

考虑输电网约束的电力市场有限理性 古诺博弈的动态演化研究

杨洪明, 赖明勇

(湖南大学经济与贸易学院, 湖南省长沙市 410082)

RESEARCH ON DYNAMICS OF COURNOT GAME WITH BOUNDED RATIONALITY CONSIDERING TRANSMISSION CONSTRAINTS IN POWER MARKET

YANG Hong-ming, LAI Ming-yong

(Hunan University, Changsha 410082, Hunan Province, China)

ABSTRACT: In order to accurately model the game behaviors of generators with bounded rationality in power market, this paper proposes the dynamic Cournot game model with bounded rationality considering transmission constraints. With the model, the Nash equilibrium and its stability of duopoly Cournot game are analyzed qualitatively, indicating that in power market there are different Nash equilibriums in different market parameters corresponding to different operational conditions of transmission network, i.e., congestion and non-congestion, even in some cases there is not Nash equilibrium at all. The effect of some market parameters is discussed on the stability of power market, and then its improvement measures are presented. Based on the duopoly Cournot game model, the market dynamic behaviors are numerically simulated in different market parameters, in which the periodic or chaotic dynamic behaviors are focused when the market parameters are out of the stability region of Nash equilibrium.

KEY WORDS: Power market; Bounded rationality; Cournot game; Dynamic model; Nash equilibrium; Chaos

摘要: 为了模拟电力市场中发电商的有限理性博弈行为, 该文提出了考虑输电网约束的有限理性 Cournot 动态博弈模型。并在此基础上, 定性分析了两寡头 Cournot 博弈的 Nash 均衡点及其稳定性, 从中显示出在不同的市场参数下, 对应不同的输电网运行状态: 阻塞与不阻塞, 市场会出现不同的 Nash 均衡点, 甚至会出现没有 Nash 均衡点的情况; 探讨了市场参数对市场稳定性的影响, 提出了提高电力市场稳定性

的措施; 针对两寡头 Cournot 动态博弈模型, 数值仿真出不同市场参数下市场的动态行为, 其中着重探讨了当市场参数超出 Nash 均衡点稳定域后, 展现出的周期甚至混沌的动态行为。

关键词: 电力市场; 有限理性; 古诺博弈; 动态模型; Nash 均衡; 混沌

1 引言

众多的发电商、用户以及庞大的输电网组成了十分复杂的电力市场。追求自身利益最大化是各市场成员的唯一目标, 最大利润点是其运动的方向。在市场供需关系和电价的协调作用下, 发电商不断调整自己的发电量, 用户不断改变自己的用电量, 最终实现电力系统资源的优化配置^[1]。电力市场的动态演化, 即发电量、用电量和电价等随时间演变的行为包含了市场中的各种信息。分析并掌握电力市场的动态行为有助于市场管理者制定有效的市场规则来合理运营电力市场, 也有助于市场参与者制定有效的交易计划来获得最大的经济利润^[2-3]。

目前, 电力市场的动态演化研究主要集中在市场均衡点的稳定性分析方面, 即分析市场均衡点的稳定条件, 评估市场参数对稳定性的影响。Alvarado F.L.等人首先展开了这一方面的研究, 以发电商发电量和用户用电量为变量, 构建起电力市场的一阶微分方程, 并在此基础上, 分析了发电量和用电量的演化过程趋于均衡点, 即市场稳定的条件^[4-6]。然而, 这一分析都是在电力市场完全竞争的假设下做出的, 忽略了发电商的市场博弈行为以及对市场电

基金项目: 国家自然科学基金项目 (70473008,60474070); 教育部高等学校优秀青年教师教学科研奖励基金项目。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (70473008,60474070).

价的影响能力。文献[7]以市场电价为变量建立起差分方程,分析了市场电价趋于均衡点的稳定条件,但仍然没有解决上一方法存在的缺点。为了考虑市场成员的博弈行为,文献[8-9]采用 Cournot 模型来模拟电力市场的寡头博弈,建立了 Cournot 动态微分或差分方程,探讨了在给定需求函数下发电商 Cournot 博弈的市场均衡点的计算方法,并通过数值仿真展现出一条最终趋于均衡点的变化曲线,但它们都没有计及输电网约束,也没有涉及均衡点的稳定性分析等重要内容。

在电力市场的动态建模中,不仅需要考虑市场成员作为理性参与者的博弈行为,而且需要计及输电网的约束。除此以外,由于实际电力市场系统的复杂性,在一定情况下它有可能根本就不存在市场均衡点,或者即使市场存在均衡点,它也可能处于均衡点的不稳定范围内。因此仅仅研究市场均衡状态的稳定性,展现趋于均衡状态的市场动态行为是不够的,还必须进一步分析当电力市场不存在均衡点或者超出均衡点稳定域之后的市场动态行为。基于此,本文引入了经济学的有限理性 Cournot 博弈模型,在考虑输电网约束的情况下,研究了有限理性 Cournot 博弈的动态演化,主要涉及以下几个方面:①提出了计及输电网约束的有限理性 Cournot 动态博弈模型;②定性分析了两寡头 Cournot 动态博弈模型的 Nash 均衡点及其稳定性;③数值仿真出在不同市场参数下的市场动态行为,着重探讨了当市场参数超出 Nash 均衡点稳定域后,展现出的周期甚至混沌的动态行为。

2 考虑输电网约束的有限理性 Cournot 动态博弈模型

2.1 有限理性 Cournot 博弈

电力市场不同于一般完全竞争的商品市场,它的生产成本巨大,技术要求高,从事电能生产的厂商数量往往十分有限。这表明电力市场并不具有完全竞争市场的特征,而应归属于只有少数几个卖者(即寡头)的寡头垄断市场。在经济学中,人们已提出了几种博弈模型来模拟市场中的寡头垄断行为,Cournot 博弈模型便是其中最常用的一种。

Cournot 模型是一种寡头之间通过产量竞争的博弈模型^[10],即在价格按照一个给定的逆需求函数由市场的总供给(寡头产量之和)决定的前提下,各寡头决定自己最优生产策略的一种模型。目前,已

有学者将这种 Cournot 博弈模型应用到电力市场中,用以分析电力市场的 Nash 均衡^[11-13]。然而,这些 Cournot 博弈都是寡头在完全理性的假设基础上做出的,即每个寡头在决定其最优生产策略时,都预先知道竞争对手的生产决策,有利润函数(包括竞争对手的利润函数)的完全信息。在此条件下,如果电力市场存在 Nash 均衡,则寡头们博弈一次便可直接达到 Nash 均衡,这个结果不依赖于市场的初始状态,不涉及任何电力市场的动态调整过程。

但是,在现实的电力市场中,寡头们,如发电厂商不太可能立即协调到这种均衡状态。实际上,他们都没有那么理性,在决策过程中不可能知道竞争对手的生产决策和利润函数,每个寡头都是有限理性的,他们每一时期只能根据期望的边际利润(文献[14-15]指出,在竞争的市场中,厂商评估自身的边际利润值要比预测其它厂商的产量更为准确)来决定产量。他们将会按照一个动态的调整过程来进行有限理性的动态博弈。

下面将有限理性的 Cournot 博弈模型应用到电力市场中,用以更为准确地模拟发电商的博弈行为,建立考虑输电网约束的有限理性 Cournot 动态博弈模型。

2.2 考虑输电网约束的有限理性 Cournot 动态博弈模型

(1) 考虑输电网约束的电价函数

在一般商品市场的 Cournot 博弈模型中,市场电价和需求之间的关系可以由逆需求函数给出,即:

$$P = a - bd \quad (1)$$

式中 P 为市场电价; d 为市场总需求; a, b 为常数。

式(1)说明此时所有用户的边际效益相同,即为市场电价,此时实现了市场总效益的最优。

由于总需求与总供给相同,即市场的电价与供给之间的函数关系为

$$P = a - b \sum_{i=1}^n q_i \quad (2)$$

式中 q_i 为供给商 i 的供应量。

在电力市场中,由于输电网约束的存在,当输电网阻塞时,每个节点的边际效益,即节点电价会不相同,因而市场电价和用电量、发电量之间的函数关系将与式(1)、(2)不同。下面采用边际定价法来分析在考虑输电网约束时,市场电价和需求量、发电量之间的函数关系。在已知发电商发电量的情况下,需求量的分配是要保证市场总效益的最优,即

数学模型为

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{e}^T \mathbf{B}(\mathbf{d}) + B_N(d_N) \\ \text{s.t. } & \mathbf{e}^T \mathbf{d} + d_N = \mathbf{e}^T \mathbf{q} + q_N \\ & \mathbf{H}(\mathbf{q} - \mathbf{d}) \leq \mathbf{K} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 \mathbf{d}, \mathbf{q} 为 $(N-1) \times 1$ 维需求和发电功率矢量(不包括平衡节点 N), d_N, q_N 为平衡节点的需求和发电功率; \mathbf{H} 为 $L \times (N-1)$ 维矩阵, 代表节点注入功率对线路传输功率的灵敏度系数; \mathbf{e} 为 $(N-1) \times 1$ 维全 1 矢量; \mathbf{K} 为 $L \times 1$ 维线路传输功率限值矢量; N 为输电网的节点总数, L 为线路总数; $\mathbf{B}(\mathbf{d})$ 为 $(N-1) \times 1$ 维节点用户效益函数矢量, $B_N(d_N)$ 为平衡节点的用户效益函数, 设它们的数学表达式为

$$B(d_i) = ad_i - \frac{1}{2}bd_i^2 \quad (i=1, \dots, N)$$

构建优化问题式(3)的 Lagrange 函数(在输电线路传输功率约束中只考虑等式约束)

$$L = \mathbf{e}^T \mathbf{B}(\mathbf{d}) + B_N(d_N) - l(\mathbf{e}^T \mathbf{d} + d_N - \mathbf{e}^T \mathbf{q} - q_N) - \mathbf{m}^T [\mathbf{H}(\mathbf{q} - \mathbf{d}) - \mathbf{K}]$$

式中 \mathbf{H}, \mathbf{K} 为 \mathbf{H}, \mathbf{K} 中与阻塞线路相对应的项; l, \mathbf{m} 为等式约束对应的 Lagrange 乘子。

由 $\partial L / \partial \mathbf{d} = 0, \partial L / \partial d_N = 0$, 可以获得以下市场电价与发电量之间的函数关系:

1) 输电网出现阻塞时

$$\begin{cases} P_N = \partial B_N(d_N) / \partial d_N = l = a - b(q_N + \mathbf{e}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{K}) \\ \mathbf{P} = \partial \mathbf{B}(\mathbf{d}) / \partial \mathbf{d} = l \mathbf{e} - \mathbf{H}^T \mathbf{m} = a \mathbf{e} - b(\mathbf{q} - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{K}) \end{cases} \quad (4)$$

2) 输电网没有阻塞时

$$\begin{cases} P_N = l = a - b(\mathbf{e}^T \mathbf{q} + q_N) / N \\ \mathbf{P} = l \mathbf{e} = a \mathbf{e} - b(\mathbf{e}^T \mathbf{q} + q_N) \mathbf{e} / N \end{cases} \quad (5)$$

式中 \mathbf{P} 为 $(N-1) \times 1$ 维节点电价矢量(不包括平衡节点 N); P_N 为平衡节点 N 的节点电价。

从式(4)和(5)可以看出, 当输电网没有阻塞时, 所有节点的电价相同。而当输电网出现阻塞时, 市场电价函数与输电网的阻塞情况有关, 随着出现阻塞线路的改变, 矩阵 \mathbf{H}, \mathbf{K} 变化, 电价与发电量之间的函数形式将随之改变。

为了便于进行具体的分析与计算, 下面以一简单的电力市场为例来加以进一步说明。设市场由两个区域市场组成, 它们通过一条输电线路连接, 线路的最大传输功率为 k , 其示意图如图 1 所示。

通过构建优化模型式(3), 从式(4)和(5)中可以获得区域电价与发电量之间的函数关系(设节点 2 为



图 1 电力市场结构示意图

Fig. 1 Structure of power market

平衡节点)。当输电线路没有阻塞时, 电价函数为

$$P_1 = P_2 = a - \frac{b}{2}(q_1 + q_2)$$

在此情况下, 输电线路的传输功率满足如下关系:

$$-k \leq q_1 - d_1 = \frac{(q_1 - q_2)}{2} \leq k$$

即 $-2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k$ 。

当输电线路出现阻塞, 且线路上的传输功率为 k 时, 电价函数为

$$P_1 = a - b(q_1 - k), P_2 = a - b(q_2 + k)$$

当线路上的传输功率为 $-k$ 时, 电价函数为

$$P_1 = a - b(q_1 + k), P_2 = a - b(q_2 - k)$$

于是在考虑输电网约束的情况下, 电力市场的电价函数为如下分段函数形式:

$$P_1 = \begin{cases} a - b(q_1 + k) & q_1 - q_2 < -2k \\ a - \frac{b}{2}(q_1 + q_2) & -2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k \\ a - b(q_1 - k) & q_1 - q_2 > 2k \end{cases} \quad (6)$$

$$P_2 = \begin{cases} a - b(q_2 - k) & q_1 - q_2 < -2k \\ a - \frac{b}{2}(q_1 + q_2) & -2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k \\ a - b(q_2 + k) & q_1 - q_2 > 2k \end{cases} \quad (7)$$

其中区域市场 1 的电价函数见图 2, 它为一连续分段曲线。在电力市场中, 电力需求对价格的反映比一般商品要小, 即 b 较小, 这体现在电价曲线上将呈现出一条较陡的线。

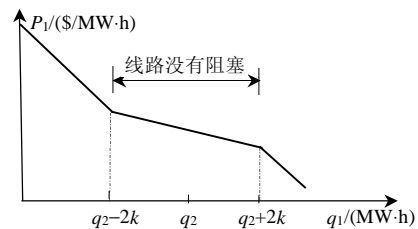


图 2 区域市场 1 的电价曲线

Fig. 2 Price curve of zone 1

(2) 有限理性 Cournot 动态博弈模型

在 Cournot 博弈中, 发电商根据自己的发电成本函数来决定最优的生产策略, 以期获得最大的经济利润。其利润函数为

$$p_i = P_i q_i - C_i(q_i)$$

式中 $C_i(q_i)$ 为节点 i 的发电商的发电成本。

由边际利润

$$\frac{\partial p_i}{\partial q_i} = P_i + \frac{\partial P_i}{\partial q_i} \cdot q_i - \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i} = 0 \quad (8)$$

可以获得它最佳的生产量。

在实际的电力市场中, 每个发电商只是有限理性的, 他们通过评估自己期望的边际利润函数来不断调整发电量, 从而获得尽可能高的生产利润。发电商调整发电量的数学模型, 即有限理性的 Cournot 动态博弈模型为

$$q_i(t+1) = q_i(t) + a_i[q_i(t)] \frac{\partial p_i}{\partial q_i(t)} = q_i(t) + a_i[q_i(t)] \left[P_i + \frac{\partial P_i}{\partial q_i(t)} \cdot q_i(t) - \frac{\partial C_i[q_i(t)]}{\partial q_i(t)} \right] \quad (i=1, \dots, N) \quad (9)$$

式中 $q_i(t)$ 为节点 i 的发电商在 t 时刻的发电量; $q_i(t+1)$ 为节点 i 的发电商在 $t+1$ 时刻的发电量; $a_i[q_i(t)]$ 为厂商依据计算出的边际利润, 调整发电量的程度, 且满足 $a_i[q_i(t)] \geq 0$ 。

若 $a_i[q_i(t)]$ 采取线性函数形式, $a_i[q_i(t)] = a_i q_i$, 其中 a_i 为大于 0 的常数, 被称为调整速度, 物理意义是厂商依据边际利润在现期电量的基础上调整发电量的比例, 单位为 MW·h/\$, 在经济意义上它体现出发电量与边际利润之间的关系, 即厂商为了获得单位利润而调整的产量值。

3 市场均衡点及其稳定性分析

3.1 发电成本的数学表达式

以图 1 所示的电力市场为例来具体分析市场的均衡点及其稳定性, 并假设区域市场的发电成本函数为线性函数, 其数学表达式为

$$C_1(q_1) = c_1 q_1, C_2(q_2) = c_2 q_2 \quad (10)$$

式中 c_1, c_2 为他们的发电边际成本。

3.2 市场均衡点

将式(9)改写为向量的形式

$$\mathbf{q}(t+1) = \mathbf{F}[\mathbf{q}(t)] \quad (11)$$

其中: $\mathbf{q}(t+1) = [q_1(t+1), q_2(t+1)]$, $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t)]$, $\mathbf{F}[\mathbf{q}(t)] = \{f_1[\mathbf{q}(t)], f_2[\mathbf{q}(t)]\}$ 。当市场处于均衡状态时, $\mathbf{q}(t+1) = \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}$, 式(11)变为

$$\mathbf{q} = \mathbf{F}(\mathbf{q})$$

此时, \mathbf{F} 为 2 维向量空间到自身的映射, 在数学上 \mathbf{q} 被称为 \mathbf{F} 的不动点。求解 \mathbf{F} 不动点, 即市场均衡

点的问题等价于联立求解下面的方程组

$$\begin{cases} a_1 q_1 \left[P_1 + \frac{\partial P_1}{\partial q_1} \cdot q_1 - \frac{\partial C_1}{\partial q_1} \right] = 0 \\ a_2 q_2 \left[P_2 + \frac{\partial P_2}{\partial q_2} \cdot q_2 - \frac{\partial C_2}{\partial q_2} \right] = 0 \end{cases} \quad (12)$$

将式(6)、(7)和(10)代入(12)中, 即为

$$\begin{cases} a_1 q_1 (a - c_1 - bk - 2bq_1) = 0 \\ a_2 q_2 (a - c_2 + bk - 2bq_2) = 0 \end{cases} \quad q_1 - q_2 < -2k \quad (13)$$

$$\begin{cases} a_1 q_1 (a - c_1 - bq_1 - bq_2/2) = 0 \\ a_2 q_2 (a - c_2 - bq_1/2 - bq_2) = 0 \end{cases} \quad -2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k \quad (14)$$

$$\begin{cases} a_1 q_1 (a - c_1 + bk - 2bq_1) = 0 \\ a_2 q_2 (a - c_2 - bk - 2bq_2) = 0 \end{cases} \quad q_1 - q_2 > 2k \quad (15)$$

通过对上面等式方程的求解, 可以获得如下的市场均衡点。

(1) $q_1 - q_2 < -2k$, 输电线路阻塞时的市场均衡点

求解等式方程(13)可以获得 4 个解

$$\mathbf{q}^0 = (0, 0), \quad \mathbf{q}^1 = \left(\frac{a - c_1 - bk}{2b}, 0 \right),$$

$$\mathbf{q}^2 = \left(0, \frac{a - c_2 + bk}{2b} \right), \quad \mathbf{q}^* = \left(\frac{a - c_1 - bk}{2b}, \frac{a - c_2 + bk}{2b} \right)$$

在经济学中, $\mathbf{q}^0, \mathbf{q}^1, \mathbf{q}^2$ 称为边界均衡点, \mathbf{q}^* 为 Nash 均衡点。由于 $q_1 - q_2 < -2k$, $q_1, q_2 \geq 0$, 因而只有均衡点 \mathbf{q}^2 和 \mathbf{q}^* 是有效的, 其中市场参数需要满足: $a - c_1 > bk$, $c_1 - c_2 > 2bk$ 。

(2) $-2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k$, 输电线路没有阻塞时的市场均衡点

求解等式方程(14)可以获得 4 个解

$$\mathbf{q}^0 = (0, 0), \quad \mathbf{q}^1 = \left(\frac{a - c_1}{b}, 0 \right), \quad \mathbf{q}^2 = \left(0, \frac{a - c_2}{b} \right)$$

$$\mathbf{q}^* = \left[\frac{2(a + c_2 - 2c_1)}{3b}, \frac{2(a + c_1 - 2c_2)}{3b} \right]$$

由于 $-2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k$, $q_1, q_2 \geq 0$, 因而只有均衡点 $\mathbf{q}^1, \mathbf{q}^2$ 和 \mathbf{q}^* 是有效的, 其中市场参数需要满足: $0 < a - c_1 \leq 2bk$, $0 < a - c_2 \leq 2bk$, $a + c_2 - 2c_1 \geq 0$, $a + c_1 - 2c_2 \geq 0$, $-bk < c_1 - c_2 < bk$ 。

(3) $q_1 - q_2 > 2k$, 输电线路阻塞时的市场均衡点

求解等式方程(15), 同样可以获得 4 个解

$$\mathbf{q}^0 = (0, 0), \quad \mathbf{q}^1 = [(a - c_1 + bk)/2b, 0],$$

$$q^2 = \left(0, \frac{a-c_2-bk}{2b}\right), \quad q^* = \left(\frac{a-c_1+bk}{2b}, \frac{a-c_2-bk}{2b}\right)$$

由于 $q_1 - q_2 > 2k$, $q_1, q_2 \geq 0$, 因而只有均衡点 q^1 和 q^* 是有效的, 其中市场参数需要满足:
 $a - c_2 > bk$, $c_2 - c_1 > 2bk$ 。

从上面的分析可以看出, 在考虑输电网约束的情况下, 对应不同的输电线路状态: 阻塞或不阻塞, 市场将具有不同的 Nash 均衡点。在具体的电力市场中, 市场会达到哪个 Nash 均衡点主要取决于发电商的边际成本、输电线路的最大传输功率以及用户需求函数中的 b 系数, 即(市场参数始终满足 $a + c_2 - 2c_1 \geq 0, a + c_1 - 2c_2 \geq 0, a - c_1 > bk, a - c_2 > bk$)

①当发电商的边际成本之差小于 bk , 即 $-bk < c_1 - c_2 < bk$ 时, 两区域市场中发电商所生产的发电量相差不大, 输电线路不会出现阻塞, 发电商发电量的 Nash 均衡点为

$$q^* = \left(\frac{2(a+c_2-2c_1)}{3b}, \frac{2(a+c_1-2c_2)}{3b}\right) \quad (16)$$

②当发电商的边际成本之差大于 $2bk$, 即 $c_1 - c_2 > 2bk$ 或 $c_2 - c_1 > 2bk$ 时, 两区域市场中发电商所生产的发电量相差较大, 输电线路出现阻塞, 发电商发电量的 Nash 均衡点为

$$q^* = \left(\frac{a-c_1-bk}{2b}, \frac{a-c_2+bk}{2b}\right)$$

或
$$q^* = \left(\frac{a-c_1+bk}{2b}, \frac{a-c_2-bk}{2b}\right) \quad (17)$$

3.3 市场均衡点的局部稳定性

引入离散动力系统不动点的稳定性判据来分析市场均衡点(或不动点)的稳定性。

(1) $-2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k$, 输电线路没有阻塞时均衡点的局部稳定性

当 $-2k \leq q_1 - q_2 \leq 2k$ 时,

$$F(q) = \begin{bmatrix} q_1 + a_1 q_1 \left(a - c_1 - b q_1 - \frac{1}{2} b q_2 \right) \\ q_2 + a_2 q_2 \left(a - c_2 - \frac{1}{2} b q_1 - b q_2 \right) \end{bmatrix}$$

其 Jacobin 矩阵为

$$DF(q) = \begin{bmatrix} 1 + a_1 \left(a - c_1 - 2b q_1 - \frac{1}{2} b q_2 \right) & -\frac{1}{2} b a_1 \\ -\frac{1}{2} b a_2 & 1 + a_2 \left(a - c_2 - \frac{1}{2} b q_1 - 2b q_2 \right) \end{bmatrix}$$

①边界均衡点的稳定性

当市场的均衡点为 q_1 时, Jacobin 矩阵 $DF(q_1)$ 的两个特征根分别为

$$l_1 = 1 - a_1(a - c_1) < 1$$

$$l_2 = 1 + \frac{1}{2} a_2(a + c_1 - 2c_2) > 1$$

因而, q^1 是不稳定的。与上面的分析过程类似, 可以得出均衡点 q^2 也是不稳定的。

② Nash 均衡点的稳定性

当市场处于 Nash 均衡点 q^* 时, Jacobin 矩阵 $DF(q^*)$ 的特征根方程为:

$$l^2 - (2 - a_1 b q_1^* - a_2 b q_2^*) l + 1 - a_1 b q_1^* - a_2 b q_2^* + \frac{3}{4} a_1 a_2 b^2 q_1^* q_2^*$$

为了使特征根 $|l_1| < 1, |l_2| < 1$, 即 Nash 均衡点 q^* 稳定的条件为

$$4a_1 b q_1^* + 4a_2 b q_2^* - 16 < 3a_1 a_2 b^2 q_1^* q_2^* - 4a_1 b q_1^* - 4a_2 b q_2^* < 0 \quad (18)$$

(2) $q_1 - q_2 < -2k$ 或 $q_1 - q_2 > 2k$, 输电线路阻塞时均衡点的局部稳定性

当 $q_1 - q_2 < -2k$ 时,

$$F(q) = \begin{bmatrix} q_1 + a_1 q_1 (a - c_1 - bk - 2b q_1) \\ q_2 + a_2 q_2 (a - c_2 + bk - 2b q_2) \end{bmatrix}$$

其 Jacobin 矩阵为

$$DF(q) = \begin{bmatrix} 1 + a_1(a - c_1 - bk - 4b q_1) & 0 \\ 0 & 1 + a_2(a - c_2 + bk - 4b q_2) \end{bmatrix}$$

①边界均衡点的稳定性

当市场均衡点为 q^2 时, Jacobin 矩阵 $DF(q^2)$ 的特征根值有一个大于 1, 边界均衡点 q^2 是不稳定的。

② Nash 均衡点的稳定性

当市场处于 Nash 均衡点 q^* 时, 其 Jacobin 矩阵为

$$DF(q^*) = \begin{bmatrix} 1 - a_1(a - c_1 - bk) & 0 \\ 0 & 1 - a_2(a - c_2 + bk) \end{bmatrix}$$

因而, Jacobin 矩阵的特征根值小于 1, 即 Nash 均衡点 q^* 稳定的条件为

$$a_1 b q_1^* < 1, a_2 b q_2^* < 1 \quad (19)$$

当 $q_1 - q_2 > 2k$ 时, 依此类推, 同样可以得出边界均衡点 q^1 是不稳定的, 当 $a_1 b q_1^* < 1, a_2 b q_2^* < 1$ 时, Nash 均衡点 q^* 稳定。

在考虑输电网约束的有限理性 Cournot 博弈

中,对应不同的市场参数,市场会出现不同的Nash均衡点。在博弈过程中,发电商根据输电线路的状态,按照边际利润的大小不断调整各自的发电策略,最终他们的发电量是否能达到某个Nash均衡点,取决于市场参数和输电线路的最大传输功率,即

①当发电商的发电边际成本之差小于 bk ,即 $-bk < c_1 - c_2 < bk$ 时,且市场参数满足式(18),则在发电商的发电量落入Nash均衡点的稳定集之后,其发电量将会逐步收敛到Nash均衡点:

$$\left(\frac{2(a+c_2-2c_1)}{3b}, \frac{2(a+c_1-2c_2)}{3b} \right)$$

②当发电商的发电边际成本之差大于 $2bk$,即 $c_1 - c_2 > 2bk$ 或 $c_2 - c_1 > 2bk$ 时,且市场参数满足式(19),则在发电商的发电量落入Nash均衡点的稳定集之后,其发电量将会逐步收敛到Nash均衡点:

$$\left(\frac{a-c_1-bk}{2b}, \frac{a-c_2+bk}{2b} \right)$$

或
$$\left(\frac{a-c_1+bk}{2b}, \frac{a-c_2-bk}{2b} \right)$$

3.4 市场参数对市场稳定性的影响

(1) 输电线路没有阻塞的情况

式(18)给出了输电线路没有阻塞情况下,Nash均衡点的稳定条件,由此图3显示出某一电力市场在平面 (a_1, a_2) 上Nash均衡点的稳定域,稳定域的边界由双曲线函数

$$3a_1a_2b^2q_1^*q_2^* - 8a_1bq_1^* - 8a_2bq_2^* + 16 = 0$$

决定。

其中
$$\begin{cases} A_1 = [3/(a+c_2-2c_1), 0] \\ A_2 = [0, 3/(a+c_1-2c_2)] \end{cases} \quad (20)$$

对于一组给定的发电量调整速度 (a_1, a_2) ,如果它落在稳定域内,则Nash均衡点是稳定的。

从图3看出,在其它参数保持不变的情况下,增加调整速度会使Nash均衡点的稳定程度下降。若调整速度超出了稳定域,Nash均衡点便失去了稳定。

同样在其它参数保持不变的情况下,增加参数 a ,即市场中的最高电价,会导致市场稳定域的减小(从式(20)可以看出这一结论),从而降低Nash均衡点的稳定性。反之,当市场最高电价减少时,Nash均衡点的稳定性会得以提高。

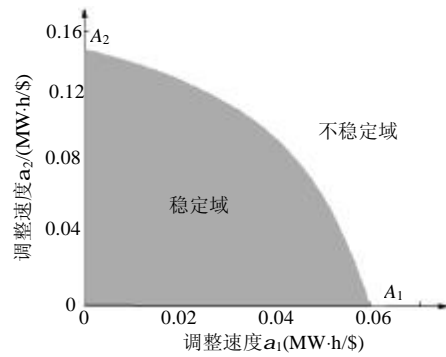


图3 Nash均衡点的稳定域

Fig. 3 Stability region of Nash equilibrium

在其它参数保持不变的情况下,若增加发电边际成本 c_1 ,图3中的 A_1 点将向右移动, A_2 点向下移动;若增加发电边际成本 c_2 ,图3中的 A_1 点将向左移动, A_2 点向上移动。此时,判定发电边际成本对Nash均衡点稳定性的影响视点 (a_1, a_2) 的位置而定。当 $a_1 < a_2$ 时,点 (a_1, a_2) 在对角线 $a_1 = a_2$ 的上方, c_1 的增加将降低Nash均衡点的稳定性, c_2 的增加会提高Nash均衡点的稳定性。当 $a_1 > a_2$ 时,则会得出与之相反的结论。

(2) 输电线路阻塞的情况

式(19)给出了输电线路阻塞时,Nash均衡点的稳定条件,由此图4显示出在平面 (a_1, a_2) 上Nash均衡点的稳定域。

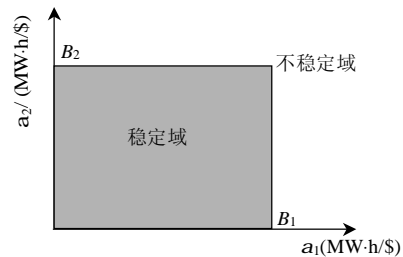


图4 Nash均衡点的稳定域

Fig. 4 Stability region of Nash equilibrium

图4中

$$B_1 = \left(\frac{2}{a-c_1-bk}, 0 \right), \quad B_2 = \left(0, \frac{2}{a-c_2+bk} \right)$$

或
$$B_1 = \left(\frac{2}{a-c_1+bk}, 0 \right), \quad B_2 = \left(0, \frac{2}{a-c_2-bk} \right) \quad (21)$$

从图4和式(21)可以看出,在其它参数保持不变的情况下,增加调整速度仍然会使Nash均衡点的稳定程度下降。最高电价 a 的减少和发电边际成本 c_1 、 c_2 的增加则会提高Nash均衡点的稳定程度。

在电力市场的运行中，采取以下措施会使市场保持较高的稳定性：

①发电商调整发电量的幅度不要太大，保持发电机组比较平稳的运行不仅对电力系统的稳定性有着重要的作用，同样也对电力市场的稳定性起着重要作用。

②电力市场的最高电价不能太高，因而在实际电力市场的运行中，采用限制市场最高电价的方法将有利于电力市场的稳定。

4 市场动态行为的数值仿真

4.1 发电商的发电边际成本之差小于 bk 的情况

假设图1所示的电力市场中,用户的效益函数相同,且 $a = 60\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, $b = 0.5\$/\text{MW}\cdot\text{h}^2$; 市场中发电商的最大生产能力为 $200\text{MW}\cdot\text{h}$ 。输电线路的最大传输功率为 30MW 。

假设两发电商的边际成本: $c_1 = 20\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, $c_2 = 30\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, 根据式(16)可以计算出发电商发电量的 Nash 均衡点为 $(66.67\text{MW}\cdot\text{h}, 26.67\text{MW}\cdot\text{h})$ 。此时, Nash 均衡点稳定域见图 3。

假设初始时刻, 两发电商的发电量分别为 $q_1(0) = 40\text{MW}\cdot\text{h}$, $q_2(0) = 20\text{MW}\cdot\text{h}$ 。发电商 1 的发电量调整速度为 $a_1 = 0.03\text{MW}\cdot\text{h}/\text{\$}$, 改变发电商 2 的发电量调整速度, 图 5 显示出发电量、区域市场电价的稳态解随调整速度变化的分岔图。

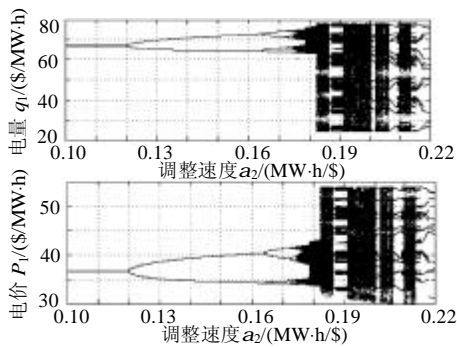


图 5 q_1, P_1 的稳定解随 a_2 变化的分岔图

Fig. 5 Bifurcation diagram of the stable solutions of q_1, P_1 with a_2

当发电商 2 的调整速度 $a_2 < 0.12$ 时, 市场参数落在 Nash 均衡点的稳定域内, 发电商的发电量逐步收敛到唯一的稳态值, 即 Nash 均衡点 $(66.67\text{MW}\cdot\text{h}, 26.67\text{MW}\cdot\text{h})$ 。此时, 在输电线路上的传输功率为 20MW , 线路没有阻塞, 于是两区域市场的电价相等, 均为 $36.67\$/\text{MW}\cdot\text{h}$ 。

继续增大发电商 2 的调整速度, 市场参数超出 Nash 均衡点的稳定域, 市场失去稳定。当 $0.12 < a_2 < 0.164$ 时, 发电量的动态过程收敛到 2 个周期点, 展现出 2 周期的变化; 当 $0.164 < a_2 < 0.172$ 时, 发电量的动态过程收敛到 4 个周期点, 展现出 4 周期的变化, 随着 a_2 的继续增加, 发电量的动态演化过程相继出现 8 周期、16 周期, …… 的变化。

当发电商 2 的发电量调整速度 $a_2 > 0.175$ 时, 发电量、区域市场电价的动态过程收敛到有界的无限多个点, 展现出貌似随机的混沌变化。在此混沌区内, 还会出现一些周期窗口。

a_2 在 0.18 附近时, 发电量的稳态值在较小的范围内变化, 此时输电线路的传输功率小于 30MW , 线路没有阻塞, 区域市场 1 的电价与区域市场 2 的相同。图 6 显示出 $a_2 = 0.18$ 时发电量、市场电价的混沌吸引子, 其最大 Lyapunov 指数为 0.34。

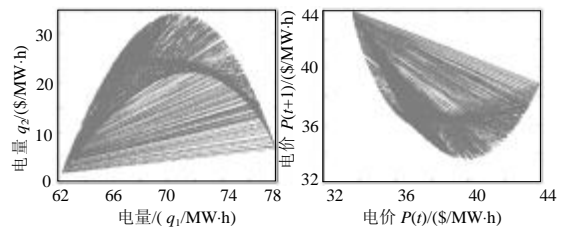


图 6 $a_2 = 0.18$ 时发电量和市场电价的吸引子
Fig. 6 Attractors of generation and quantity electricity price when $a_2 = 0.18$

然而, a_2 在混沌区的其它范围时, 发电量的稳态值落在较大的范围内, 吸引子在更大的区域内变化。在此情况下, 输电线路有时会出现阻塞, 区域市场 1 的电价变化将不同于区域市场 2, 吸引子不仅包括在输电线路没有阻塞情况下的不变流形, 而且包括了输电线路阻塞情况下的不变流形。图 7 显示出 $a_2 = 0.202$ 时发电量、市场电价的混沌吸引子, 其最大 Lyapunov 指数为 0.34。

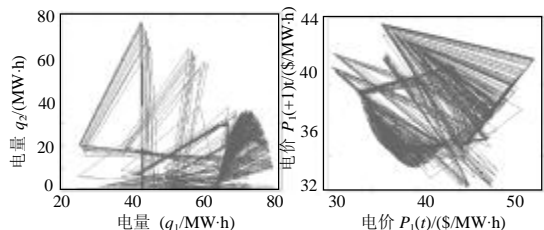


图 7 $a_2 = 0.202$ 时发电量和市场电价的吸引子
Fig. 7 Attractors of generation and quantity quantity electricity price when $a_2 = 0.202$

4.2 发电商的发电边际成本之差大于 $2bk$ 的情况

假设两发电商的边际成本 $c_1=45\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, $c_2=5\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, 根据式(17)可以计算出发电量的 Nash 均衡点为 $(5\text{MW}\cdot\text{h}, 70\text{MW}\cdot\text{h})$, Nash 均衡点的稳定域为: $a_1 < 0.4$, $a_2 < 0.028$ 。图 8 显示出发电量、区域市场电价的稳态解随调整速度变化的分岔图(发电商 1 的发电量调整速度 $a_1 = 0.1$)。

从图 8 可以看出, 发电商 2 的发电量调整速度 $a_2 < 0.028$ 时, 市场参数落在 Nash 均衡点的稳定域内, 发电量逐步收敛到唯一的 Nash 均衡点 $(5\text{MW}\cdot\text{h}, 70\text{MW}\cdot\text{h})$ 。此时, 在输电线路上传输的功率为 30MW , 线路阻塞, 两区域市场的电价不同, 分别为 $42.5\$/\text{MW}\cdot\text{h}$ 和 $40\$/\text{MW}\cdot\text{h}$ 。

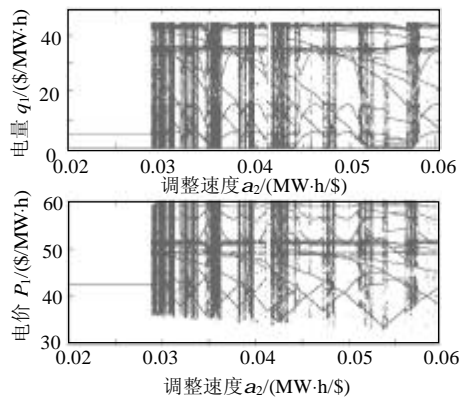


图 8 q_1, P_1 的稳定解随 a_2 变化的分岔图
Fig. 8 Bifurcation diagram of the stable solutions of q_1, P_1 with a_2

发电商 2 的发电量调整速度 $a_2 > 0.028$ 时, 市场参数超出 Nash 均衡点的稳定域, 发电商的发电量无法再收敛到 Nash 均衡点, 展现出周期或混沌的变化特点。在分岔图上, 混沌窗口和周期窗口交替出现。图 9 显示出 $a_2=0.03$ 时, 发电量的混沌吸引子, 其最大 Lyapunov 指数为 0.53 。

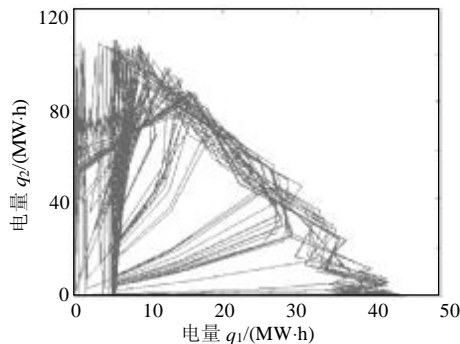


图 9 $a_2=0.03$ 时发电量的吸引子
Fig. 9 Attractors of generation quantity when $a_2=0.03$

4.3 发电商的发电边际成本之差在 bk 与 $2bk$ 之间的情况

假设发电商的发电边际成本为 $c_1=45\$/\text{MW}\cdot\text{h}$, $c_2=25\$/\text{MW}\cdot\text{h}$ 。从第 3 节的分析可以看出, 当发电商的发电边际成本之差在 bk 与 $2bk$ 之间时, 市场不存在 Nash 均衡点, 即无论调整速度为多少, 发电量都不会收敛到一个稳定的均衡点。图 10 显示出发电量、市场电价的稳态解随调整速度变化的分岔图(发电商 1 的调整速度 $a_1 = 0.1$)。由此看出市场的动态行为呈现出周期或混沌的变化。图 11 展现出 $a_2=0.052$ 时发电量的混沌吸引子, 其最大 Lyapunov 指数为 0.23 。

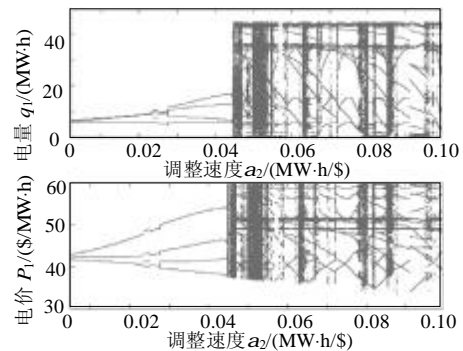


图 10 q_1, P_1 的稳定解随 a_2 变化的分岔图
Fig. 10 Bifurcation diagram of the stable solutions of q_1, P_1 with a_2

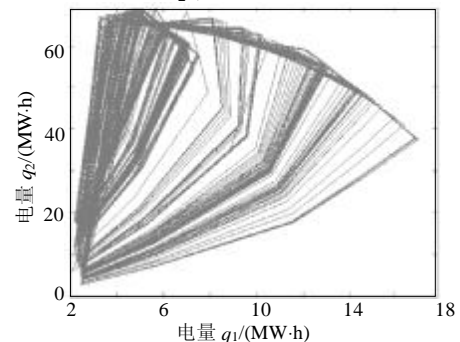


图 11 $a_2=0.052$ 时发电量的吸引子
Fig. 11 Attractors of generation quantity when $a_2=0.052$

5 结论

在考虑输电网约束的前提下, 提出了计及输电网约束的电力市场有限理性 Cournot 动态博弈模型, 并利用非线性离散动力系统的基本理论, 分析了两寡头 Cournot 博弈模型的市场均衡点及其稳定性, 从中显示出在不同的市场参数下, 对应不同的输电网运行状态: 阻塞和不阻塞, 市场会出现不同的 Nash 均衡点, 甚至会出现没有 Nash 均衡点的情况; 探讨了市场参数对市场稳定性的影响, 指出平

稳地调整发电量和限制市场最高电价将有利于电力市场的稳定; 针对不同的市场参数情况, 对市场的动态行为进行了数值仿真, 展现出市场可能出现的各种动态行为, 即趋于 Nash 均衡点、周期和混沌的变化。

在以上工作的基础上, 文中还存在如下方面需要进一步说明和探讨:

①文中的发电边际成本采用线性函数, 当采用二次函数时同样可以获得市场的均衡点及其稳定条件, 超出稳定域后市场同样会展现出周期甚至混沌的动态行为。

②在 Cournot 动态博弈过程中, 发电商的决策变量为发电量, 这一电量可以通过长期的合同交易出售给用户, 也可以作为短期的 Pool 交易出售给交易中心。只要用户需求与电价之间的关系相同, 则无论采用那种交易方式, 都会得出同样的结果, 即相同的市场均衡点和动态行为。

③Cournot 博弈模型无法反映出电力需求的电价弹性 b 为 0 或者很小的情形(b 很小时, 均衡电价会很高, 并呈现出很大的不确定性; 这些情形一般出现在用户需求对电价还来不及做出反映的短时间内), 此时 Cournot 模型是不适宜的, 这是 Cournot 动态博弈模型用于电力市场模拟的缺陷之处。

参考文献

- [1] 汤振飞, 唐国庆, 于尔铿, 等. 电力市场动态分析[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(12): 88-92.
Tang Zhenfei, Tang Guoqing, Yu Erkeng. Power market dynamic analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(12): 88-92.
- [2] 白利超, 康重庆, 夏清. 不确定性电价分析[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(5): 36-41.
Bai Lichao, Kang Chongqing, Xia Qing. Analysis on the uncertainty of electricity price[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(5): 36-41.
- [3] 白利超, 康重庆, 夏清. 电力市场中发电商的风险决策[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(8): 1-6.
Bai Lichao, Kang Chongqing, Xia Qing. Risk decision-making of generators in electricity market[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8): 1-6.
- [4] Alvarado F L. The stability of power system markets[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1999, 14(2): 505-511.
- [5] Alvarado F. L., Mota W. The role of energy imbalance management on power market stability[C]. Proceedings of the 31st Hawaii International Conference on System Sciences, USA, 1998, 3: 4-8.
- [6] Alvarado F L, Meng J, DeMarco C L. Stability analysis of interconnected power systems coupled with market dynamics[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2001, 16(4): 605-701.
- [7] 汤玉东, 吴军基, 邹云. 电力市场的稳定性研究[J]. 电力系统自动化, 2001, 25(4): 11-16.
Tang Yudong, Wu Junji, Zou Yun. The research on the stability of power market[J]. Automation of Electric Power Systems, 2001, 25(4): 11-16.
- [8] Maiorano A, Song Y H, Trovato M. Dynamics of non-collusive oligopolistic electricity markets[C]. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Singapore. 2000, 2. 838-844.
- [9] 张宇波, 罗先觉, 薛钧义. 非线性市场需求下机组优化出力的自适应动态古诺模型[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 80-84.
Zhang Yubo, Luo Xianjue, Xue Junyi. Adaptive dynamic cournot model of optimizing generating units' power output under nonlinear market demand[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(11): 80-84.
- [10] 谢识予. 经济博弈论(第二版)[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2002.
- [11] Younes Z, Ilic M. Generation strategies for gaming transmission constraints: will the deregulated electric power market be an oligopoly?[C]. Proceedings of the 31th Hawaii International Conference on System Sciences, Hawaii, USA, 1998, 3: 112-121.
- [12] Lance B C, Ross B, Martin L B. An empirical study of applied game theory: transmission constrained Cournot behavior[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2002, 17(1): 166-172.
- [13] 袁智强, 侯志俭, 宋依群. 考虑输电约束古诺模型的均衡分析[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(6): 73-79.
Zhiqiang Yuan, Zhijian Hou, Yiqun Song. Analysis of equilibrium of cournot model with considering transmission constraints [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(6): 73-79.
- [14] Bischi G I, Naimzada A. Global analysis of a dynamic duopoly game with bounded rationality[C]. Advances in dynamic games and application, Birkhauser, Italy, 1999, 5: 361-385.
- [15] Varian H. R. Microeconomic analysis, 3rd edition[M]. W. W. Norton & Company, 1992. 180-250.

收稿日期: 2005-06-20.

作者简介:

杨洪明 (1972-), 女, 湖南望城人, 博士, 长沙理工大学副教授, 目前在湖南大学应用经济博士后流动站工作, 研究方向为电力市场;

赖明勇 (1965-), 男, 江西吉水人, 教授, 博士生导师, 研究方向为经济增长、产业经济和国际贸易等。