longitudinal mode. Based on the vibration modes of the stator by finite elements analysis (FEM), the kinetic equation of locus is presented for the three-DOF spherical rotor ultrasonic motor with cylinder stator in this paper. We can deduce the kinetic models of particles on the top of the cylinder stator from geometric thesis and some useful conclusions, such as the vibration amplitudes of two bending modes and the longitudinal mode must be equal. The locus of the rotor varies with the different source are compared and contrasted. The results can be the key and prerequisite of the control strategy for three-DOF ultrasonic motors, and the kinetic equation can be the basis of increasing conversion efficiency from stator vibration to mechanical output of the three-DOF motor, the optimized designing of cylinder stator.

**KEY WORDS:** Electric machinery; Ultrasonic motor; Cylinder stator; Three-degrees of freedom; Spherical rotor

基金项目: 国家自然科学基金(50277006); 江苏省教育厅(4KJB470104)、江苏省人事厅、南通科委资助(A4034)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(50277006).

**摘要:** 圆柱定子3自由度球转子超声波电机利用一个定子的3种共振模态的两两叠加、合成, 分别驱动一个球转子的3个自由度的旋转运动, 三相同步激励时的轨迹运动方程是实现球转子预期轨迹控制的关键理论模型。在定子3种不同模态的有限元分析基础上, 该文推导了圆柱定子3自由度球转子超声波电机在3相同步激励时的运动轨迹及传递机理, 并对不同激励条件下的轨迹运动方程进行了分析、对比, 为提高圆柱定子3自由度球转子超声波电机的定转子传动效率和进一步定量分析动力传递方式, 定子优化设计, 以及球转子的轨迹控制策略奠定了理论基础。

**关键词:** 电机; 超声波电机; 圆柱定子; 3自由度; 球转子

## 1 引言

超声波电机突破了传统电磁电机的概念, 利用定子上压电陶瓷的逆压电效应产生超声振动, 通过摩擦来驱动转子旋转, 因此, 采用不同振动模态产生的驱动力, 就可研制出多种不同型式的超声波电机。

圆柱定子3自由度球转子超声波电机通过对单个圆柱定子的振型设计、压电陶瓷的极化与配置的设计、以及驱动控制电路的配合, 可使定子表面质点产生多自由度椭圆运动, 从而实现球转子的多自由度旋转。该电机可以从根本上缩小电机体积, 突显超声波电机结构紧凑、低速大扭矩、可直接驱动负载和定位精度高的优点<sup>[1-2]</sup>。

1991年, 日本的Toyama Shigeki等提出2自由度球形转子超声波电机的理论模型<sup>[3]</sup>, 1994年和1995年研制出2自由度球形转子超声波电机的原理性样机<sup>[4]</sup>, 利用两个或两对具有内球面的定子端部

与球转子接触实现转子的两个自由度的旋转，并测出该电机的最高转速 30r/min，但文中只说明了两自由度的驱动运动原理；1995 年，法国的 Antoine Ferreira 等提出了多自由度球形转子超声波电机的原理性样机<sup>[5]</sup>，利用圆柱定子的 (2, 1) 共振模式，通过摩擦驱动球转子旋转，虽然说明了与球转子接触的定子侧表面行波的存在，但没有理论证明；1998 年，日本的 Takafumi Amano 利用圆柱定子的一阶纵振和三阶弯曲振动等复合模式<sup>[6-7]</sup>，成功设计了圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机，分别对 3 个轴向的负载特性及转速特性进行了实验研究，但文中没有详细的模型分析，也没有对三相激励同时作用时球转子旋转的报道，国内对圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机轨迹运动方程及轨迹姿态控制的研究和报道都较少。

为了实现圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的轨迹控制，本文应用几何学原理，在有限元模态分析的基础上，对定子 3 个自由度的运动机理进行了分析，推导出三相激励同时作用时的定子表面质点的运动轨迹方程，证明了质点椭圆运动存在的可能性，并对不同的激励条件下的轨迹运动方程进行了分析、对比，为提高定转子的能量传递效率，定子结构的优化设计，增大输出力矩，进一步分析和设计该种电机的驱动和实现球转子的轨迹控制奠定了必要的理论基础<sup>[8-9]</sup>。

## 2 圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的结构

图 1 所示为本课题组研制的圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的示意图。定子采用螺杆把金属弹性体（匹配块）和压电陶瓷连接在一起，3 组 6 片压电陶瓷按极性相反两两叠合成一组，2 组弯曲振动陶瓷环相差 90°。纵振动压电陶瓷为均匀厚度方向极化，弯曲振动压电陶瓷电极分割为 2 部分，并且相互反相极化。

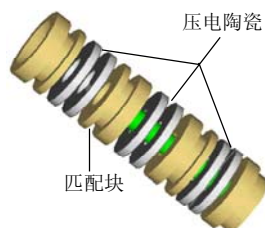


图 1 三自由度超声波电机示意图

Fig. 1 The illustration of the three DOF ultrasonic motor construction

## 3 定子的有限元分析

应用 ANSYS 有限元分析定子的振动模态，不仅可设计压电陶瓷在定子上放置的位置，使压电陶瓷激振效率最高；还可以确定支撑的位置，使样机制作时支撑对定子的振动影响最小。通过有限元分析，圆柱定子的 3 个工作振型分析如图 2 所示<sup>[7]</sup>。图 2(a) 为 3 阶弯曲振动，图 2(b) 为与图 2(a) 正交的 3 阶弯曲振动，图 2(c) 为一阶纵向振动<sup>[2,10-11]</sup>。

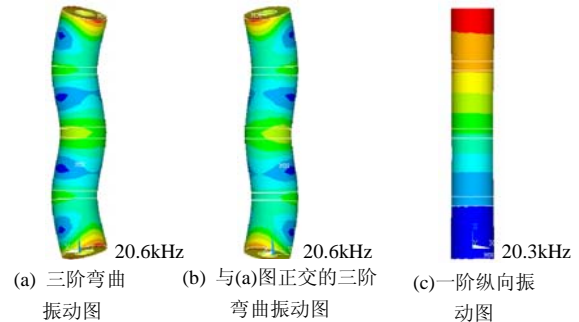


图 2 圆柱定子的 3 个工作振型

Fig. 2 Three vibration modes of the cylinder stator

课题组设计其中一种 3 自由度超声波电机的定子外径为 20mm，长为 120mm，每片压电陶瓷厚为 2mm。当定子的支撑位置选择在纵向振动节平面处，采用弹性支撑时，2 个正交的 3 阶弯曲共振频率为 20.6kHz，定子一阶纵向共振频率为 20.3kHz 时，3 自由度超声波电机的输出转速比较稳定，并且无噪声<sup>[12]</sup>。

## 4 3 自由度圆柱定子的运动轨迹方程

### 4.1 概述

球转子 3 自由度超声波电机正是利用上述 3 种振动模态中的任意 2 种模态进行叠加合成，在定子顶部分别形成 3 自由度椭圆运动，从而通过摩擦来驱动转子分别绕 X, Y, Z 轴 3 个方向旋转。

应用几何分析法分析圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的轨迹运动方程时，可假定<sup>[13]</sup>：

(1) 弯曲振动时定子顶部的圆形平面变形很小，可以近似认为定子顶部在弯曲振动时是刚性振动，即振动后的定子顶部仍为圆形，且与变形后的中性轴保持垂直；

(2) 定子的纵向变形所引起的横向变形很小，压电陶瓷元件的激励使定子产生的振动是微小振动，满足线性叠加原理；

(3) 每相激励电压的频率（角频率）和有效值是一样的；

(4) 定子顶部的圆形平面建立坐标系 OXYZ

如图3所示。其中， $O$ 为圆心， $Z$ 轴为未变形的中性轴；在定子顶部的圆形平面上半径为 $R$ 的圆周上任取一点 $M$ ， $X$ 轴对应A相陶瓷激励产生的振动， $Y$ 轴对应B相振动， $Z$ 轴对应C相振动。

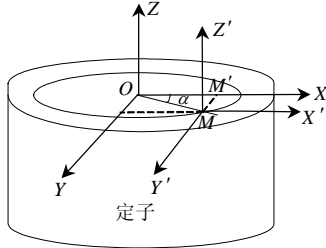


图3 定子顶部的圆形平面坐标系OXYZ示意图

Fig. 3 OXYZ cylinder coordinates on the top of the stator

A、B、C 3组陶瓷元件分别受到 $v_A$ 、 $v_B$ 、 $v_C$ 的激励，除激励频率外，电压幅值和初相位各不相同，实际驱动控制中可以调节激励电压和相位，即<sup>[14-15]</sup>

$$\begin{cases} v_A = V_A \cos(\omega t + \varphi_A) \\ v_B = V_B \cos(\omega t + \varphi_B) \\ v_C = V_C \cos(\omega t + \varphi_C) \end{cases} \quad (1)$$

由以上假设可得， $M$ 点在3轴方向的振动位移分别假设为

$$\begin{cases} x = x_m \cos(\omega t + \alpha) \\ y = y_n \cos(\omega t + \beta) \\ z = z_l \cos(\omega t + \gamma) \end{cases} \quad (2)$$

其中， $x_m$ 、 $y_n$ 、 $z_l$ 分别为3轴振动位移的最大值， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 分别为各自的初相位，当然也可以假设一个零初始相位，一般在驱动电路的设计中假设某一相的激励电压的初相位为零。

#### 4.2 任意激励下的质点运动轨迹方程

(1) 若 $x_m \neq 0$ ， $y_n \neq 0$ ， $z_l \neq 0$ ，有

$$\frac{x}{x_m} = \cos \varphi_1, \quad \frac{y}{y_n} = \cos \varphi_2, \quad \frac{z}{z_l} = \cos \varphi_3$$

$$\text{则 } \left(\frac{x}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_n}\right)^2 + \left(\frac{z}{z_l}\right)^2 = \cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_3$$

根据  $\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 2\cos \varphi_1 \cos \varphi_2$  得

$$\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_3 = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 + \frac{1}{2}[\sin^2(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin^2(\varphi_2 - \varphi_3) + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_3)] =$$

$$\frac{x}{m} \frac{y}{n} \cos(\alpha - \beta) + \frac{x}{m} \frac{z}{l} \cos(\alpha - \gamma) + \frac{y}{n} \frac{z}{l} \cos(\beta - \gamma) +$$

$$\frac{1}{2}[\sin^2(\alpha - \beta) + \sin^2(\beta - \gamma) + \sin^2(\alpha - \gamma)]$$

即

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{m}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 + \left(\frac{z}{l}\right)^2 - \frac{xy}{mn} \cos(\alpha - \beta) - \\ & \frac{xz}{ml} \cos(\alpha - \gamma) - \frac{yz}{nl} \cos(\beta - \gamma) = \\ & \frac{1}{2}[\sin^2(\alpha - \beta) + \sin^2(\beta - \gamma) + \sin^2(\alpha - \gamma)] \quad (3) \end{aligned}$$

式(3)就是任意三相激励同时作用下球转子的轨迹运动方程，它是一个广义的椭球运动方程，如图4所示，但并不是定子顶部质点在任意时刻都会跟转子相接触，而形成该椭球运动轨迹。

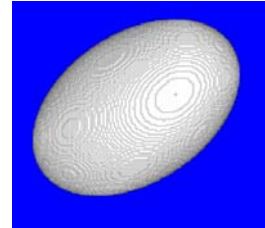


图4 三相激励同时作用下的球转子的轨迹示意图

Fig. 4 The locus illustration of the spherical rotor with three excited sources

为了更好地理解此轨迹方程，对几个典型激励条件下质点的运动轨迹分别进行分析。事实上，本文制作的样机中，激发弯曲振动的两相压电陶瓷无论在时间上还是空间上均相位相差 $\pi/2$ ，幅值可以近似相等，激发纵向振动的压电陶瓷在时间上与弯曲振动的压电陶瓷也相差 $\pi/2$ 。

#### 4.3 两相弯曲振动激励

当 $z_l=0$ 时， $z=0$ ，而 $x_m \neq 0$ ， $y_n \neq 0$ ， $\alpha - \beta = \pm \frac{\pi}{2}$ ，

则质点的轨迹运动方程为

$$\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 - \frac{xy}{mn} \cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}[\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \sin^2(\alpha - \beta)]$$

即

$$\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 - 2 \frac{xy}{mn} \cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta) \quad (4)$$

与圆柱定子行波超声电机的运动轨迹方程一致，即为轨迹运动方程在 $MX'Y'$ 平面内的投影，此时转子绕 $Z$ 轴旋转。

实际制作样机时 $\alpha - \beta = \pm \frac{\pi}{2}$ ，则 $\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 = 1$ 为一椭圆运动。

#### 4.4 一相弯曲振动和一相纵向振动同时作用

若B、C两相同同时作用时，即 $x=0$ ， $m \neq 0$ ，有

$$\omega t + \alpha = \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2};$$

当 $n \neq 0$ ， $l \neq 0$ 时，有

$$\left(\frac{y}{n}\right)^2 + \left(\frac{z}{l}\right)^2 - \frac{yz}{nl} \cos(\beta - \gamma) = \frac{1}{2} [\cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_3 + \sin^2(\alpha - \beta)]$$

$$\text{则 } \left(\frac{y}{n}\right)^2 + \left(\frac{z}{l}\right)^2 - 2 \frac{yz}{nl} \cos(\beta - \gamma) = \sin^2(\beta - \gamma) \quad (5)$$

即质点轨迹方程在  $MX'Z'$  平面内的投影，球转子绕  $X$  轴旋转。

若  $\gamma - \beta = \pm \frac{\pi}{2}$  则  $\left(\frac{z}{l}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 = 1$  为一椭圆运动。

同理，A、C 两相同时作用时的质点轨迹方程即为  $MX'Z'$  平面内的投影

$$\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \left(\frac{z}{l}\right)^2 - 2 \frac{xz}{ml} \cos(\alpha - \gamma) = \sin^2(\alpha - \gamma)$$

球转子绕  $Y$  轴旋转。

#### 4.5 三相同同时作用的合成轨迹运动

根据不同的相位差，就可以得到定子顶部质点的轨迹运动方程，对于圆柱定子 3 自由度超声波电机的轨迹控制有着很重要的理论意义。假设  $\alpha - \beta = \pi/2$ ，根据不同的  $\beta - \gamma$  的值就可以得到不同的轨迹控制方程。

图 5 所示为  $x_m=y_n=z_l$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ， $\alpha - \gamma$  从  $0 \sim \pi$  之间的运动轨迹示意图，由图可知，该轨迹运动方程分别在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  3 个平面内的投影为一椭圆。图 6 所示为  $x_m=y_n$ ， $z_l=1/2x_m$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ， $\alpha - \gamma$  从  $0 \sim \pi$  之间的运动轨迹示意图，为一扁球体。图 7 所示为  $x_m=y_n$ ， $z_l=1.2x_m$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ， $\alpha - \gamma$  从  $0 \sim \pi$  之间的运动轨迹示意图。

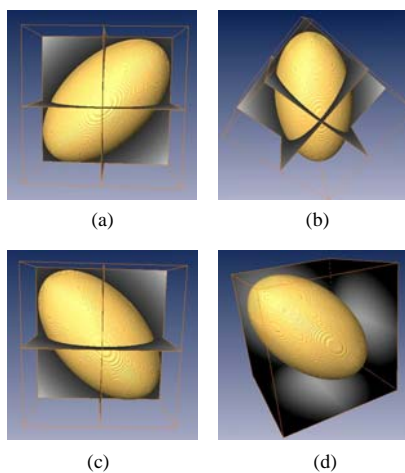


图 5  $x_m=y_n=z_l$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ，不同的  $\alpha - \gamma$  的 3 自由度轨迹图及投影

Fig. 5 The three-DOF locus illustration and projection three-plane orthographic of rotor with different  $\alpha - \gamma$  when  $x_m=y_n=z_l$ ， $\alpha - \beta = \pi/2$

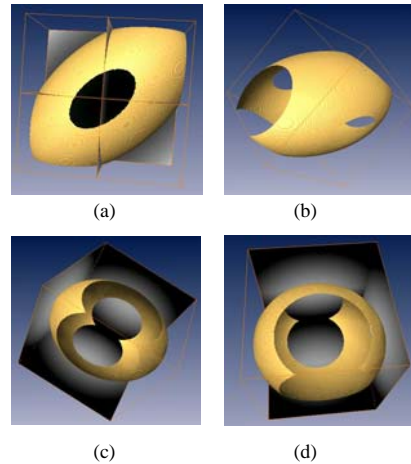


图 6  $x_m=y_n$ ， $z_l=1/2x_m$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ，不同  $\alpha - \gamma$  的 3 自由度轨迹图及投影

Fig. 6 The three-DOF locus illustration and projection three-plane orthographic of rotor with different  $\alpha - \gamma$  when  $x_m=y_n$ ， $z_l=1/2x_m$ ， $\alpha - \beta = \pi/2$

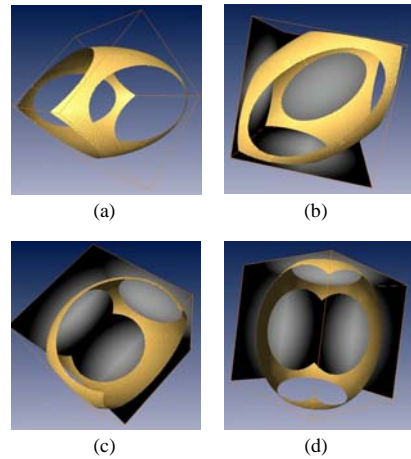


图 7  $x_m=y_n$ ， $z_l=1.2x_m$  时， $\alpha - \beta = \pi/2$ ，不同  $\alpha - \gamma$  的 3 自由度轨迹图及投影

Fig. 7 The three-DOF locus illustration and projection three-plane orthographic of rotor with different  $\alpha - \gamma$  when  $x_m=y_n$ ， $z_l=1.2x_m$ ， $\alpha - \beta = \pi/2$

## 5 结论

本文通过对圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的一般假设，推导出 3 相激励同时作用时，定子顶部的质点运动轨迹控制方程，并联系实际样机制作和驱动控制电路设计时的实验结果，得出分别绕 3 个轴旋转的运动轨迹方程。并对两相弯曲振动幅值相等，纵向振动幅值为弯曲振动幅值的一半时，质点的运动轨迹示意图，得出定转子之间的接触面不一定一直为一圆周，为提高圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机的定转子传动效率和进一步定量分析动力传递方式，定子的优化设计，以及球转子的轨迹控制策略奠定了理论基础。

## 参考文献

- [1] 金龙, 顾菊平, 胡敏强, 等. 圆柱定子 3 自由度球转子超声波电机驱动控制技术研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(9): 89-95.  
Jin Long, Gu Juping, Hu Minqiang *et al.* Driving and control for three-degree of freedom spherical piezoelectric ultrasonic motor with cylinder stator[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 89-95.
- [2] 金龙, 胡敏强, 顾菊平, 等. 一种新型圆柱定子 3 自由度球形压电超声电机[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(4): 163-166.  
Jin Long, Hu Minqiang, Gu Juping *et al.* New type of the three degree of freedom spherical piezoelectric USM with cylinder stator[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2002, 32(4): 163-166.
- [3] Toyama Shigeki, Shigeki Hatae, Manabu Nonka. Development of multi-degree of freedom spherical ultrasonic motor[J]. IEEE, MEMS, 1991, 53(4): 758-765.
- [4] Toyama Shigeki, Sugitani Shieru, Zhang Guoqiang *et al.* Multi degree of freedom spherical ultrasonic motor[C]. 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation Minneapolis, Minnesota: 2935-2940.
- [5] Ferreira Antoine, Minotti Patrice, Patrice Le Modal. New multi-degree of freedom piezoelectric micromotors for micromanipulator applications[C]. 1995 IEEE Ultrasonic Symposium, Seattle USA: 417-422.
- [6] Takafumia Mano, Takaakiishii, Kentaro Nakamura *et al.* An ultrasonic actuator with multi-degree of freedom using bending and longitudinal vibrations of a single stator[C]. 1998 IEEE Ultrasonic Symposium, Miyagi, Japan: 667-670.
- [7] Morita T, Kurosawa M, Higuchi T *et al.* Cylindrical micro-ultrasonic motor fabricated by improved hydrothermal method[J]. Ultrasonic Symposium 2000, 38(1): 33-36.
- [8] 金龙, 褚国伟, 王心坚, 等. 基于 DSP 的超声波电机控制系统[J]. 电工技术学报, 2004, 19(8): 93-98.  
Jin Long, Chu Guowei, Wang Xinjian *et al.* Control for USM based on DSP[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2004, 19(8): 93-98.
- [9] 张焱, 金龙, 宋爱国, 等. 超声电机驱动的二轴机械臂控制系统[J]. 测控技术, 2004, 12(12): 15-19.  
Zhang Yan, Jin Long, Song Aiguo *et al.* Two axes robot control based on USM [J]. Measurement Tech., 2004, 12(12): 15-19.
- [10] 顾菊平, 秦申蓓, 金龙, 等. 基于 LabVIEW 超声波电机谐振频率特性的实验研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(8): 51-56.  
Gu Juping, Qin Shempei, Jin Long *et al.* Experiment research for the resonant frequency of USM based on lab. VIEW[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(8): 51-56.
- [11] Gu Juping, Hu Minqiang, Shi Bin *et al.* Resonant booster for driving USM[C]. IEEE Pesc03: 2105-2110.
- [12] 金龙, 张焱, 徐志科, 等. 短柱型超声电机的优化设计[J]. 微特电机, 2004, 32(164): 8-10.  
Jin Long, Zhang Yan, Xu Zhike *et al.* Optimized design for short cylinder stator USM[J]. 2004, Micromotor, 2004, 32(164): 8-10.
- [13] 莫岳平, 金龙, 胡敏强, 等. 短柱型超声波电机两相振动频率的简并[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(8): 115-118.  
Mo Yueping, Jin Long, Hu Minqiang *et al.* Two phase vibration frequency degeneration of short cylindrical type ultrasonic motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8): 115-118.
- [14] 金龙, 褚国伟, 胡敏强, 等. 超声波电机速度与定位控制系统[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(1): 131-136.  
Jin Long, Chu Guowei, Hu Minqiang *et al.* Speed and position for USM[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(1): 131-136.
- [15] 胡敏强, 莫岳平, 金龙, 等. 系列超声波电机的研制及其应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(3): 452-456.  
Hu Minqiang, Mo Yueping, Jin Long *et al.* Development and application of series USM[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2002, 32(3): 452-456.

收稿日期: 2005-03-25。

作者简介:

顾菊平(1971-), 女, 博士, 南通大学电子信息学院副教授, 从事电气检测控制及微特电机研究;

金龙(1965-), 男, 博士, 副教授, 自动控制理论及微特电机研究。