第16卷第3期
2005年9月

中国计量学院学报
Journal of China Jiliang University

Vol. 16 No. 3
Sep. 2005

【文章编号】 1004-1540(2005)03-0185-03

# 最小二乘法拟合压力传感器二次曲线及精度分析

杜水友，章　皓，郑永军，江　挺
（中国计量学院 计量技术工程学院，浙江 杭州 310018）

【摘　要】 提出了用最小二乘法拟合压力传感器输入输出关系二次曲线的方法. 文中对这两种方法作了比较，并用实例说明二次多项式拟合结果可大大提高测量的精度；其次，采用矩阵运算及MATLAB编程可提高计算效率.

【关键词】 最小二乘法；正规方程；二次曲线；标准差
【中图分类号】 TB92　　【文献标识码】 A

## The secondary order curve of pressure sensors decided by the least square method and accuracy analysis

DU Shui-you, ZGANG Hao, ZHENG Yong-jun, JIANG Ting
(College of Metrological Technology and Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018 ,China)

**Abstract**: In this paper, the secondary order curve of the relationship in the input and output of pressure sensors decided by the least square method is presented. The accuracy of the secondary order curve is better than that of the straight line from the instance in two methods. The rate of calculation can be improved by the matrix operation and MATLAB programming.

**Key words**: least square method; normal equation; secondary order curve; standard deviation

随着压力测量技术的发展，压力传感器的使用越来越广泛，工程和科学研究中，尤其是航空航天等军事科学测试中对压力传感器的精度提出了更高的要求. 以往，对压力传感器的输入输出特性往往用代数法拟合出直线关系，这样，计算比较简单，使用时比较方便. 但是，实际的输入输出关系并不是直线关系. 如图1，某BPR应变电阻式压力传感器的输入（压力 $p$）与输出（电压 $U$）特性就不是直线关系. 显然，可以按照JJG860－94压力传感器（静态）检定规程，理论上拟合出输入输出的直线关系. 但是，存在着较大的误差. 本文采用最小二乘法拟合压力传感器输入输出的二次多项

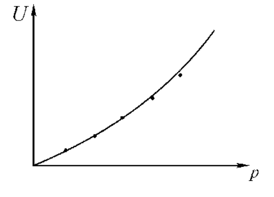


**图1　输入输出特性**

【收稿日期】 2005-05-14
【作者简介】 杜水友（1945 －），男，浙江杭州人，副教授. 主要研究方向为压力计量和测试技术.

式曲线关系，用 MATLAB 软件编程，大大提高了压力传感器的精度.

## 1 最小二乘法拟合压力传感器工作直线以及精度分析

通常，压力传感器的输入输出关系都是用理论拟合直线来表示的，按照 JJG860－94 压力传感器(静态)检定规程，压力传感器的工作直线采用最小二乘法来拟合. 输入压力 $p$ 和输出值 $y$(通常是电压等电学量)之间的关系为：

$$y = a_0 + a_1 p. \tag{1}$$

如果检定点为 $n$ 个，可根据方程(1) 列出误差方程组：

$$\begin{cases} v_0 = y_0 - (a_0 + a_1 p_0) \\ v_1 = y_0 - (a_0 + a_1 p_1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n = y_0 - (a_0 + a_1 p_n). \end{cases} \tag{2}$$

上述误差方程组(2) 用矩阵表示为：

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{PA}. \tag{3}$$

式(3) 中，

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1 & p_0 \\ 1 & p_1 \\ \cdots & \cdots \\ 1 & p_n \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix}.$$

由残余误差平方和最小这一条件的矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} v_0 & v_1 & \cdots v_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \min, \tag{4}$$

或 $\boldsymbol{V}^T\boldsymbol{V} = \min.$ (5)

式(5) 中，$\boldsymbol{V}^T$ 是 $\boldsymbol{V}$ 的转置矩阵，可推导矩阵形式的正规方程：

$$\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{V} = 0. \tag{6}$$

式(6) 中矩阵 $\boldsymbol{P}^T$ 是矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的转置矩阵.

解正规方程(6) 得到矩阵形式的解：

$$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P})^{-1}\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{Y}. \tag{7}$$

式(7) 中矩阵$(\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P})^{-1}$ 是矩阵$(\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P})$ 的逆矩阵.

由式(7) 的结果可决定矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的两个元素 $a_0$、$a_1$，即得到输入输出的最小二乘直线：$y = a_0 + a_1 p$. 按照误差理论分析方法，输出值 $y$ 的精度可用它的标准差 $\sigma_y$ 来表示：

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-2}}. \tag{8}$$

## 2 最小二乘法二次多项式曲线拟合和精度分析

为了提高拟合精度，假设输入输出关系的二次多项式为：

$$y = a_0 + a_1 p + a_2 p^2. \tag{9}$$

如果检定点为 $n$ 个，根据方程(9)，可列出误差方程：

$$\begin{cases} v_0 = y_0 - (a_0 + a_1 p_0 + a_2 p_0^2) \\ v_1 = y_0 - (a_0 + a_1 p_1 + a_2 p_1^2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n = y_0 - (a_0 + a_1 p_n + a_2 p_n^2). \end{cases} \tag{10}$$

上述误差方程组(10) 用矩阵表示为：

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{PA}. \tag{11}$$

式(11) 中：

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1 & p_0 & p_0^2 \\ 1 & p_1 & p_1^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & p_n & p_n^2 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}.$$

同样，由残差平方和最小这一条件，可得矩阵形式正规方程：

$$\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{V} = 0.$$

并得到矩阵形式的解：

$$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P})^{-1}\boldsymbol{P}^T Y. \tag{12}$$

由式(12) 得到矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的三个元素 $a_0$，$a_1$，$a_2$. 即得到输入输出的二次多项式关系：

$$y = a_0 + a_1 p + a_2 p^2.$$

按照误差理论分析方法，输出值 $y$ 的精度可用它的标准差 $\sigma_y$ 表示：

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-3}}. \tag{13}$$

## 3 实 例

现有摩托罗拉 $MPX$100 型压力传感器，其输入压力 $p$(MPa) 与输出电压 $y$(mV) 的检定结果(表 1)：

**表 1　检定结果**

| 压力(MPa) | 0 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 电压(mV) | −2.682 4 | −1.021 3 | 0.657 8 | 2.349 4 | 4.051 0 | 5.760 1 |
| 压力(MPa) | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.10 | |
| 电压(mV) | 7.482 7 | 9.208 3 | 10.944 9 | 12.708 4 | 14.464 2 | |

全部用 MATLAB 编程计算，可大大减少代数法的计算工作量.

按本文第二节线性方程的最小二乘法计算，得到输入输出关系为：

$y = -2.764\ 4 + 17.151\ 1p$.

标准差为：$\sigma_y = 0.051\ 3(\mathrm{mV})$.

按本文第三节二次方程的最小二乘法计算，得到输入输出关系为：

$y = -2.685\ 8 + 16.627\ 1p + 0.524\ 1p^2$，

标准差为：$\sigma'_y = 0.003\ 8(\mathrm{mV})$.

比较 $\sigma'_y$ 与 $\sigma_y$，可见 $\sigma_y' \ll \sigma_y$，精度得到很大提高. 而且，利用 MATLAB 程序，计算机可以迅速显示输入压力输出电压的二次曲线图形以及对应的数值. 从这一实例可以明显看出其拟合精度可显著提高.

## 4　讨　论

以往在处理压力传感器的输入输出关系时，都是用代数法进行的. 该法的计算量大，而且输入输出关系是用直线表示. 随着计算机软件的发展，MATLAB 成为数值计算和矩阵运算中最方便的工具，根据检定时得到的实验数据，计算二次多项式关系，计算过程简单明确，计算结果准确可靠，使用十分方便.

另外，从理论上分析，输入输出关系可进行更高次多项式拟合，笔者对 3 中的例子也作了计算，从直线关系到二次多项式关系精度提高最明显，从二次多项式关系到三次多项式关系，精度提高很小.

## 【参　考　文　献】

[1]　孙以才，刘玉岭，孟庆皓. 压力传感器的设计制造与应用[M]. 北京：冶金工业出版社，2000.

[2]　李国玉，孙以才，潘国峰，等. 非线性函数规范化多项式拟合精度分析[J]. 传感器世界，2004(3)：30－34.

[3]　JJG860－94. 压力传感器(静态)检定规程[S].

[4]　费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京：机械工业出版社，2004.

[5]　袁慰平，张令敏. 计算方法与实习[M]. 南京：东南大学出版社，1994.

[6]　张　平，吴云洁，王　东，等. MATLAB 基础与应用简明教程[M]. 北京：航空航天大学出版社，2001.

---

(上接第 184 页)

## 4　结　论

本文提出的基于最优小波包变换的化学模式特征选择方法，既能有效地将原始的高维特征空间变为低维的特征空间，又能使样品间的差异性变大，这对化学模式识别和多元校正模型的建立，特别是分析方法灵敏度的提高都具有非常重要的意义.

## 【参　考　文　献】

[1]　汪尔康. 21 世纪的分析化学[M]. 北京：科学出版社，1999.

[2]　陆婉珍，袁洪福，徐广通. 现代近红外光谱分析技术[M]. 北京：中国石化出版社，2000 .

[3]　边肇祺，张学工. 模式识别[M]. 北京：清华大学出版社，2000.

[4]　许　禄. 化学计量学[M]. 北京：科学出版社，2004.

[5]　MALLAT S G. A Theory for multiresolution signal decomposition：the wavelet representation. IEEE[J]. Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence，1989，11(7)：674－693.

[6]　H LIANG，I HARTIMO. A feature extraction algorithm based on wavelet packet decompo，sition for heart sound signals[M]. Proc of IEEE－SP intre Symp USA：IEEE，1998：93－96.