

振动放顶煤技术原理与实践

赵阳升¹, 谢耀社², 郭金刚³, 霍灵军³

(1. 太原理工大学 采矿工艺研究所, 山西 太原 030024; 2. 中国矿业大学 能源与安全学院, 江苏 徐州 221008;

3. 潞安矿业集团公司, 山西 襄垣 046204)

摘要: 综放开采顶煤放出率低始终是困扰厚煤层开采的一大技术难题, 系统介绍历时 5 a 进行的振动放顶煤的机构设计、实验室试验、离散元数值模拟和工业试验研究的方法与结果。室内试验研究结果表明, 振动最大影响范围为 0.65 m, 振动频率选择 1.0 Hz 效果较佳。离散元数值模拟结果表明: 由于增加水平运动的动力, 振动水平力与垂向力共同作用下, 使顶煤实现分层逐层放落, 从而降低混矸率, 提高顶煤放出率。在潞安王庄煤矿 5209 工作面进行工业试验, 激振机构安装在掩护梁上, 激振油缸推动力为 200 kN, 振动频率为 0.8~1.0 Hz, 经 6 个月的现场试验与观测, 由于振动机构的作用, 使顶煤放出率平均提高 3%。系统研究结果表明, 振动放顶煤技术可以较大幅度提高块裂顶煤放出率, 降低混矸率, 是放顶煤开采的一项很有前景的技术。

关键词: 采矿工程; 块裂顶煤; 振动; 试验研究; 数值模拟; 工业试验

中图分类号: TD 82

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)01 - 0187 - 06

TECHNICAL PRINCIPLE OF TOP-COAL CAVING WITH VIBRATION AND ITS PRACTICE

ZHAO Yangsheng¹, XIE Yaoshe², GUO Jingang³, HUO Lingjun³

(1. Institute of Mining Technology, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China;

2. School of Mining and Safety Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China;

3. Lu'an Mining Co., Ltd., Xiangyuan, Shanxi 046204, China)

Abstract: Low recovery ratio of top-coal in the fully-mechanized coal mining is a hot technical problem. A series of investigation methods and results of mechanical design, laboratory experiments, DEM numerical simulation, and in-situ practice of the vibration top-coal caving are described. The experimental results demonstrated that the vibration effect range can reach 0.65 m far from the roof of mining space; and it is also found that vibration frequency 1.0 Hz is the optimum choice. The numerical simulation results illustrated that the top coal could be caved layer by layer, with the effect of vertical weighty and horizontal vibration forces working together. Consequently, the waste stone ratio in mined coal was decreased and the recovery ratio of top coal was increased. The results of 6 months in-situ practice in Wangzhuang mine, Lu'an Coal Industry Company, demonstrated that the recovery ratio of top coal was increased by 3% in average with the vibration mechanism. The systematical investigations have demonstrated that the vibration top-coal caving is an advantageous and profitable technique, which can greatly increase the recovery of top-coal and decrease the waste stone ratio.

Key words: mining engineering; block-fractured top-coal; vibration; experimental study; numerical simulation; in-situ practice

收稿日期: 2007 - 03 - 18; **修回日期:** 2007 - 05 - 31

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50534030, 50434020)

作者简介: 赵阳升(1955 -), 男, 博士, 1982年毕业于山西矿业学院工程力学专业, 现任教授、博士生导师、长江学者, 主要从事采矿工程与岩石力学方面的教学与研究工作。E-mail: y-s-zhao@263.net

1 引言

中国厚煤层资源丰富, 约占总资源量的 45%, 厚煤层产量也占总产量的 45% 左右。1982 年, 综采放顶煤开采技术在国内开始试验, 经过 10 a 多的时间, 其技术逐渐成熟, 并较大面积地推广使用, 从而使厚煤层长壁工作面的生产能力与经济效益大幅度提高, 而顶煤回收率却始终是国内工程与学术界争议很大的问题。为提高顶煤放出率, 国内进行了许多基础和工业试验研究^[1~9], 如: 预裂爆破弱化顶煤、预注水软化顶煤、放顶煤支架架型的变革等。由最早(1987 年)的潞安王庄煤矿的高位(4309 工作面)开天窗放顶煤支架, 改变为今天的低位放顶煤支架, 放煤工艺也进行了很多试验与改革, 如: 单刀放煤、两刀放煤和三刀放煤, 均取得了较好的效果。

但无论如何, 现行的放顶煤工艺全部是被动的放顶煤工艺, 即顶煤在顶板压力作用下破裂, 再经过支架上方相对移动, 而在自重作用下自由放落的放顶煤工艺, 这种工艺导致顶煤损失较大, 混矸率较高, 特别对于中硬以上的煤层而言, 顶煤破裂块度较大, 最大尺寸在 300 mm 以上的煤块占相当的比例。本文定义单边最大尺寸大于放煤口 1/3 的煤块为“块裂顶煤”, “块裂顶煤”顶煤放出率低是国内不可避免的事实。1999 年, 作者曾与古德生院士就振动放矿理论与机构在放顶煤中应用的可行性进行了深刻的讨论, 认识到金属矿振动放矿与振动放顶煤实施存在很大的差异^[10, 11]: 前者是放炮崩落的矿体堆积在一个矿仓内, 达几万立方米矿体, 振动放矿设备工作过程中不需要移动; 而后者支架在运动, 支架上方的煤量较少, 而且金属矿山无瓦斯等易爆炸气体, 振动设备采用电机偏心激振的机构实现振动, 而放顶煤则绝不允许在支架上方安设电机激振。为此, 从 2000 年开始, 历时 6 a, 作者^[4]与潞安王庄煤矿合作, 系统开展了这一领域的理论、室内试验与工业试验的探索与研究。本文拟主要介绍这项研究的试验、理论分析、技术原理和设备机构以及现场工业试验情况。

2 振动放顶煤试验研究

2.1 振动放顶煤机构与试验台设计

在模拟放顶煤支架的掩护梁上安装锯齿型振动板, 该振动板由 2 个往复运动小行程的油缸驱动,

动力由液压泵站供给, 为实现驱动油缸的往复运动, 采用了 PLC 可编程控制器与电液二位四通换向阀执行, 间隔换向。将装配了振动机构的低位放顶煤支架置于中国矿业大学 211 工程建设的 1 000 t 试验机的辅机机构内, 为一长 3.0 m, 宽 1.2 m, 高 2.0 m 的三维结构, 在支架上方堆积块裂岩块, 即构成了三维振动放顶煤试验台(见图 1)。由于放顶煤过程中, 顶煤的运动主要靠自重和少部分矸石的重力推动, 因此试验中未增加上覆岩层载荷。试验用支架参数为高 2.0 m, 长 2.0 m, 宽 1.2 m。液压缸的推力 200 kN, 工作压强 25 MPa, 行程 50 mm, 放煤口尺寸为 1.2 m×0.8 m。动力系统排量 32 L/min, 额定压力 25 MPa, 功率 22 kW。

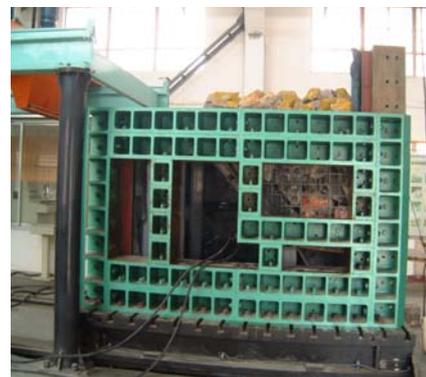


图 1 振动放顶煤试验台

Fig.1 Test machine for top coal caving with vibration

2.2 试验方案设计与观测方法

选择振动频率 0.2~1.6 Hz, 间隔 0.2 Hz 进行试验。激振力 $P = 15, 20$ 和 25 MPa。按上述 2 组参数均匀设计, 组合进行试验。

用块裂岩块作为块裂顶煤, 放顶煤开采的关键问题是煤体在煤壁前方超前支承压力的作用下, 破裂而形成块裂顶煤的块度大小, 其大小决定了顶煤放落过程中是否能形成某种结构, 导致放顶煤过程停止。因此, 放顶煤开采模拟最主要因素是岩块尺寸的相似性, 这就是用块裂岩块代替块裂顶煤的原因所在; 相反, 由于块裂岩块不易破裂, 因而可以重复使用进行试验, 以揭示相关规律。放顶煤试验用岩块均采用煤系地层的砂岩和石灰岩, 试验用岩块块度分布情况见表 1。

将所有不同块度岩块采用不同颜色喷涂, 并放置于不同高度层位, 在试验过程中拍摄岩块在观测窗口的运动, 即可分析出顶煤的运动规律、成拱概率、成拱结构以及振动的作用机制。

2.3 试验结果

(1) 顶煤块度与成拱结构的关系

表 1 试验用岩块块度分布

Table 1 Size distribution of testing rock block

岩块最大长度/mm	占百分比/%
<200	15
200~300	40
300~400	20
400~500	10
500~600	15

在实验室先后进行了 20 次振动放顶煤试验, 表 2 给出了自然放落顶煤过程中顶煤成拱块度与成拱结构试验结果。

表 2 自然放落顶煤过程中顶煤成拱块度与成拱结构试验结果

Table 2 Experimental results of top-coal arching size vs. structure of natural top-coal caving

成拱结构照片	试验时间/年月日	成拱方式	块度/mm
	20030222	4 块岩石组成铰接拱	200, 250, 200, 270
	20030219	3 块岩石组成铰接拱	350, 200, 150
	20030221	3 块岩石组成铰接拱	220, 450, 100 380, 260, 180 500, 300, 150
	20030220	3 块岩石组成铰接拱	500, 250, 100

注: 表中第 3 张照片的尺寸依次代表沿支架宽度方向的左、中、右 3 个剖面上的块度。

试验用顶煤块度尺寸与放煤口最小尺寸之比大于 1/3 的岩块占总量的 45%, 在放煤试验过程中, 发现由 4 块岩石在放煤口形成铰接拱的概率为 5%; 由 3 块岩石形成铰接拱的概率为 15%。放煤过程中, 4 次铰接拱中, 岩块最大块度均大于放煤口 1/3, 其铰接拱形成的概率为 20%。将块度与放煤口最小尺寸之比大于 1/3 的煤块尺度定义为成拱块度, 相应的煤块定义为成拱煤块。试验结果表明, 放煤过程

中, 成拱概率与成拱煤块比为 $0.20/0.45 = 0.44$, 即成拱概率占 44%。假设成拱概率与成拱煤块呈线性关系, 即

$$n = kp \tag{1}$$

式中: n 为成拱概率, p 为成拱煤块占总煤量的比, k 为比例系数。

试验中发现, 放煤过程形成的铰接拱是一种不很稳定的结构, 在较大扰动下, 这种铰接拱结构容易破坏, 这就为振动放顶煤机构的设计提供了重要的依据。

(2) 振动放煤过程中拱的破坏机制

针对上述块度分布的顶煤, 反复进行了 20 次振动放顶煤试验。试验过程中, 顶煤放落顺利, 无一次成拱事件发生, 即成拱概率事件为 0。同时对自重放煤过程中形成的拱结构, 采用振动板激振方式, 全部打破了放煤过程中形成的铰接拱结构, 使块裂顶煤顺利放落。试验用块裂顶煤的最大块度为 600 mm, 与放煤口最小尺寸的比为 $600 \text{ mm}/800 \text{ mm} = 0.75$ 。

由此可知, 由于激振的作用, 只要顶煤块度与放煤口尺寸之比小于 0.75, 顶煤放落过程中就不会形成铰接拱结构, 从而阻止后续顶煤的继续放出。科学地讲, 由于激振作用大大放宽了顶煤成拱的块度尺寸, 即块度与放煤口尺寸比由 0.33 放大到 0.75, 从而使得放顶煤开采技术的适用煤层范围大大拓宽, 同时也使顶煤回收率大幅度提高。

(3) 振动影响范围

振动影响范围的大小, 直接关系到振动放顶煤的适用性。影响振动传播能的主要因素有: 振动频率和振动力。为此, 试验对振动频率和振动力进行了组合试验。试验获得激振油缸压强、振动频率与振动影响范围的关系曲线如图 2 所示。由图 2 可知, 振动影响范围与振动频率和振动力之间均呈幂函数关系, 且幂次小于 1, 随振动力增加, 振动影响范围的增加幅度递减, 随振动频率增加, 振动影响范围的增加幅度递减。试验揭示出当激振油缸的压强大于 20 MPa 和振动频率大于 1.0 Hz 后, 频率增加对振动影响范围的影响不大, 最大振动影响范围为 0.65 m, 这是由岩体块度和摩擦力决定的。为此, 在现场振动放顶煤支架设计时, 振动频率选择 1.0 Hz 效果最佳。

3 振动放顶煤的离散元数值模拟研究

采用二维离散元方法^[12~15]进行模拟振动放顶

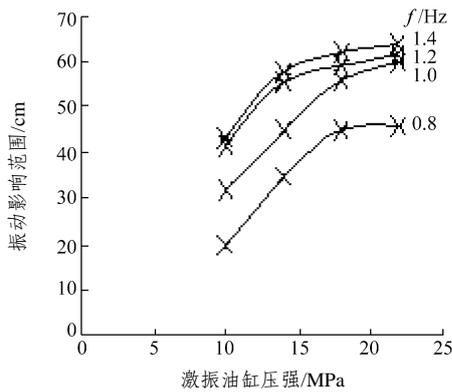


图2 激振油缸压强、振动频率与振动影响范围的关系曲线

Fig.2 Relationship curves of vibrating force, vibration frequency vs. influencing area of vibration

煤, 不同块度顶煤用不等径的球体模拟, 由于非规则块体离散元软件设计极为困难, 故本文采用球体单元模拟, 在尺寸大小分布上与块体大小一致。由于放顶煤振动频率很低, 仅 1.0 Hz, 数值模拟试验仅施加了往复的惯性力、重力以及振动板的水平摩擦力, 而未按严格的动力离散元计算。在数值模拟中, 块体模拟模型共选择 9 个模拟参数: (1) 掩护梁倾角; (2) 支架后方煤矸堆落安息角; (3) 支架上方顶煤跨落角; (4) 破碎顶煤最小半径; (5) 破碎顶煤最大半径; (6) 松散顶煤孔隙率; (7) 松散顶煤摩擦因数; (8) 放煤插板伸出长度的水平投影值; (9) 松散顶煤与放煤通道之间的摩擦因数。振动放顶煤的离散元模型如图 3 所示, 可分为无振动条件仅有重力的自然放顶煤和施加重力与振动力的振动放顶煤。通过离散元模拟结果可知: 在振动条件下, 块裂顶煤放落过程实际上是一个不稳定拱的形成、破坏、再形成、再破坏的动态放落过程; 模拟由于振动板的作用实际上是给块裂顶煤施加了一个方向周期



图3 振动放顶煤的离散元模型

Fig.3 Discrete element model for vibration caving top coal

变化的水平力和垂直力, 从而调整和改变了单纯重力作用的自然放落顶煤的运动规律。在重力作用下的自然放煤, 放煤区域的中心煤块仅有垂直速度, 放落速度快, 而边缘区的顶煤下落速度较慢, 煤块是水平和垂直位移的叠加, 而煤体水平方向仅受摩擦力作用, 而无水平动力, 这是导致放煤边缘区顶煤下落速度慢的原因, 从而导致顶煤混矸严重, 放出率偏低(见图 4)。而在振动板附加水平推力作用下, 增加了顶煤水平运动的动力, 振动板附加水平推力与垂向重力的共同作用, 使顶煤实现分层逐层放落, 从而大大降低了混矸率, 提高了顶煤放出率(见图 5)。

4 振动放顶煤的工业试验

4.1 试验工作面与振动装置安装概述

选择潞安王庄煤矿 5209 综采放顶煤工作面进行振动放顶煤的工业试验, 该工作面走向长度 820 m, 工作面长度 230 m, 煤层厚度 6.8 m, 埋藏深度 295 m。工业试验用振动放顶煤机构的主要技术参数为: 振动板宽度 1.492 m, 长度 0.900 m, 高度 0.230 m, 激振油缸推力 200 kN, 振动频率为 0.8~1.0 Hz。

振动放顶煤装置安装在掩护梁上, 试验共安装 2 个支架, 分别为 113[#]和 114[#]支架, 距机尾 45 m, 该区域一般是矿压显现偏弱、顶煤破碎较差, 块度较大的难放落区。振动用动力由工作面乳化液泵站供给, 从支架的总供液管路接一个分支供液管, 中间连接一个截止阀, 进入激振阀。打开截止阀, 激振阀就开始工作, 带动振动装置产生往复运动, 实现振动放顶煤开采。在使用过程中, 可调节激振阀, 实现频率与振幅的改变, 以达到最佳的放煤效果。

4.2 工业试验结果与分析

自 2004 年 3 月在井下工业试验开始, 持续进行了 6 个月的观测, 证明液压激振形式的振动机构可以满足工作面恶劣的工作环境, 诸如粉尘、矿压和落煤的冲击作用等。表 3 给出了振动放顶煤放煤块度与顶煤放出率对比情况, 由此可得出如下结论:

(1) 振动具有破煤作用, 使顶煤的块度普遍降低, 大于 300 mm 的块度(约 1/3 的放煤口最小尺寸)数量降低约 59%。

(2) 振动可以提高顶煤放出率, 使顶煤放出率平均提高 3%。

(3) 振动可以大幅度降低放煤过程中的成拱概率, 成拱概率可以降低 9.3%。振动具有明显的破拱作用, 在试验过程中, 观测到相邻许多支架有明显的成拱现象, 而且阻止了后续顶煤的放落(见图 6),

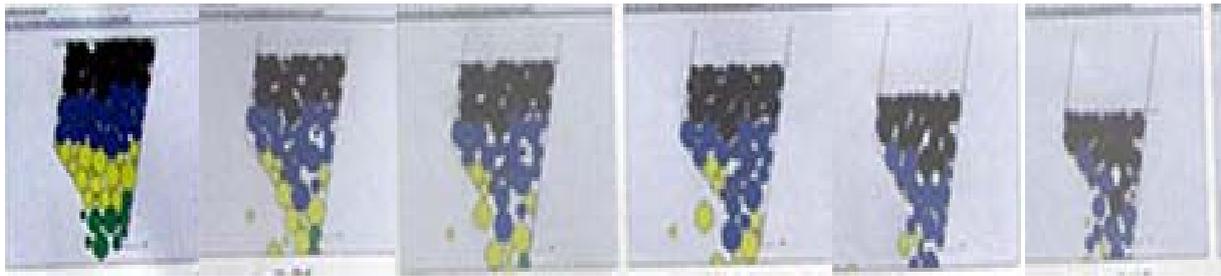


图 4 自然放顶煤的离散元模拟放煤过程

Fig.4 DEM numerical simulation of natural top-coal caving



图 5 振动放顶煤的离散元模拟放煤过程

Fig.5 DEM numerical simulation of vibration top-coal caving

表 3 振动放顶煤放煤块度与顶煤放出率对比(2004 年)

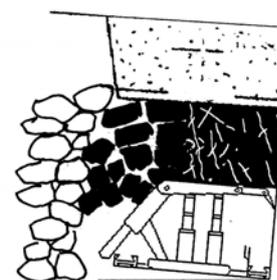
Table 3 Coal size vs. the recovery rate of top-coal in vibrating top coal caving(in 2004)

观测日期/月/日	振动器使用情况	顶煤放出总量/t	顶煤放出率/%	成拱概率/%	成拱块度占总煤量的百分比/%	块度数量			大于 300 mm 块度数量降低率(振动、非振动)
						300 mm	350 mm	>500 mm	
0309	Y	5.30	94.6	6.468	14.70	7	4	2	0.361
	N	4.90	87.5	19.624	44.60	17	12	7	
0310	Y	5.00	89.2	6.468	14.70	7	4	2	0.590
	N	5.20	92.8	10.758	24.45	11	8	3	
0311	Y	5.25	93.7	6.190	14.07	6	4	2	0.428
	N	4.70	84.1	14.90	33.87	13	10	5	
0312	Y	5.20	92.8	6.468	14.70	7	4	2	0.419
	N	4.85	86.6	14.894	33.85	16	11	4	
0315	Y	4.90	87.5	7.665	17.42	8	6	2	0.460
	N	4.90	87.5	19.330	43.94	16	12	7	
0316	Y	5.10	91.1	4.120	9.37	5	3	1	0.470
	N	5.10	91.1	8.700	19.77	10	7	2	
0317	Y	5.15	92.0	4.118	9.36	5	3	1	0.310
	N	4.86	86.8	15.180	34.50	14	10	5	
0318	Y	4.80	85.7	6.930	15.75	7	5	2	0.378
	N	4.60	82.1	20.060	45.60	17	13	7	
0319	Y	5.32	95.0	3.840	8.72	4	3	1	0.350
	N	4.88	87.1	12.060	27.40	11	8	4	
0322	Y	5.05	90.1	4.120	9.36	5	3	1	0.350
	N	5.10	91.1	14.150	32.18	12	9	5	

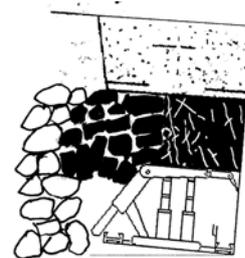
注: 表中 Y 表示使用, N 表示不使用。



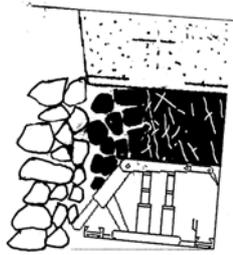
(a) 105#无振动支架(观测时间: 2004 年 3 月 11 日)



(b) 121#无振动支架(观测时间: 2004 年 3 月 9 日)



(c) 108#无振动支架(观测时间: 2004 年 3 月 11 日)



(d) 10^3 振动放顶煤支架(观测时间: 2004年3月11日)

图6 井下振动与非振动放顶煤形成的拱式结构素描图

Fig.6 Arching structure drawing of vibration and non-vibration top coal caving

但安装振动机构的支架即使偶然有些拱式结构, 也很快被破坏, 从而保证了顶煤的顺利下落。

5 结论

通过振动放顶煤的实验室 1:1 模拟试验、离散元数值模拟试验和王庄煤矿现场工业试验, 可以得出如下结论:

(1) 最大振动影响范围为 0.65 m, 振动频率选择 1.0 Hz 效果较佳。

(2) 由于增加了水平运动的动力, 振动水平力与垂向力共同作用下, 使顶煤实现了分层逐层下落, 从而降低了混矸率, 提高了顶煤放出率。

(3) 潞安王庄煤矿 5209 工作面工业试验, 激振机构安装在掩护梁上, 激振油缸推动力 200 kN, 振动频率为 0.8~1.0 Hz, 经 6 个月的现场试验与观测, 由于振动机构的作用, 使顶煤放出率平均提高 3%。

(4) 液压激振的机构形式适合放顶煤支架上方的恶劣工作环境, 且安全可靠。

由此可知, 振动放顶煤技术可以较大幅度地提高大块裂顶煤放出率, 降低混矸率, 是放顶煤开采的一项很有前景的技术。

参考文献(References):

[1] 靳钟铭. 放顶煤开采理论与技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2001.(JIN Zhongming. Theory and technology on top-coal caving[J]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 2001.(in Chinese))

[2] 赵阳升. 矿山岩石流体力学[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1994.(ZHAO Yangsheng. Rock-fluid mechanics in mining[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1994.(in Chinese))

[3] 郭金刚. 提高综采放顶煤放出率的理论与技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2002.(GUO Jingang. Theory and technology for increasing the top-coal recovery ratio[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 2002.(in Chinese))

[4] 谢耀社. 振动放顶煤理论与技术研究[博士学位论文][D]. 徐州: 中国矿业大学, 2006.(XIE Yaoshe. Study on the theory and technology

of the top-coal caving with vibration[Ph. D. Thesis][D]. Xuzhou: China University of Mining Technology, 2006.(in Chinese))

[5] 宋选民, 钱鸣高, 靳钟铭. 放顶煤开采顶煤块度分布规律研究[J]. 煤炭学报, 1999, 24(3): 39 - 43.(SONG Xuanmin, QIAN Minggao, JIN Zhongming. The law distribution of block on top-coal caving[J]. Journal of China Coal Society, 1999, 24(3): 39 - 43.(in Chinese))

[6] 王家臣, 李志刚, 陈亚军, 等. 综放开采顶煤放出散体介质流理论的试验研究[J]. 煤炭学报, 2004, 29(3): 4 - 7.(WANG Jiachen, LI Zhigang, CHEN Yajun, et al. Experimental study on loose medium flow field on the longwall top-coal caving[J]. Journal of China Coal Society, 2004, 29(3): 4 - 7.(in Chinese))

[7] 樊运策. 综放工作面冒落顶煤放出控制[J]. 煤炭学报, 2001, 26(6): 606 - 610.(FAN Yunce. Control on top coal caving in long wall top coal caving working face[J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(6): 606 - 610.(in Chinese))

[8] 靳钟铭, 弓培林, 靳文学. 煤体压裂特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(1): 70 - 72.(JIN Zhongming, GONG Peilin, JIN Wenxue. Study on the characteristic of coal mass fracture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(1): 70 - 72.(in Chinese))

[9] 靳钟铭, 魏锦平, 靳文学. 综放工作面煤体裂隙演化规律研究[J]. 煤炭学报, 2000, 25(增): 43 - 45.(JIN Zhongming, WEI Jinping, JIN Wenxue. Research on fracture evolution law of coal mass in fully mechanized face[J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(Supp.): 43 - 45.(in Chinese))

[10] 古德生, 王惠英, 李党新. 振动出矿技术[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1989.(GU Desheng, WANG Huiying, LI Dangxin. Vibration mining technology[M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 1989.(in Chinese))

[11] 李夕兵, 古德生, 陈寿如. 应力波作用下散体岩料的密实与能量耗损[J]. 中南工业大学学报(自然科学版), 1994, 25(5): 570 - 574.(LI Xibing, GU Desheng, CHEN Shouru. Dynamic reinforce and energy dissipation of rock bulk under impulsive loads[J]. Journal of Central South University of Technology(Natural Science), 1994, 25(5): 570 - 574.(in Chinese))

[12] 王泳嘉, 刘连峰. 三维离散单元软件系统 TRUDEC 的研制[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(3): 193 - 200.(WANG Yongjia, LIU Lianfeng. Formulation of a three-dimensional discrete element model TRUDEC system[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(3): 193 - 200.(in Chinese))

[13] 邢纪波, 王泳嘉. 离散元法的改进及其在颗粒介质中的应用[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 21 - 25.(XING Jibo, WANG Yongjia. Improvement of discrete element method and its applications to granular media[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(5): 21 - 25.(in Chinese))

[14] 周健, 孙业志, 吴爱祥. 流动散体中波的传播规律与振动分形特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 835 - 839.(ZHOU Jian, SUN Yezhi, WU Aixiang. Characteristics of wave propagation and vibration fractal in flowing granular media[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(5): 835 - 839.(in Chinese))

[15] CUNDALL P.A. Formulation of a 3D distinct element model, part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks[J]. Int. J. Rock Mech. and Min Sci., 1988, 25(3): 107 - 116.