

低频电流场颅内异物检测技术重建算法的研究

田海燕¹, 何为¹, 杨浩¹, Y. SAITO²

(1. 重庆大学教育部高电压与电工理论新技术重点实验室, 重庆 400044; 2. 日本法政大学齐藤兆古实验室)

摘要: 电磁场数值计算方法可用于检测颅内异物。使用的重建算法有拟牛顿法、Bulirsch-Stoer 外推法、局部加速收敛法。这些算法对改善重建计算的精度起着至关重要的作用。最后, 仿真计算说明算法是有效的。

关键词: 低频电流场; 重建算法; 拟牛顿法; Bulirsch-Stoer 外推法; 局部加速收敛法

中图分类号: Q811.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6737(2002)04-0429-05

低频电流场成像技术又称电阻抗断层成像 (electrical impedance tomography, EIT), 是当今生物医学工程学的重大研究课题之一, 其原理是以低频电流流过人体组织时呈现出的电特性为依据, 进行无创成像。这种技术不使用核素和射线, 对人体无害, 而且设备简单, 费用低廉, 可以多次测量, 重复使用。虽然与现有的 X 射线、CT、核磁共振 (MRI) 等医疗设备的图像分辨率相比, 其成像精度还有待提高, 但对于结构性病变较明显的病例, 依靠一定的辅助措施, 定性研究病变的动态发展过程, 例如用于脑水肿、水肿的肿块大小发展状况的实时监测等, 是 CT 和 MRI 无法替代的^[1,2]。

低频电流场成像技术的最终目标是依据人体横截面的注入电流来重建横截面内的电导率分布图。EIT 技术在理论上是一个电流场计算的逆问题, 其核心技术是重建算法。重建算法的精度问题一直困扰着 EIT 技术走向临床应用。提高成像精度的关键措施是选择合理有效的数值计算方法。本文介绍作者在重建算法领域内新的探索, 并且用仿真计算

结果说明算法的有效性。

1 EIT 技术病态性的讨论

低频电流场成像技术在图像重建过程中呈现出病态性质, 表现在场域边界电位对场域内部电导率的变化不敏感。在我们的研究工作中, 用传统的电磁场正向计算方法——有限元法^[3], 对这个问题作了定量讨论。我们以场域内有一个扰动点的情形为例, 图 1A 是场域设定情形, 用三维图形表示场域内部电导率数值分布情况。我们以场域内介质均匀、且电导率值为 1 时通过有限元法计算得到的场域边界的电位值为基准, 然后让扰动点的电导率从 1 增加到 55, 这时得到的边界电位变化率接近 3.5%, 如图 1B 所示。场域内的电导率虽然增大了 55 倍, 但检测到的边界电位变化量仅接近基准值的 3.5%, 说明场域边界电位对场域内部电导率值的变化极其不敏感。反之, 如果测量得到的边界电位有微小的变化, 就会引起重建计算得到的场域内

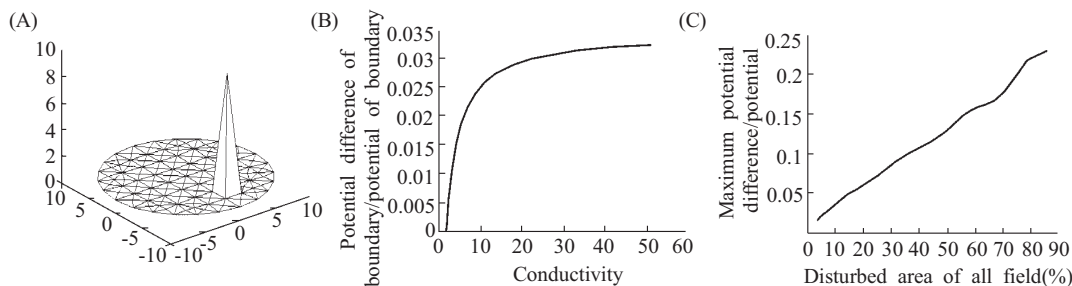


Fig.1 (A)The conductivity distribution in a set field; (B)Relationship of the variations of boundary potential and conductivities; (C)Relationship of disturbed area and the variations of boundary potential

收稿日期: 2002-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(50077026)和重庆大学教育部高电压与电工理论新技术重点实验室资助

作者简介: 田海燕, 博士研究生, 电话: (023)65105272, E-mail: haiyantian@cqu.edu.cn.

部电导率值的极大变化。另一方面，我们让场域内扰动面积从 1.78%增加到 88%，而检测到的边界电位的变化值仅从 1.5%增加到 22.5%，其变化率远低于扰动面积的变化率，如图 1C 所示。可见当场域内部的异物扰动面积增加时，即使边界电位有变化，其敏感度也很低。以上分别从扰动点数值的变化和扰动面积的变化两方面定量计算了边界电位的变化率和场域内部电导率的变化之间的数值关系，所绘曲线说明了边界电位对场域内部电导率的变化不敏感。因此，在重建计算中，测量得到的边界电位值的微小扰动会导致求解出的内部电导率有很大的变化，呈现出严重的病态性，使求解过程不稳定。

本文提出三种用于低频电流场成像技术重建算法，该方法能够改善重建过程的病态程度，提高边界电位对场域电导率变化的敏感程度，使重建计算的精度得到很大提高。

2 拟牛顿法

牛顿法是求解非线性方程近似根的传统方法^[4,5]。用牛顿法求解非线性方程必须知道非线性方程的具体表达式，也就是说已知量与未知量之间的数学关系明确。在 EIT 重建计算中，场域边界电位与内部电导率之间的关系表达式是未知的，所以传统的牛顿法不能使用，而拟牛顿法正是处理这种关系行之有效的算法。目前在 EIT 重建算法中流行的等位线法、场域分割法等方法，只考虑了局部参数对场域的作用，尽管计算量得到控制，但却以牺牲精度为代价。随着计算机技术的发展，计算机的速度、内存等指标不再是制约算法的绊脚石，寻找高精度的算法已成为必然。我们在研究工作中采用拟牛顿法作为重建算法，该方法考虑了场域内所有参数对场域的作用，提高了边界电位对场域电导率变化的敏感程度，使重建计算的精度获得很大的提高，病态程度得到明显的改善。

对于一个多维的非线性方程组

$$F(X)=0 \tag{1}$$

其拟牛顿法的解的迭代形式如下：

$$X^{(k+1)}=X^{(k)}-B_k^{-1}F(X^{(k)}), k=0,1,\dots \tag{2}$$

$$B_{k+1}=[F(X^{(k+1)})-F(X^{(k)})]/(X^{(k+1)}-X^{(k)}) \tag{3}$$

这里上标 k 和 $k+1$ 分别表示第 k 次和第 $k+1$ 次迭代， B_k 称为雅可比矩阵。

在 EIT 重建计算中，场域边界电位 φ 与场域

内部电导率 σ 之间的关系可以表示为：

$$\varphi=f(\sigma) \tag{4}$$

根据拉普拉斯方程

$$-\nabla \cdot \sigma \nabla \varphi=0 \tag{5}$$

通过有限元计算，对于方程(1)，用边界电位和场域电导率可以表示为

$$F(\sigma^{(k)})=\varphi_{set}-f(\sigma^{(k)}) \tag{6}$$

在模拟计算中， φ_{set} 是设定的（或测量得到的）场域边界电位。若计算的场域边界电位与设定情况一致，则这时的场域电导率 $\sigma^{(k)}$ 即为求解值，此时

$$F(\sigma^{(k)})=0 \tag{7}$$

对于方程(7)，使用拟牛顿法求解，迭代方程(2)和(3)变为

$$\sigma^{(k+1)}=\sigma^{(k)}-H_k^{-1}F(\sigma^{(k)}), k=0,1,\dots \tag{8}$$

$$H_{k+1}=[F(\sigma^{(k+1)})-F(\sigma^{(k)})]/(\sigma^{(k+1)}-\sigma^{(k)}) \tag{9}$$

在这里，我们用 H_k 替代方程(2)中的雅可比矩阵 B_k ，其中

$$\sigma^{(k+1)}-\sigma^{(k)}=c \tag{10}$$

c 是一个经验常数。

对拟牛顿法构建的重建方程组，我们用模拟计算的结果和数学指标来说明计算的精度和重建矩阵 H_k 的病态程度。条件数是反映方程组病态程度的指标，条件数越小，方程组的状态越好；反之，条件数越大，方程组病态越严重。我们对重建矩阵 H_k 的条件数做了定量计算，图 2A 是图 1A 所示设

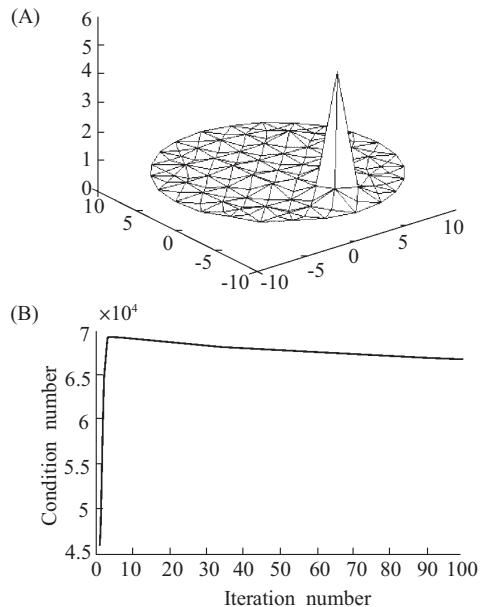


Fig.2 (A)The conductivities distribution in the reconstructed field; (B)Relationship of number of iterations and condition number of reconstruction matrix

定场域的重建情况,图2B是重建过程中每次迭代计算时重建矩阵 H_k 的条件数。与著名的病态矩阵希尔伯特矩阵相比,10阶希尔伯特矩阵的条件数就达到了 10^{13} 数量级,而对于图2B所示的重建过程,重建矩阵 H_k 是 216×125 阶矩阵,而条件数的数量级仅在 10^4 ,并且重建后的场域与设定情况非常吻合,重建计算的精度非常高。可见,拟牛顿法无论对提高成像精度,还是改善重建矩阵 H_k 病态程度,都是非常有效的。

3 Bulirsch-Stoer 外推法

尽管拟牛顿法用于重建计算非常成功,但该方法在求解剖分较细的场域时极其耗费计算机资源。为了克服这个困难,我们引入Bulirsch-Stoer外推法^[5,6]。

外推法的基本思想是由较粗糙的、计算量较小的近似值“外推”出较精确近似值的方法,其基本理论是基于误差分析。它是一种简单易行且精度很高的数值解法,在积分方程、代数方程、有限元解等方面有广泛的运用,但未见到将外推法应用于电磁场逆问题计算的文献。基于改善拟牛顿法计算量过大的问题,本文将外推法引入EIT重建计算。

外推法用于重建方程,可以通过增加每步的误差阶数来加速收敛。Bulirsch-Stoer外推法用于重建方程(8),得到

$$\sigma_{n+1} = T_n^{(0)} - H_n^{(-1)} F(T_n^{(0)}), n=0,1,\dots \quad (11)$$

这里, T 是外推序列,计算公式如下:

$$T_0^{(i)} = \sigma_i, i=0,1,\dots$$

$$T_m^{(i)} = T_{m-1}^{(i+1)} + (T_{m-1}^{(i+1)} - T_{m-1}^{(i)}) / (1/b^m - 1)$$

$$i=0,1,\dots; m=1,2,\dots; 0 < b < 1 \quad (12)$$

由于方程(11)的计算次数越多,耗费计算机资源越大,因此我们选择减少重建方程的计算次数、多做外推计算的办法来解决这个问题。方程(12)中的 T 的计算顺序如下:

$$T_0(0)$$

$$\rightarrow T_0^{(1)} \rightarrow T_1^{(0)}$$

$$\rightarrow T_0^{(2)} \rightarrow T_1^{(1)} \rightarrow T_2^{(0)}$$

$$\rightarrow T_0^{(3)} \rightarrow T_1^{(2)} \rightarrow T_2^{(1)} \rightarrow T_3^{(0)}$$

.....

$$\rightarrow T_0^{(i+1)} \rightarrow T_1^{(i)} \rightarrow T_2^{(i-1)} \rightarrow T_3^{(i-2)} \rightarrow \dots \rightarrow T_{i+1}^{(0)} \quad (13)$$

在外推序列(13)中,每列依次减小收敛步长,每行增加误差阶数,这样,经过有限次的迭代后很快能

够实现足够小的误差目标。

4 局部加速收敛法

为了减小计算机在计算过程中所产生的累计误差,我们提出了一种经验性的方法,即局部加速收敛法。这种方法不仅可以将计算机所产生的累计误差降到最低程度,同时极大地提高了计算速度。

拟牛顿法和外推法虽然能有效提高重建计算的精度和收敛速度,但当经过一定次数的迭代后,有部分场域的电导率变化很小,基本接近理想值,这时如果继续计算势必会增加计算的累计误差,严重时甚至导致计算发散。因此应将这部分场域的电导率剔除,做为已知量,而继续计算另一部分场域的电导率。由于未知场域在不断缩小,计算规模不断减小,计算速度加快,同时也提高了计算的精度。

5 重建计算的仿真结果

为了验证算法的有效性,我们模拟计算了一个圆形横界面场域,场域被剖分为224个单元、125个节点。场域内正常节点的电导率设为1,扰动点的电导率设为10或4。图3和图4分别是两个场域的设定和重建图像,所有的A图和C图是用二维灰度图表示出的场域内的电导率数值分布情况,所有的B图和D图是用三维图形表示的电导率的数值分布情况。

图3A和B是设定的场域内有五个扰动点的理想场域,这五个扰动点相邻较近,检测难度较大。图3C和D是对应图3A和B的重建图像,不论是三维数值分布图还是二维灰度图,均能反映出设定的理想场域的情况,扰动点的定位非常准确,扰动点的重建电导率数值能达到50%左右,重建结果理想。

图4A和B是设定的场域内有六个扰动点的理想场域,在这六个扰动点中,有两对相邻的扰动点,且电导率数值有差异,这样的场域无疑增加了检测难度。图4C和D是对应图4A和B的重建图像,不论是三维数值分布图还是二维灰度图,均能反映出设定的理想场域情况,扰动点的定位同样非常准确,能反映出两对相邻点是扰动点,且能反映出电导率数值有差异。扰动点的重建电导率数值能达到65%左右,重建结果非常理想。

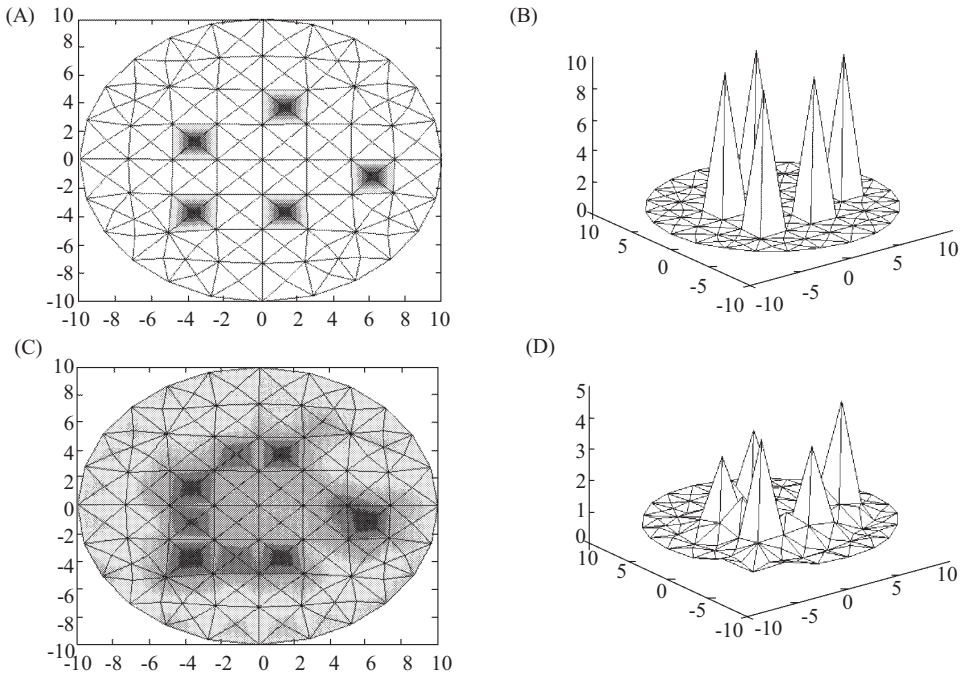


Fig.3 (A)Original conductivities distribution represented by 2-D gray map; (B)Original conductivities distribution represented by 3-D map; (C)Reconstructed conductivities distribution represented by 2-D gray map; (D)Reconstructed conductivities distribution represented by 3-D map

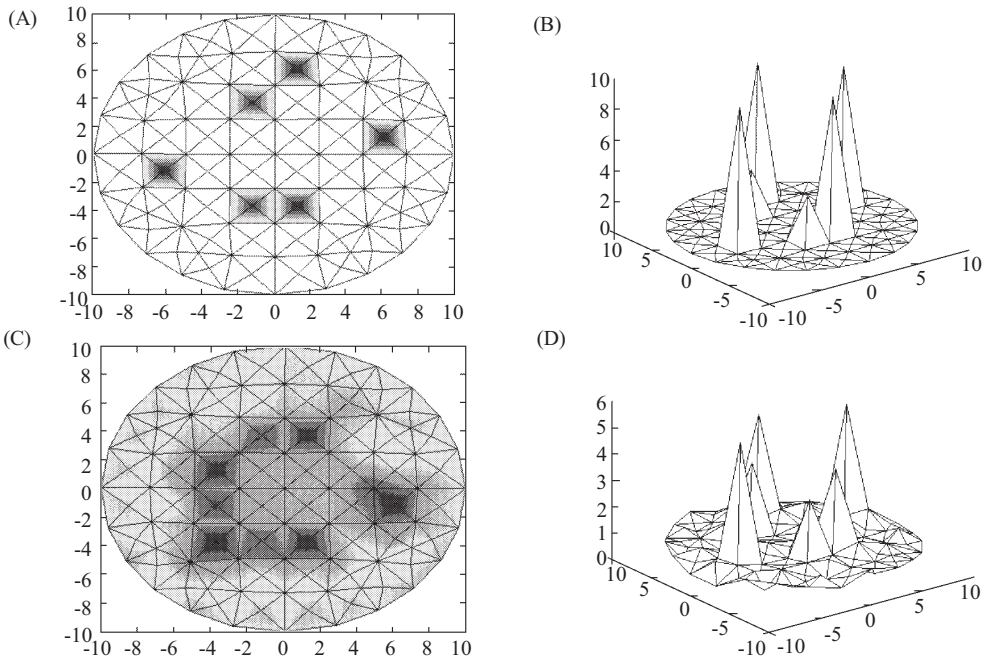


Fig.4 (A)Original conductivities distribution represented by 2-D gray map; (B)Original conductivities distribution represented by 3-D map; (C)Reconstructed conductivities distribution represented by 2-D gray map; (D)Reconstructed conductivities distribution represented by 3-D map

6 结 论

低频电流场成像技术用于检测颅内异物是电磁场数值计算科学在生物医学工程领域应用的有意义

的尝试。仿真计算结果证明，拟牛顿法、Bulirsch-Stoer 外推法、局部加速收敛法用于图像重建计算是有效的，可以得到理想的图像重建效果。

参考文献:

- [1] Blue RS. A real-time three-dimensional linearized reconstruction algorithm generalized for multiple planes of electrodes [D]. Ph.D. thesis of Rensselaer Polytechnic Institute, 1997.
- [2] 李贤良. 人体电阻抗 CT 雏形的研究[D]. 重庆大学博士学位论文, 2000.
- [3] 盛剑霓. 工程电磁场数值分析[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1991.
- [4] 林成森. 数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [5] 李庆扬. 非线性方程组的数值解法[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [6] Joyce DC. Survey of extrapolation processes in numerical analysis[M]. UK:SIAM Review, 1971.

A STUDY OF RECONSTRUCTION ALGORITHM ON INSPECTION OF FOREIGN SUBSTANCE IN BRAIN BY LOW FREQUENCY CURRENT FIELD

TIAN Hai-yan¹, HE Wei¹, YANG Hao¹, Y. SAITO²

(1. The High Voltage Engineering and Electrical New Technology Laboratory, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Y.Saito Lab., Hosei University, Tokyo 184-8584, Japan)

Abstract: New approaches of reconstruction algorithm in low frequency current field are proposed, which includes Quasi-Newton, Bulirsch-Stoer extrapolation and local area accelerating convergence methods. These new methods make it possible to improve the precision as well as computation speed dramatically in the reconstruction calculation. Intensive simulation results demonstrate that these new approaches are effective.

Key Words: Low frequency current field; Reconstruction algorithm; Quasi-Newton; Bulirsch-Stoer extrapolation; Local area accelerating convergence method