

用遗传算法搜索验算点的复杂响应面函数 可靠度分析方法

苏永华, 赵明华, 刘晓明

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 响应面方法是地下复杂结构稳定可靠性分析的有效方法之一。目前常用的响应面函数不能模拟复杂结构极限状态方程曲面的多峰性。采用包含随机变量交叉项的二次函数从曲面状态上可克服这一缺陷。因此, 提出采用带交叉项函数的响应面函数代替不带交叉项的响应面函数, 同时对相应的试验设计程序进行改进以确定包含交叉项函数的具体解析表达式。由于该解析式的空间超曲面具有多峰性质, 在试验程序中, 引入遗传算法以搜索到全局的最优解, 确定结构的可靠度指标和验算点。实例计算证明: 该方法比采用不含交叉项函数的响应面方法精度要高。

关键词: 岩石力学; 响应面; 遗传算法; 验算点; 可靠度指标

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 2 - 5868 - 06

RELIABILITY DEGREE ANALYSIS METHOD OF COMPLICATED RESPONSE SURFACE FUNCTION TO SEARCH CHECKING POINT WITH GENETIC ALGORITHM METHOD

SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, LIU Xiao-ming

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Response surface method(RSM)is an efficient method to analyze the stability reliability degree for complicated structure, such as underground structure. However, general response surface function can not simulate a character of curve surface of limit state equation for a complicated structure, for the curve surface has more than one peak-value on its parameter space. Quadratic equation that contains mixed terms of random variables can overcome the above-mentioned defect. Therefore, it is presented that function with mixed terms of random variables is adopted to replace function without mixed terms of random variables in response surface method and test procedure, which are used to decide coefficients of function without mixed terms of random variables and calculate reliability index. It is improved to make it suitable to response surface function with mixed terms of random variables. The analytical expression that contains mixed terms of random variables can be decided by the improved general test procedure. Due to more than one peak value on curve surface of the analytical expression containing mixed terms of random variables, genetic algorithm is adopted to search a globe optimal solution, reliability index, and checking point in the improved test procedure. The improved test procedure and response surface method, considering quadratic equation that contains mixed terms of random variables as response surface

收稿日期: 2004 - 05 - 13; **修回日期:** 2004 - 06 - 28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378036); 湖南大学引进人才基金资助项目(531103011143); 重点科学基金资助项目(521101619)

作者简介: 苏永华(1966 -), 男, 博士(后), 1999 年于北京科技大学土木与环境工程学院获博士学位, 现任副教授, 主要从事岩土工程、地下结构工程等方面的教学与研究工作。E-mail: syh5327@hnu.cn.

function, is to used to research stability reliability degree for a large-scale underground rock mass structure. Other method, to take quadratic equation without mixed terms of random variables as response surface function, is adopted to analyze the reliability degree of the same structure too. Calculated results of Monte Carlo method are regarded as criterion, and it shows that the calculated result of the former method is more accurate than the later.

Key words: rock mechanics; response surface method(RSM); genetic algorithm; checking point; index of reliability degree

1 引言

地下结构建筑于岩土体中, 其稳定性决定于围岩及衬砌参数和力学传递模式。由于围岩、衬砌参数、破坏模式的不确定性和多样性, 导致了地下结构的复杂性。在稳定性分析中考虑其不确定性因素, 采用可靠度方法时无法确定结构功能函数的解析式。在这种情况下, 替代的途径主要有随机有限元方法、Monte Carlo 法和响应面方法。随机有限元方法是分析工程结构荷载效应的重要手段, 概念明确且计算量少, 但对于非线性问题及基本变量变异系数大的问题, 将产生较大的误差。Monte Carlo 法具有较好的计算精度, 但计算工作量大, 尤其对非线性问题计算量更加可观, 在实际应用中受到很大限制, 通常只是用来对其他方法精度进行验证。因此响应面方法获得了较快的发展和应用。

2 响应面方法研究现状

响应面方法是通过一系列的试验, 通过统计技术拟合基本随机变量的输入与输出的近似解析关系, 利用近似的解析式求解可靠度指标。

文[1]研究了如何通过试验参数的选取获取响应面函数的系数问题。文[2]采用数值优化方法和自适应迭代插值技术提高响应面的计算效率。文[3]通过采用正交试验的二水平因子方法选定参数试验点, 然后在试验点上利用有限元数值试验确定响应面函数系数的方法, 以边坡的稳定可靠性为例对其研究的方法进行验证。文[4]基于方差减少技术, 集中研究了数值模拟、数值积分的精度问题, 对大型复杂结构的可靠性分析推荐使用响应面方法。文[5]研究了在响应面方法中, 如何进行试验设计以确保函数在包含最大失效点的前提下减少试验次数。文[6]在假定响应面近似函数为不含交叉项的二次函数的前提下, 利用几何法求极限状态函数的验算点, 提高了计算效率和计算精度。文[7]采用有理多项式技

术与数值计算相结合的迭代算法, 来研究响应面的重构问题和可靠度计算; 同时采用 BP 网络作为响应面近似函数, 可从理论上有效地解决响应面的精度问题, 并研究了神经网络模型在响应面重构中的应用和可靠度计算。此外, 响应面方法在许多复杂结构的可靠度分析中获得了较为广泛的应用^[8]。

3 可靠度指标

可靠度指标 β 在标准独立正态坐标系中等于原点到极限状态曲面的最短距离。因此, 设具有 n 个正态变量的极限状态方程为 $g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 将各正态变量标准化: $\bar{x}_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$, 其中, μ_i, σ_i 分别为变量 x_i 的均值和标准差。于是极限状态方程 $g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在标准正态空间为 $g(\mathbf{X}) = g(\bar{x}_1\sigma_1 + \mu_1, \bar{x}_2\sigma_2 + \mu_2, \dots, \bar{x}_n\sigma_n + \mu_n)$, 且 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为验算点。可靠度指标 β 在标准正态空间中按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \min \left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ g(\bar{\mathbf{X}}) &= g(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

如果随机变量服从一般的分布, 则根据当量正态化原理^[9], 结合标准化变换式 $\bar{x}_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$, 可以推导出

$$\bar{x}_i = \Phi^{-1}[F_i(x_i)] \quad (2)$$

式中: $F_i(x_i)$ 为随机变量 x_i 的分布函数, $\Phi(\bullet)$ 为标准正态分布函数, $\Phi^{-1}(\bullet)$ 为标准正态分布函数的反函数。

4 响应面函数的确定

在响应面方法理论研究和工程应用中, 计算精度一直是研究和关心的重点。为了拟合时尽可能减少试验次数和计算的方便, 目前对响应面函数

的选取通常都采用如下形式不带交叉项的二次函数^[2, 5, 6, 8]表达式

$$g(\mathbf{X}) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 \quad (3)$$

式中： $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为随机变量向量； $a, b_i, c_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为待定系数。总计 $2n + 1$ 个待定系数。

在确定了上式后，可按照相应的程序计算确定式(3)的系数及计算可靠度指标 β ^[9]。

根据定义，超球面与坐标原点的最小距离即为可靠度指标 β 。式(3)是多维空间中超球面的一部分，该函数曲面与坐标原点所有距离中，局部最小距离就是全局最小距离。但是，地下及大型结构功能函数在超空间中的曲面形状^[8]是复杂的、非线性的、非凸的，即功能函数曲面是多峰的，可靠度指标 β 是曲面与坐标原点距离多个局部极小距离中的最小距离。式(3)计算得到的可靠度指标 β 有可能是其中的一个极小距离，而不是结构的实际可靠度指标。

包含随机变量交叉项的二次多项式具有多峰性质^[2, 5]，因此响应面函数采用如下形式能更好地接近结构的实际功能函数为

$$g(\mathbf{X}) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n d_i x_i^2 \quad (4)$$

式中： $a, b_i, c_{ij}, d_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为待定系数，总计 $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$ 个待定系数。

式(4)是通过式(3)的改进而来，因此，式(4)的算法程序通过对式(3)的算法^[9]改进后按如下程序进行，为了方便在本文中简称“改进程序”。改进程序过程如下：

(1) 假定迭代点 $\mathbf{X}^{(1)} = (x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ ，初次计算一般取平均值点；

(2) 利用试验计算功能函数

$$Z = g(x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$$

$$Z = g(x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)} + f\sigma_i, \dots, x_n^{(1)})$$

及

$Z = g(x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)} + f\sigma_i, \dots, x_j^{(1)} + f\sigma_j, \dots, x_n^{(1)})$ ($i = 1, 2, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$)，得到 $(n^2 + 3n + 2)/2$ 个点估计值，其中系数 f 在第一轮估计中取 3，在以后的迭代计算中取 1， σ_i 为 x_i 的均方差；

(3) 由于式(4)有 $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$ 个待定系数，利用

步骤(2)求得的 $\frac{n^2 + 3n + 2}{2}$ 函数值解出待定系数

$a, b_i, c_{ij}, d_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 得到含交叉项的二次多项式近似的功能函数，从而确定结构的极限状态式(4)；

(4) 利用下一节提出的遗传算法求解验算点 $x^{*(K)}$ 和可靠度指标 $\beta^{(K)}$ (其中上标 K 表示第 K 步迭代)；

(5) 判断收敛条件，设 ε 为设定的误差限，即

$$|\beta^{(K)} - \beta^{(K+1)}| < \varepsilon \quad (5)$$

是否满足，如果不满足，则用插值法得到新的展开点：

$$x_M^{(K)} = x^{(K)} + (x^{*(K)} - x^{(K)}) \frac{g(x^{(K)})}{g(x^{(K)}) - g(x^{*(K)})} \quad (6)$$

此插值可使 $X_M^{(K)}$ 较接近极限状态曲面，然后返回步骤(2)进行下一步迭代，直至收敛条件满足。

式(4)是多峰函数，在上述计算迭代步骤(4)求解 $x^{*(K)}$ 和可靠度指标 $\beta^{(K)}$ 时采用常用的可靠度计算方法或数值优化方法，在极限状态方程非线性程度较高时，其适应性有待验证。在某些情况下甚至不收敛。即使收敛，得到的 $\beta^{(K)}$ 也不能保证是全局最优解。为了提高计算效率和准确性，必须采用具有全局最优值的算法。生物遗传进化算法则具有全局优化搜索能力。

5 可靠度指标的遗传算法求解

遗传算法(简称“GA 算法”)用数学方法模拟生物进化过程，将对问题的求解转化为对一群“染色体”(一般用二进制码串表示)的一系列操作。通过群体的进化，最后收敛到一个最适应环境的染色体上，从而求得问题的最优解。

求解问题的一般提法为：对于一个给定的优化问题，设目标函数为

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n \in \Omega, F \in \mathbf{R}) \quad (7)$$

式中： x_1, x_2, \dots, x_n 为函数的自变量； Ω 为解空间； F 为解的优劣程度，需要在 Ω 中寻找以 F 为评价标准的最优解。

基于可靠指标的几何涵义，首先确定求解模型的目标函数。对于本文的可靠指标 β 是最小值。根

据式(1), 此模型为一有约束的非线性规划模型。根据遗传算法约束的处理方法, 删除约束条件中的等式, 可将第 i 个变量用其他 $n-1$ 个变量表示^[10]。一般选择变异较大的那个变量, 由式(1)第 2 式可得

$$\bar{x}_i = g_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n) \quad (8)$$

则式(1)表示的求解模型可表示为

$$\beta = \min[\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + \dots + \bar{x}_{i-1}^2 + g_i^2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n) + \bar{x}_{i+1}^2 + \dots + \bar{x}_n^2]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

在确定了优化求解模型后, 根据遗传算法的基本思想, 可以按以下步骤逐步求解:

(1) 目标函数的定义

在本项目中目标函数为 β , 用 β 的大小表示可行解的适应性。为了寻找结构的可靠度指标, β 值越小, 表示相应的可行解的适应性越好。

(2) 解的结构表示

模型优化问题的解可采用按照具体情况采用浮点向量或二进制向量表示。使用二进制向量作为一个染色体来表示解空间的真实值, 向量的长度可依据求解问题的精度确定。使用浮点向量, 每一个染色体由一个浮点向量表示, 其长度与解向量相同。初始群体的染色体数目为 pop_size 。

(3) 可行解初始种群的产生和确定

式(9)中, x_i 为已知分布的随机变量, 对于符合正态分布的随机变量, 可由下式随机^[11]产生, 即

$$x_i = \mu_i + \sigma_i(-2\ln u_1)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi u_2) \quad (10)$$

式中: μ_i, σ_i 为 x_i 的均值和方差; u_1, u_2 为(0, 1]上相互独立的均匀分布的随机数。

在结构可靠性分析中基本随机变量常见的各种分布, 都可通过适当方法产生符合其分布的随机变量, 各随机变量均是(0, 1]上相互独立的均匀分布的随机数产生而来^[11~16]。所以只要对 u 在(0, 1]上随机产生, 就可确定 x_i 及初始种群, 由式(2)确定 \bar{x}_i 和式(9)确定 β , 故式(9)可以转化为如下所示的无约束化模型:

$$\beta = \min f(u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (11)$$

(4) 初始种群 pop_size 大小的确定

求解模型的具体情况, 可取 50~100 左右, 则通过 pop_size 次随机取样, 可得 $t=0$ 时的种群的初始样本。

(5) 评价函数及染色体选择

设染色体为 $V_1, V_2, \dots, V_{pop_size}$, 定义基于序的评价函数

$$\text{eval}(V_i) = \alpha(1 - \alpha)^{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, pop_size, \alpha = 0) \quad (12)$$

对 pop_size 个染色体进行解码运算, 根据各染色体相应的 β 评价其适应性。如果其中的最优解连续若干代保持不变, 则该解为最优解, 转入步骤(9), 得出最优解。否则进行染色体选择。选择过程以旋转赌轮 pop_size 次为基础。每一次旋转都为新的种群选择一个染色体, 且以每个染色体的适应度进行选择。选择的过程如下:

$$\left. \begin{aligned} & \textcircled{1} \text{ 对每一个染色体 } V_i, \text{ 计算累积概率 } q_i, \text{ 即} \\ & q_0 = 0 \\ & q_i = \sum_{j=1}^i \text{eval}(V_j) \quad (i = 1, 2, \dots, pop_size) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

从区间 $[0, q_{pop_size}]$ 中产生一个随机数 r ;

② 若 $q_{i-1} < r \leq q_i$, 则选择第 i 个染色体 $V_i (1 \leq i \leq pop_size)$;

③ 重复步骤②共 pop_size 次, 得到 pop_size 个复制的染色体。

(6) 以适当的概率 P_c (一般范围为 0.4~0.9), 进行杂交操作, 产生 pop_size 个新的染色体。

(7) 以适当的概率 P_m (一般范围为 0.001~0.1) 从 pop_size 个染色体中选取 $P_m \times pop_size$ 进行变异操作。

(8) 令 $t = t + 1$, 转入步骤(5)。

(9) 模型求解终止, 得出最优解 β 值。根据步骤(3)抽样标准正态化的反过程, 求得符合各自分布的随机变量验算点。

6 算例比较

6.1 工程简介及状态方程建立准则

该工程示例资料取自文[13]。

华北某矿矿区的地质条件较为简单, 矿体围岩主要是由石灰岩和闪长岩组成的, 该矿经长期开采, 已经留下了将近二百多万立方米的地下空间。计划将该空间利用起来。在利用前, 将对其进行多方面的考察和评价。在评价中考虑的问题之一是空区围岩活动对建设在空区影响范围内而位于崩落区范围外的某一个工业广场稳定性的影响问题。

就空区围岩和工业广场的关系而言, 可以从保

护地面建筑物为出发点建立评价准则，从而建立结构的功能函数。

在实际开采中只要地表的倾斜变形、水平变形不超过允许的范围，则不会影响建筑物的使用。所以地表受影响后，其最大的变形有一个容许值 $[\mu]_{\max}$ 。根据该工业广场的重要性程度，其保护等级属于 II 级建筑物，容许的最大水平变形为 3.0 mm/m。

空区影响范围内地表变形而引起建筑物的不稳定是由围岩强度力学参数及外载所决定的。地表变形 μ 与控制变形的围岩力学参数 X_1, X_2, \dots, X_n 之间的解析关系可表示为

$$\mu = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (14)$$

由于地下岩体空间围岩系统力学、物理参数及岩体空间本身几何形状等的复杂性，得到解析关系式(14)的明确表达式是非常困难的，在某些情况下，甚至是不可能的。因此在本文的研究中，采用材料非线性弹塑性二维平面有限元数值模拟试验结合响应面方法，建立可靠性分析模型：

$$\bar{Z} = \bar{g}(X) = \Delta\mu = [\mu]_{\max} - \bar{\mu}_i \quad (15)$$

式中： $\bar{\mu}_i$ 为第 i 次数值模拟得到的地表变形值， $[\mu]_{\max}$ 为最大的地表容许变形值。

在分析中随机变量只考虑最基本的岩体力学参数，弹性模量 E ，泊松比 ν ，单轴抗压强度 R_c ，单轴抗拉强度 R_t 。通过处理和分析，变异性较大的岩体力学参数，均服从正态分布，各自统计特征值见表 1。整个岩体结构中，按上盘大理岩和下盘闪长岩分为二组。上盘参数为 $E_1, \mu_1, R_{c1}, R_{t1}$ ；下盘为 $E_2, \mu_2, R_{c2}, R_{t2}$ 。随机变量的排列顺序为

$$X = (E_1, \mu_1, R_{c1}, R_{t1}, E_2, \mu_2, R_{c2}, R_{t2}) = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_8)$$

表 1 岩体力学参数表

Table 1 Statistic data of rock mass mechanics parameters

部位	抗压强度 /MPa		抗拉强度 /MPa		泊松比		变形模量 /GPa		粘聚力 /GPa	内摩擦角/(°)
	均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差		
下盘	38.41	12.05	2.78	0.21	0.245	0.045	13.58	5.77	10.94	12.7
上盘	15.00	2.95	0.97	0.21	0.276	0.042	3.58	0.99	3.72	5.4

6.2 不带交叉项的响应面函数方法

在文[13]中研究该地下洞室稳定可靠度时，采

用不带变量交叉项响应面函数形式，和不含交叉项函数的响应面函数试验程序确定响应面解析表达式，然后采用国际结构安全度联合委员会推荐的可靠度计算方法求算可靠度。3 大轮迭代共 57 次试验，得到可靠度指标 β 为 1.60，失效概率为 5.4%。其分析结果见表 2 的第二栏。

表 2 计算结果比较

Table 2 Calculation result of different methods

计算方法	β	E_1 /GPa	μ_1	R_{t1} /MPa	R_{c1} /MPa	E_2 /GPa	μ_2	R_{t2} /MPa	R_{c2} /MPa	失效概率 %
文[13]方法	1.60	3.287	0.255	1.300	14.061	9.792	0.296	2.545	51.836	5.4
本文方法	1.27	4.247	0.267	1.089	12.792	7.273	0.247	3.414	62.446	10.2
Monte Carlo 法	8 000 次抽样计算结果									11.8

6.3 带交叉项的响应面函数方法

但根据资料显示^[14]， $\bar{Z} = \Delta\mu = [\mu]_{\max} - \bar{\mu}_j$ 为 $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_8)$ 的多峰函数。因此，在本文研究中采用如下带交叉项的响应面函数为

$$\bar{Z} = f(X) = f(X_1, X_2, \dots, X_8) = a + \sum_{i=1}^8 b_i x_i + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=i+1}^8 c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^8 d_i x_i^2 = 0 \quad (16)$$

按照改进程序和本文第 6.2 节研究的遗传算法确定式(16)的待定系数和计算可靠度指标。

在遗传算法中的主要控制参数为：初始群体的染色体数目 pop_size 为 100，杂交操作概率 P_c 为 0.5，变异操作概率 P_m 为 0.01。

采用本文方法在计算过程中，在 β 指标达到收敛时，迭代轮数亦为 3 次，试验次数为 135 次。其分析结果见表 2 的第三栏。

6.4 精度简要分析

Monte Carlo 抽样模拟可靠度计算方法具有较高的精度，但是该方法需要大量的计算消耗，在具体工程的可靠度计算中很少使用，常用来对其他方法的准确性进行检验。在本文中以 Monte Carlo 法为标准，比较各自精度。3 种方法的计算结果见表 2。

采用 Monte Carlo 法通过 8 000 次模拟后收敛，该结构准确的破坏概率为 11.8%。本文方法计算得到破坏概率为 10.2%，绝对误差为 1.6 个百分点，相对误差为 13.5%，文[13]方法的绝对误差为 6.4 个百分点，相对误差为 54%。可以看出，采用本文研究的方法比文[13]的方法具有较高的精度。

7 结 语

地下工程等复杂结构的稳定可靠度分析中采用响应面方法时,为了计算的方便,通常采用不带交叉项的二次函数,没有考虑交叉项对计算结果的影响,可能会引起较大的误差。本文将响应面函数选为带交叉项的二次函数,改进了解析表达式系数拟合的试验程序,针对极限状态函数在空间超曲面的多峰性质,将遗传全局优化算法引入对可靠度和验算点的搜索。经实例验算,本文提出的方法较不含交叉项函数的响应面函数试验程序方法具有较高的精度,其存在的主要缺点是由于函数中的待定系数增多,导致试验工作量成倍增大,牺牲了计算效率。这是有待进一步研究、改进的方面。

参考文献(References):

- [1] Faravelli L. A response surface approach for reliability analysis [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, 115(12): 2 763 - 2 781.
- [2] Bucher C G, Bourgund U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems[J]. *Structural Safety*, 1990, 7(1): 57 - 66.
- [3] Wong F S. Slope reliability and response surface method[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1995, 111(1): 32 - 53.
- [4] Schueller G I. On efficient computation scheme to calculate structural failure probability [J]. *Probability Engineering Mechanics*, 1989, 4(1): 10 - 18.
- [5] Ra J M R, Ellingwood B R. A new look at the response surface approach for reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 1993, 15(12): 205 - 220.
- [6] 佟晓利, 赵国藩. 一种与结构可靠度分析几何法相结合的响应面方法[J]. *土木工程学报*, 1997, 30(4): 51 - 57.(Tong Xiaoli, Zhao Guofan. A response method of structure reliability degree jointed geometrical method[J]. *China Civil Engineering Journal*, 1997, 30(4): 51 - 57.(in Chinese))
- [7] 徐 军, 郑颖人. 响应面重构的若干方法研究及其在可靠度分析中的应用[J]. *计算力学学报*, 2002, 19(2): 217 - 221.(Xu Jun, Zheng Yingren. Research on a few method of reconstruction response surface and its application in reliability degree analysis[J]. *China Journal of Computational Mechanics*, 2002, 19(2): 217 - 221.(in Chinese))
- [8] 苏永华, 方祖烈, 高 谦. 用响应面方法分析特殊地下岩体空间的可靠性[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(1): 55 - 58.(Su Yonghua, Fang Zulie, Gao Qian. Reliability analysis of special underground rockmass space by response surface method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 19(1): 51 - 58.(in Chinese))
- [9] 帅长斌, 张银龙, 常大民. 基于响应面法的桥面结构可靠度近似计算[J]. *中国公路学报*, 2003, 16(3): 52 - 57.(Shuai Changbin, Zhang Yinlong, Chang Damin. Approximate calculation method of bridge surface structure based on response surface[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2003, 16(3): 52 - 57.(in Chinese))
- [10] 胡钊芳, 上官兵, 刘玉华. 南城大桥桥面铺装可靠性分析[J]. *中国公路学报*, 2003, 16(4): 36 - 39.(Hu Zhao Fang, Shang Guan Bing, Liu Yuhua. Reliability analysis of bridge surface padding of south city bridge[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2003, 16(4): 36 - 39.(in Chinese))
- [11] 陈昌富, 王贻荪, 邹银生. 边坡可靠性分析分步混合遗传算法[J]. *土木工程学报*, 2003, 36(2): 72 - 76.(Chen Changfu, Wang Yisun, Zou Yinsheng. Multi-steps mixing GA of slop reliability analysis[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, 36(2): 72 - 76.(in Chinese))
- [12] 赵国藩. 工程结构可靠性理论及其应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.(Zhao Guofan. *Engineering Structure Reliability Theory and Its Application*[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1996.(in Chinese))
- [13] 徐 军, 邵 军, 郑颖人. 遗传算法在岩土工程可靠度分析中的应用[J]. *岩土工程学报*, 2000, 22(5): 586 - 589.(Xu Jun, Shao Jun, Zheng Yingren. GA's application in reliability analysis of geotechnical engineering[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(5): 586 - 589.(in Chinese))
- [14] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.(Zhao Guofan, Jin Weiliang, Gong Jinxin. *Reliability Theory of Structure*[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2000.(in Chinese))
- [15] 祝玉学. 边坡可靠性分析[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1993.(Zhu Yuxue. *Slop Reliability Analysis*[M]. Beijing: China Metallurgical Industry Press, 1993.(in Chinese))
- [16] 苏永华, 王旭春, 张宗社. 岩体工程可靠性分析的响应面方法及其应用[J]. *工程地质学报*, 2001, 9(4): 381 - 386.(Su Yonghua, Wang Xuchun, Zhang Zongshe. Response surface method of rock mass engineering stability reliability analysis and its application[J]. *Journal of Engineering Geological*, 2001, 9(4): 381 - 386.(in Chinese))