

# 脑电信号的高阶奇异谱分析

游荣义<sup>1,2</sup>, 徐慎初<sup>1</sup>

(1. 厦门大学物理系, 福建 厦门 361005; 2. 集美大学计算科学与应用物理系, 福建 厦门 361021)

**摘要:** 奇异谱分析是脑电信号分析的一种新方法, 脑电信号的奇异谱可以反映脑电的特征, 它有助于研究大脑的动力学行为。奇异谱分析方法是基于二阶统计的方法, 反映的是信号时间上和空间上的一种线性相关关系。而脑电信号属于非线性信号, 其内在的非线性关系很难通过奇异谱得到真实的反映, 从而会丢失某些有用的信息。提出一种新的基于高阶统计的脑电奇异谱分析方法, 并将其运用于正常脑电和癫痫患者的脑电分析中。大量的实测信号样本仿真实验结果表明, 正常脑电和癫痫脑电的奇异谱有明显的不同。此外, 基于高阶统计的奇异谱和基于二阶统计的奇异谱相比更能反映出信号的细节。

**关键词:** 脑电信号; 高阶统计; 累积量; 奇异谱分析

**中图分类号:** Q811.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6737(2003)02-0147-04

大脑是一个非线性系统, 脑电 (EEG) 信号中存在非线性成分, 这基本上成为普遍的共识<sup>[1-4]</sup>。脑电作为一种特殊而复杂的生物电信号, 在近百年的研究历史上, 人们一直在探索适合脑电分析的方法。尤其是近几年, 脑电分析发展了许多新方法<sup>[5]</sup>。脑电的非线性被普遍承认以后, 上世纪 80 年代兴起的非线性动力学分析方法成为脑电分析的热门方法。相空间重构和计算脑电信号的 Lyapunov 指数是人们普遍使用的方法<sup>[6]</sup>。而基于非线性方法的脑电奇异谱分析 (singular spectrum analysis, SSA) 近期被认为是能有效分析脑电的一种新方法<sup>[7,8]</sup>。这一方法将脑电信号作为时间序列, 利用延迟相图法从一维时间序列重构多维相空间是其必须的步骤之一。该方法一直沿用 Broomhead 等<sup>[9]</sup>提出的分析方法。然而, 在相空间重构的过程中, 延迟时间坐标的选择和嵌入维的确定都带有随意性, 基本上是凭经验加以选择, 因而对原始信号来说或多或少地导致人为的附加噪声。研究表明, 对相同的时间序列, 不同的延迟坐标选择和嵌入维选择, 重构的相空间状态常常会有很大的不同。对此问题我们做了深入的研究, 认为 SSA 作为非线性系统的分析方法, 其本身实际上属于一种线性方法。一方面, 延迟时间实际上就是一种线性操作。另一方面, 该方法所要求计算的自协方差矩阵是基于二阶统计的方法, 反映的是信号的一种线性相关关系。这样, 导致分析的结果优劣强烈地依赖重构参数 (延迟因子和嵌入维数) 的正确选择。鉴于

SSA 方法的这些缺点, 本文提出基于高阶统计的高阶奇异谱分析 (higher order singular spectrum analysis, HSSA) 方法, 对 200 多例脑电样本进行计算并给出结果。本项研究所采用的脑电样本来源于德国波恩大学医学中心。样本包括若干癫痫患者和健康志愿者实测的脑电时间序列。

## 1 相空间重构

设信号采样所得的  $L$  点一维时间序列表示为  $[x(1), x(2) \cdots x(L)]$ , 若嵌入维数为  $m$ , 时延为  $\tau$ , 则经延时扩展后获得一组由  $n$  个状态向量构成的相空间为

$$X_k = [x(k), x(k+\tau), x(k+2\tau), \cdots, x(k+(m-1)\tau)]^T \quad (1)$$

其中,  $k=1, 2, 3, \cdots, n$ ,  $n=L-(m-1)\tau$ 。向量矩阵  $X=[X_1, X_2, \cdots, X_n]$  代表相空间中  $n$  个坐标点, 形成一条运动轨迹。根据嵌入定理要求<sup>[9]</sup>, 有  $m \geq 2D_2+1$ ,  $D_2$  为序列的关联维<sup>[10]</sup>。对于嵌入维数  $m$  的确定, 研究表明, 若维数太小, 相空间内点过密, 容易造成虚假邻域。但维数太大, 又容易破坏

收稿日期: 2002-10-16

基金项目: 教育部高等学校骨干教师资助计划项目(200065)

作者简介: 游荣义, 1957 年生, 博士研究生, 电话:(0592)6181400, E-mail: rryou@jmu.edu.cn

点间的真实结构关系。对脑电信号,  $m$  取 10~20 较合适。对时延  $\tau$ , 既不宜太大也不宜太小, 常用的确定  $\tau$  的方法是计算信号自相关函数第一个过零点的取样点数为合理的时延值<sup>[1]</sup>, 对脑电信号, 常取  $\tau$  为 3~10 的数。

## 2 二阶奇异谱分析

奇异谱分析的意义在于将非正交的嵌入空间映射到一个等价的正交空间中去, 这样可以消除相空间重构中引入的附加噪声, 并可以在奇异谱上分离出信号信息和背景噪声平台<sup>[9]</sup>, 从而达到信号分析的目的。令  $C$  为矢量  $X$  的  $m \times m$  阶协方差方阵, 则有

$$C = XX^T/n$$

$$= \begin{pmatrix} x(1), x(2) \cdots x(n) \\ x(1+\tau), x(2+\tau) \cdots x(n+\tau) \\ \cdots \\ x(1+(m-1)\tau), x(2+(m-1)\tau) \cdots x(n+(m-1)\tau) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x(1), x(1+\tau) \cdots x(1+(m-1)\tau) \\ x(2), x(2+\tau) \cdots x(2+(m-1)\tau) \\ \cdots \\ x(n), x(n+\tau) \cdots x(n+(m-1)\tau) \end{pmatrix} \quad (2)$$

由式 (2) 可以看出, 方阵  $C$  的元素即为无偏自相关函数

$$R_x(k\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i)x(i+k\tau) \quad (3)$$

其中,  $k=0, 1, 2, \cdots, m-1$ 。方阵  $C$  的元素  $(C)_{ij} = R_x[(i-j)\tau]$ 。

令  $U$  和  $V$  为  $m \times m$  阶正交矩阵, 则求协方差矩阵  $C$  的特征值矩阵为

$$S = U^T C V \quad (4)$$

通常, 式 (4) 中的  $U$  和  $V$  为相同矩阵, 称为特征向量矩阵, 其每列元素为一个特征向量。而式 (4) 中的  $S$  为一个对角阵, 称为  $C$  的特征值矩阵, 将  $S$  中  $m$  个特征值归一化为 0~1 的无量纲相对值后由大到小排列作为纵坐标, 按序号为横坐标描出, 便得到信号的奇异谱。其中, 少数几个较大的特征值反映信号的信息, 而其余较小的特征值被解释为噪声。为方便计算, 可以利用数学工具软件 Matlab 提供的函数  $[U, S, V] = SVD(C)$ , 可同时求出  $U$ 、 $S$ 、 $V$ 。或直接求  $S = SVD(C)$ 。

值得一提的是, 由于计算自协方差矩阵  $C$  时,

依赖重构参数 (延迟因子  $\tau$  和嵌入维数  $m$ ) 的正确选择。这迫使我们对上述二阶奇异谱分析的有效性或可靠性提出质疑, 从而导致我们寻找更优的方法。

## 3 高阶奇异谱分析

高阶统计一般指大于二阶的统计方法, 基于高阶统计的方法近年成为非线性信号分析和处理的常用方法, 包括高阶矩、高阶累计量和高阶谱等。基于二阶统计量矩阵的子空间分解方法存在对空间相关噪声敏感的问题, 相比之下, 基于高阶统计量的方法既可以抑制时间轴上的高斯噪声, 又能抑制空间上的相关噪声。高阶谱所反映的只是信号的特征, 并且包含更多的信号信息。这就启发我们采用基于高阶累积量的奇异谱分析方法, 我们称之为高阶奇异谱分析方法。而且, 脑电信号本来就是非高斯信号, 这对采用高阶方法更为有利。

脑电信号通常是多通道 (如 16 导程) 检测的实信号, 因此, 信号的高阶统计量的计算分别有基于自相关的单通道的统计量和基于互相关的多通道的统计量。令  $x(t)$  表示某一通道的实测信号, 先将  $x(t)$  做中心化处理, 即零均值。令  $m_1, m_2, m_3$  和  $m_4$  分别表示信号的一、二、三和四阶矩, 有

$$m_1(0) = E\{x(t)\}$$

$$m_2(\tau_1) = E\{x(t)x(t+\tau_1)\}$$

$$m_3(\tau_1, \tau_2) = E\{x(t)x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)\}$$

$$m_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = E\{x(t)x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)x(t+\tau_3)\} \quad (5)$$

其中,  $\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3$  表示时延值,  $E\{\cdot\}$  表示数学期望。可见, 一阶矩为数学期望、二阶矩为自相关函数。而三阶矩表示的是信号分布的非对称性质, 在信号分析中较少使用。所以, 本文采用四阶矩和四阶累积量。对零均值信号, 自四阶累积量为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} \text{Cum}_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = & m_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - m_2(\tau_1)m_2(\tau_3 - \tau_2) \\ & - m_2(\tau_2)m_2(\tau_3 - \tau_1) - m_2(\tau_3)m_2(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned} \quad (6)$$

由于参数  $\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3$  表示的是任意时延值, 可根据所分析的信号特点作适当的简化, 如  $\tau_3 = \tau_2$ , 则

$$\begin{aligned} \text{Cum}_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = & m_4(\tau_1, \tau_2, \tau_2) - m_2(\tau_1)m_2(0) \\ & - 2m_2(\tau_2)m_2(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned} \quad (7)$$

若  $X_1, X_2, X_3, X_4$  分别表示四通道零均值信号, 我们定义互四阶累积量为

$$\begin{aligned} \text{Cum}_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = & E(x_1, x_2, x_3, x_4) - E\{x_1, x_2\}E(x_3, x_4) \\ & - E\{x_1, x_3\}E\{x_2, x_4\} - E\{x_1, x_4\}E\{x_2, x_3\} \end{aligned} \quad (8)$$

鉴于四阶累积量对高斯噪声的抑制作用和更能

有效地反映信号的高阶非线性关系，为此，我们采用了四阶累积量对脑电信号作高阶奇异谱分析。根据式 (2) 和 (3)，我们可用式 (7) 形式的四阶累积量替换自相关函数  $R_x$  来确定协方差矩阵的元素，即

$$(C)_{ij} = \text{Cum}_4(i, j, j) \quad (9)$$

其中， $i, j = 1, 2, 3 \dots m$ 。这样，我们用式 (9) 确定的协方差矩阵来计算信号的奇异谱，便得到高阶奇异谱。

综合上述分析，高阶谱分析和二阶谱分析的主要不同之处有：(1) 噪声抑制能力强；(2) 包含信号的信息多；(3) 是非线性分析，因而更适合

非线性信号分析。

### 4 实验结果

实验样本包括若干癫痫患者和健康志愿者实测的脑电时间序列。每一序列采样频率为 173.61 Hz，时间长度为 23.6 s，共 4096 个采样数据点。数据采集方式为十六导程按国际 10-20 系统。健康实验者采用头皮电极，而癫痫患者采用皮下电极。我们从 200 多个采样序列中，截取每一序列的 3.3 s (即 576 个数据点) 的片段进行分析。图 1 所示为其中典型的三例。

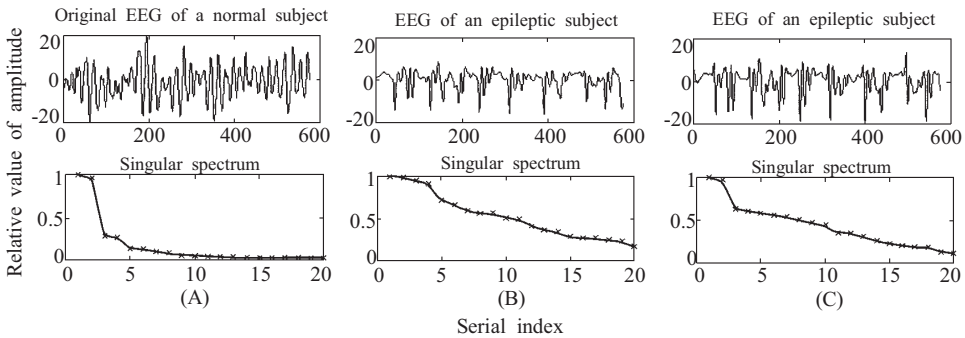


Fig.1 Original EEG and two order singular spectra

在图 1 中，(A) 为健康实验者头皮 O1 位置的原始 EEG 及其对应的奇异谱，(B)和(C)为癫痫患者皮下致痫区的原始 EEG 及其对应的奇异谱。

纵坐标是相对幅度值，横坐标是序号。

采用本文提出的高阶奇异谱分析方法，相同的三例 EEG 所对应的高阶奇异谱如图 2 所示。

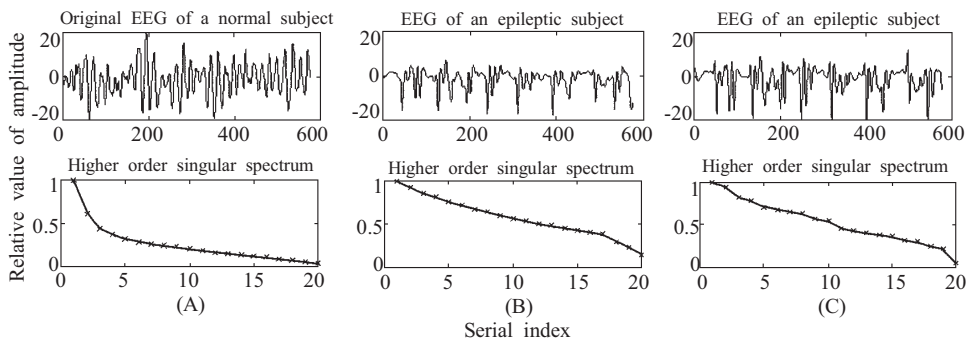


Fig.2 Original EEG and higher order singular spectra

### 5 结 论

图 1 所示的奇异谱和图 2 所示的高阶奇异谱虽然仅有三例，但对 200 多例脑电信号分析结果表明，同类信号的分析结果具有相似的谱结构。从图 1 可以看出，健康实验者的奇异谱，除了少数几个较大特征值外，便呈现噪声平台，但癫痫患者的奇异谱始终不出现噪声平台，这说明两者之间存在差

异。而从图 2 进一步可以看出，EEG 的高阶奇异谱 (HSS) 和图 1 的奇异谱 (SS) 相比，谱线明显平滑得多，而且，健康实验者的噪声平台也并非十分平坦。这也许正是高阶分析的优势所在，它能将更多的信息展现出来。从高阶奇异谱线更趋于平滑来看，正好反映了脑电信号本身内在的非线性关系，这对研究大脑的非线性动力学行为将会有所帮助，是很值得进一步研究的问题。

## 参考文献:

- [1] Palus M. Nonlinearity in normal human EEG: cycles, temporal asymmetry, nonstationarity and randomness, not chaos[J]. *Biological Cybernetics*, 1996,75:389~396.
- [2] Casdagli M, Iasemidis LD, Savit R, et al. Non-linearity in invasive EEG recordings from patients with temporal lobe epilepsy[J]. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1997,102: 98~105.
- [3] Ortega GJ, Boschi C, Louis E. Detecting determinism in high dimensional chaotic system [J]. *Phys Rev E*, 2001,65: 6007~6012.
- [4] Casdagli MC, Iasemidis LD, Sackellares JC, et al. Characterizing nonlinearity in invasive EEG recordings from temporal lobe epilepsy[J]. *Physica D*, 1996,99:381~399.
- [5] 刘建成, 蔡湛宇. 脑电信号分析方法的现状与发展[J]. 中国医学物理学杂志, 1998,15:252~255.
- [6] 宋莹, 田心. 脑电的非线性动力学高维特性及研究现状与展望[J]. 国外医学生物医学工程分册, 2000,23:198~201.
- [7] Loskutov A, Istomin I, Kotlyarov O. Data analysis: generalizations of the local approximation method by singular spectrum analysis[Z]. <http://arxiv.org/pdf/nlin.CD, 0109022>, 2001.
- [8] 孟欣, 徐京华, 顾凡及. 癫痫病人脑电信号的奇异谱[J]. 生物物理学报, 2001,17:86~90.
- [9] Broomhead DS, King GP. Extracting qualitative dynamics from experimental data[J]. *Physica D*, 1986,20:217~236.
- [10] Grassberger P, Procaccia I. Characterization of strange attractors[J]. *Phys Rev Lett*, 1983,50:346~349.
- [11] 张作生, 彭虎, 公佩祥. 时间序列分维数提取算法的研究[J]. 中国科学技术大学学报, 1997,27:220~224.
- [12] Nikias CL, Mendel J. Signal processing with higher order spectra[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1993,10:10~37.

## HIGHER ORDER SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS OF EEG

YOU Rong-yi<sup>1,2</sup>, XU Shen-chu<sup>1</sup>

(1. Department of Physics, Xiamen University, Fujian Xiamen 361005, China; 2. Department of Computational Science & Applied Physics, Jimei University, Fujian Xiamen 361021, China)

**Abstract:** Singular spectrum analysis (SSA) is a novel way to analyse EEG, which can reflect the features of EEG and is helpful to study the dynamic behavior of human brain. SSA method is based on two order statistic, what the method reflects is the linear correlation on spacetime of signals. EEG is a kind of nonlinear signal, however, the intrinsic nonlinear correlations are difficult to reflect by SSA, so, some useful information will be lost. A novel SSA method is proposed, which is used for analysing EEG of normal subjects and epileptic subjects by a large number samples. The results of computer experiment show that the singular spectra of normal subjects are significantly different from epileptic subjects. Moreover, the singular spectra based on higher order statistic is better for reflecting the details about EEG than singular spectra based on two order statistic.

**Key Words:** EEG (electroencephalograph); Higher order statistic; Cumulant; SSA (singular spectrum analysis)