

# 基于插值 FFT 算法的间谐波分析

钱昊, 赵荣祥

(浙江大学电气工程学院, 浙江省 杭州市 310027)

## INTERHARMONICS ANALYSIS BASED ON INTERPOLATION FFT ALGORITHM

QIAN Hao, ZHAO Rong-xiang

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

**ABSTRACT:** Inter-harmonics is a kind of the harmonics which are not an integer of the fundamental frequency component. The inter-harmonics, same as the integer harmonics, have serious impacts on the design of harmonics compensation equipments, so it is important to measure inter-harmonics accurately. The interharmonics cannot be achieved accurately by using FFT for an unsynchronized sample sequence analysis because of large errors in such cases. To reduce the errors caused by using FFT for an unsynchronized sample sequence analysis and to improve the measuring precision of interharmonics in electric power system, an interharmonics estimation based on interpolation FFT algorithm is proposed. The estimation algorithm based on Rife-Vincent (III) window for the interharmonics parameters is given. This algorithm can make the analysis accuracy improved significantly. Simulation results demonstrate that the estimation interharmonics frequency, amplitude and phase are highly accurate using the improved algorithm for the unsynchronized sample sequence analysis.

**KEY WORDS:** Electric power system; Harmonics analysis; Interharmonics; Interpolation FFT algorithm

**摘要:** 间谐波是非整数倍基波频率的谐波信号。间谐波除了具有一般谐波信号的特性外,还会影响谐波补偿装置,因此准确检测间谐波的参数对于电力系统具有十分重要的意义。快速傅立叶变换在非同步采样情况下存在着较大的误差,因而无法直接获取准确的间谐波参数。为了减小非同步采样的影响,提高间谐波分析精度,提出了基于加窗插值 FFT 算法的间谐波参数估计,分析和推导了基于 Rife-Vincent (III) 窗的间谐波频率、幅值和相位的估计公式。在此基础上,对插值公式作适当修改,可以进一步提高分析精度。仿真结果表明:改进后的算法在非同步采样时,对电网间谐波和谐波参数的估计具有很高的精度,有利于电力系统中谐波参数的准确获得。

**关键词:** 电力系统; 谐波分析; 间谐波; 插值快速傅立叶变

换算法

## 1 引言

随着电力电子技术和器件的发展,非线性负荷在电力系统中的应用越来越广泛,电力系统谐波和间谐波(包括次谐波)污染日益严重,间谐波现象正受到人们的日益重视<sup>[1-4]</sup>。

本文在简单介绍和分析间谐波的来源和危害后,详细分析了插值 FFT 算法,并且就 Rife-Vincent(III)窗的插值算法进行了分析、推导。

## 2 间谐波的来源及其危害

IEC61000-2-1<sup>[5]</sup>对间谐波定义如下:在工频电压和电流的各种谐波成分之间,存在着与基波频率不成整数倍关系的信号,它们表现为离散频率或宽带频谱。表1给出了其简单而适用的数学定义。

表1 间谐波的数学定义

Tab. 1 Mathematical definitions of interharmonic

名称	定义
谐波	$f = h \times f_1$ , $h$ 为大于零的整数
直流	$f = 0 \text{ Hz}$ 即 $f = h \times f_1$ , $h = 0$
间谐波	$f = h_i \times f_1$ , $h_i$ 为大于零的非整数,当 $0 < f < f_1$ 时,又称为次谐波

实际上许多非线性负载是波动的(或其电流的幅值、相位或波形是变化的<sup>[3]</sup>),例如:工业电弧炉、三相转炉、电焊机、感应电动机等传统间谐波产生源都会引起电气量(电压或电流)发生或快或慢的变化(慢的在几 ms 或十几 ms 内就能观察到)。另外一方面,包含 AC/DC 或 DC/AC 变换器的各种电力电子设备,如变频器、同步串级调速装置、晶闸管整流供电设备等,是快速变化的冲击负荷,产生有离散和连续成分的间谐波,逐步成为另一重要的间谐波发生源。设某一调幅波电压信号  $M \cos Wt$  叠

加在稳态电压  $\sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega t + j_m)$  上, 则合成电压为

$$x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} (1 + M_A \cos Wt) A_m \cos(m\omega t + j_m) \quad (1)$$

式中  $M_A = M / A_m$  为调幅波对  $m$  次谐波幅值的调制系数;  $A_m$  为  $m$  次稳态谐波电压的幅值;  $W$  为调幅波的角频率,  $W < \omega$ ;  $\omega$  为工频角频率;  $j_m$  为  $m$  次谐波初相位。

由式(1)易得  $x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega t + j_m) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{M}{2} \cos[(m\omega \pm W)t + j_m]$  (2)

由式(2)可得经调幅波调制后, 除了稳态电压中角频率为  $m\omega$  成分外, 其它各次谐波(包括基波)中均增加了旁频( $m\omega \pm W$ )成分, 其幅值为  $M/2$ , 这部分就是间谐波。

交流变频调速装置(包括交-交变频器和交-直-交变频器)使用时在其供电电流中有间谐波成分, 产生的间谐波频率  $f_i$  和输出频率  $f_0$  有关, 可表示为

$$f_i = (p_1 m \pm 1) f \pm p_2 n f_0 \quad (3)$$

式中  $p_1$  为整流部分触发脉冲数;  $p_2$  为输出部分触发脉冲数;  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;  $f_0$  为输出频率。

由于间谐波是非整数倍基波频率的谐波, 它对设备产生的危害很大。频率低于基波频率的间谐波(即次谐波)会引起光电闪变、低频继电器的异常运行以及无源电力滤波器过流跳闸等等。频率高于基波频率的间谐波对音频设备造成干扰, 还可能引起感应电动机噪声和振动。鉴于以上危害, 间谐波电压水平应限制到 0.2% 以下<sup>[6]</sup>。

### 3 基于 Rife-Vincent(III)窗的插值算法

电力系统的谐波分析通常是通过快速傅立叶变换(FFT)实现的。但是, 应用 FFT 算法分析频谱的前提是保证对信号的同步采样, 即要求采样长度与信号周期成整数倍关系<sup>[7]</sup>, 而实际电网频率通常在工频附近波动。非同步采样问题可以通过硬件(如锁相同步技术)或软件(算法)<sup>[8-10]</sup>来解决, 然而锁相环响应较慢, 不能及时地跟踪信号频率的快速变化, 从而不能实现真正意义上的同步采样。为了提高 FFT 算法的精度, V.K. Jain 等人提出了一种插值算法<sup>[11]</sup>对 FFT 的计算结果进行修正, 有效地改善了对谐波幅值尤其是谐波相位的估计精度, 但该算法在

计算某次谐波参数的时候, 对临近谐波缺少抗干扰能力。在此基础上, T. Grandke 利用海宁(Hanning)窗减少谐波间的相互干扰, 进一步提高了计算精度<sup>[12]</sup>。通常插值 FFT 算法对窗函数的要求是主瓣宽度小, 旁瓣幅值衰减快。F.J. Harris 对各种窗函数的性能进行了比较<sup>[13]</sup>, 结论是 Blackman-Harris 窗在旁瓣幅值一定时具有较小的主瓣宽度。D.C. Rife 提出的 Rife-Vincent (III)窗<sup>[14]</sup>更好地满足了上述 2 个条件。

Rife-Vincent (III)窗实质上是 4 项系数余弦窗, 下面将介绍余弦窗的基本特性。

余弦窗的一般表达式为

$$w_H(n) = \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos\left(\frac{2p}{N-1} kn\right), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

式中  $K$  为余弦窗的项数,  $K=0$  时, 就是矩形窗。

为了使余弦窗具有线性相位特性及满足插值计算的需要, 对系数有如下限制:

$$\sum_{k=0}^K (-1)^k a_k = 0 \quad (5)$$

下面将从 4 项系数余弦窗的通用形式入手, 介绍 Rife-Vincent (III)窗。4 项系数余弦窗的窗函数表达式和 DFT 结果为

$$w_H(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

$$\begin{cases} W_H(e^{j\omega}) = W_H(\omega) e^{-j\omega(N-1)/2} \\ W_H(\omega) = a_0 W_T(\omega) + (a_1/2) \{W_T[\omega - 2\pi/(N-1)] + W_T[\omega + 2\pi/(N-1)]\} + (a_2/2) \{W_T[\omega - 4\pi/(N-1)] + W_T[\omega + 4\pi/(N-1)]\} + (a_3/2) \{W_T[\omega - 6\pi/(N-1)] + W_T[\omega + 6\pi/(N-1)]\} \end{cases} \quad (7)$$

式中  $W_T(e^{j\omega}) = W_T(\omega) e^{-j(N-1)\omega/2}$ , 为矩形窗的 DFT,  $W_T(\omega) = \sin(N\omega/2) / [N \sin(\omega/2)]$ 。

为了分析方便, 设定信号的表达式为

$$x_m(t) = A_m e^{j(2\pi f_m t + j_m)} \quad (8)$$

式中  $A_m$  为信号幅值;  $f_m$  为信号频率;  $j_m$  为信号初相角。

信号经过采样并 4 项系数余弦窗截断后得到

$$x(n) = x_m(nTs) w_H(n), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

式中  $x_m(nTs)$  为  $x_m(t)$  的无限长采样序列;  $Ts$  为采样周期;  $w_H(n)$  为 4 项系数余弦窗;  $N$  为采样点数。

其中  $x_m(nTs)$  的 DFT 为

$$X_m(e^{j\omega}) = 2\pi A_m d_{\omega_m} e^{j\omega j_m}, \omega_m = 2\pi f_m \quad (10)$$

根据频域卷积定理，时域相乘对应频域卷积，得到  $x(n)$  的 DFT 值为

$$X_H(e^{jw}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X_m(e^{jt}) W_H[e^{j(w-t)}] dt = A_m W_H(w - w_m) e^{j(j_m - (N-1)(w-w_m)/2)} \quad (11)$$

设定谐波信号采样序列对应的离散频点为

$$(k_m + d_m) = N f_m / f_s \quad (12)$$

式中  $k_m$  为正整数， $0 \leq d_m < 1$ 。

在实际应用中  $N$  一般比较大，而且  $|d_m| < 1$ 。由此可得

$$\begin{aligned} |X_H(e^{jw})|_{w=k_m 2\pi/N} &\approx A_m \sin(\pi d_m) \cdot \\ &(c_0 + c_2 d_m^2 + c_4 d_m^4 + c_6 d_m^6) / \\ &[\pi d_m (1 - d_m^2)(4 - d_m^2)(9 - d_m^2)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} |X_H(e^{jw})|_{w=(k_m+1)2\pi/N} &\approx A_m \sin(\pi d_m) \cdot (b_0 + b_1 d_m + \\ &b_2 d_m^2 + b_3 d_m^3 + b_4 d_m^4 + b_5 d_m^5 + b_6 d_m^6) / \\ &[\pi d_m (1 - d_m^2)(4 - d_m^2)(3 - d_m^2)(4 - d_m^2)] \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $C_0 = 36a_0$ ;  $C_2 = -49a_0 + 36a_1 - 9a_2 + 4a_3$ ;  
 $C_4 = 14a_0 - 13a_1 + 10a_2 - 5a_3$ ;  $C_6 = -a_0 + a_1 - a_2 + a_3$ ;  
 $b_0 = 24a_1$ ;  $b_1 = 48a_0 - 26a_1 - 16a_2 + 6a_3$ ;  $b_2 = 20a_0 - 27a_1 + 36a_2 - 11a_3$ ;  
 $b_3 = -36a_0 + 32a_1 - 20a_2$ ;  
 $b_4 = -a_0 + 2a_1 - 5a_2 + 10a_3$ ;  $b_5 = 6(a_0 - a_1 + a_2 - a_3)$ ;  
 $b_6 = -a_0 + a_1 - a_2 + a_3$ 。

设  $b_m = |X_H(e^{jw})|_{w=(k_m+1)2\pi/N} / |X_H(e^{jw})|_{w=k_m 2\pi/N} \quad (15)$

则可得

$$b_m = (b_0 + b_1 d_m + b_2 d_m^2 + b_3 d_m^3 + b_4 d_m^4 + b_5 d_m^5 + b_6 d_m^6) \cdot (3 + d_m) / [(c_0 + c_2 d_m^2 + c_4 d_m^4 + c_6 d_m^6)(4 - d_m)] \quad (16)$$

对于 Rife-Vincent(III)窗,取  $a_0 = 1.0, a_1 = 1.43596,$

$a_2 = 0.49754, a_3 = 0.06158,$  代入式(16)可得

$$b_m = (1723152 + 153694d_m - 76843d_m^2 - 4d_m^3 + d_m^4) \cdot (3 + d_m) / [(1800000 - 76849d_m^2 + d_m^4)(4 - d_m)] \quad (17)$$

由式(17)可得出一个关于  $d_m$  的 5 次方程，对方便的各项系数降幂排列组成一个行矩阵，然后借助 MATLAB 软件，用 Roots 函数可求出方程的 5 个根，其中只有 1 个实根位于 [0,1] 区间，该根即为正解。此外， $d_m$  的求解还有其它多种方法，如比例迭代法、比例峰值搜索法和 ZOOM-FFT 频率校正法等。但这些算法都是近似算法，精确度不如 MATLAB。

在得出准确的  $d_m$  值后，由式(12)可求出准确的频率  $f_m$ ，由式 (13) 可求出幅值  $A_m$ (当

$|X_H(e^{jw})|_{w=(k_m+1)2\pi/N} > |X_H(e^{jw})|_{w=k_m 2\pi/N}$  时，用

$|X_H(e^{jw})|_{w=(k_m+1)2\pi/N}$  来计算  $A_m$ )，相位计算采用式 (11)，其结果如下：

$$f_m = (k_m + d_m) f_s / N \quad (18)$$

$$A_m \approx |X_H(e^{jw})|_{w=k_m 2\pi/N} \pi d_m (1 - d_m^2)(4 - d_m^2)(9 - d_m^2) / [\sin(\pi d_m)(c_0 + c_2 d_m^2 + c_4 d_m^4 + c_6 d_m^6)] \quad (19)$$

$$j_m = \text{angle}(X_H(e^{jw})|_{w=k_m 2\pi/N}) - d_m \pi(N-1) / N \quad (20)$$

采用了上述插值方法后，信号频率和幅值已经达到了相当高的精度，但在采样失步度较大而某个幅值较小的间谐波信号附近存在一个幅值较大的间谐波信号时，对该弱信号的检测仍有可能存在较大的相位误差。这主要是由于幅值较小的间谐波对临近幅值较大间谐波的干扰抵抗力较弱。另外，对于电网而言，基波分量远远大于各间谐波分量，间谐波对基波的泄漏影响很小，而基波对间谐波的泄漏影响很大，所以基波的估计精度要远高于间谐波频率的精度。在实际处理时，基波频率和误差较小的间谐波频率的估计采用插值算法，而误差较大的间谐波频率的估计可作如下改进：

$$f_m = m f_1, m > 0 \quad (21)$$

$$d_m = m(k_1 + d_1) - k_m \quad (22)$$

再由  $d_m$  计算间谐波的幅值和相位。

### 4 模拟分析结果

下面提供一组信号的计算实例。信号幅值模仿电力系统实测谐波参数，相位自拟，设定为

$$x(t) = \sum_{m=1}^9 A_m \cos(2\pi f_m t + j_m) \quad (23)$$

式中 设定基波频率为 50Hz (我国电网额定频率为 50Hz, 允许电网频率的波动范围是 49.5Hz~50.5Hz 之间), 基波最大幅值为 380V, 初相位为 10°, 设置参数如表 2 所示。

表2 谐波参数的设置  
 Tab. 2 Harmonic parameters setup

波型	频率/Hz	幅值/V	初相/(°)
间谐	25.0	2.28	20
基波	50.0	380	10
谐波	150	19	25
间谐	175	1.9	30
谐波	250	15.2	100
间谐	330	1.52	120
谐波	350	11.4	150
间谐	380	1.14	180
谐波	450	7.6	210

由于最大的频谱泄漏是基波对临近间谐波的影响，而表 2 中基波和临近间谐波的幅值相差-44dB，

故若希望将泄漏限止在 0.1% (即-60dB) 以内, 则分辨率要求 $\Delta A$  至少为 104dB, 从而截断时窗函数长度至少为  $d = 15$  个信号周期<sup>[15-16]</sup>。

若采样点数 $N$ 设定为1024, 采样频率为1900Hz, 以电网额定频率50Hz为基准, 实际采样信号的周期个数为27个左右, 满足4项系数窗函数采样长度的选择范围。基于普通FFT算法和基于Rife-Vincent(III)窗插值FFT算法的电网参数估计如表3~5所示。从估计结果可以看出: 由于不是整周期采样, 基于普通FFT算法的间谐波频率(尤其是基频)估计精度达不到电能质量的国家标准( $\pm 0.01\text{Hz}$ , 即 $\pm 0.02\%$ ), 而间谐波幅值和相位的估计由于和实际值相差太大, 根本就没有意义; 而基于4项系数余弦窗的插值FFT算法对频率和幅值的估计精度相当准确, 基本和实际电网基波、间谐波的频率和幅值一致; 对于相位, 此算法的分析精度控制在1%以内, 完全满足了国家标准。与文[15]相比, 在同样的采样长度下, 基于Rife-Vincent(III)窗的插值FFT算法与基于Hanning窗的插值FFT算法相比, 进一步提高了频率估计的精度; 对于幅值估计, 其精度从0.5%提高到了0.1%以内; 精度提升最大的是相位的估计, 基于Hanning窗的FFT算法的估计精度只有5%, 而基于Rife-Vincent(III)窗的插值FFT算法的估计精度达到了1%, 使得频率、幅值和相位的估计都符合国家标准。

此外, 按式(21)和(22)改进后的谐波参数估计(下划线部分)同未改进前的估计相比, 对间谐波的参数估计精度有一定程度地提高, 特别是频率和相位的估计有所提高。

加矩形窗和 Rife-Vincent(III)窗后, 由 FFT 算法得到的频谱如图 1 和图 2 所示。从图中不难看出, 矩形窗造成了频谱泄漏, 而 Rife-Vincent(III)窗将多频率信号中的各频率信号完全分开, 信号之间相互泄漏很小, 因而利用插值 FFT 算法可以提高参数估计的精度。当然, 该插值算法仍有很多地方有待进

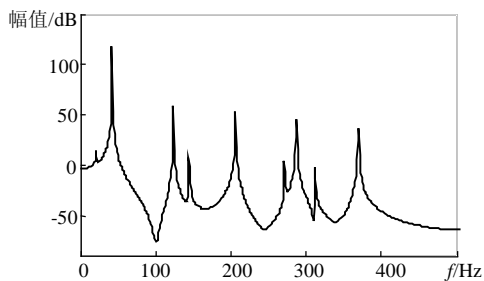


图 1 加矩形窗后的频谱

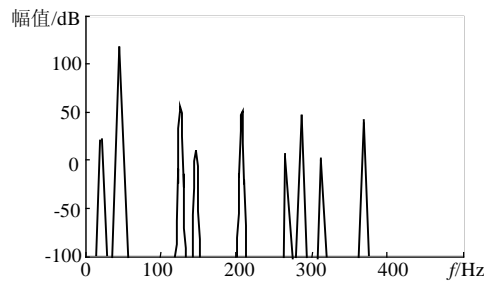


图 2 加 Rife-Vincent(III)窗后的频谱  
Fig. 2 Spectrum tapered with R-V(III) window

表 3 频率估计结果  
Tab. 3 Results of frequencies estimation

波型	设定值 频率/Hz	普通FFT算法		R-V(III)窗法	
		估计值/Hz	偏差/%	估计值/Hz	偏差/%
间谐波	25.0	24.12	-3.516	25.00	0.0105
间谐波	<u>25.0</u>	24.12	-3.516	<u>25.00</u>	<u>0.0013</u>
基波	50.0	51.95	3.906	50.00	0.0013
谐波	150.0	152.20	1.432	150.00	0.0009
间谐波	175.0	176.30	0.725	175.00	-0.0007
谐波	250.0	252.30	0.938	250.00	0.0006
间谐波	330.0	332.10	0.645	330.00	0.0020
谐波	350.0	352.50	0.725	350.00	0.0003
间谐波	380.0	382.20	0.586	380.00	0.0001
谐波	450.0	452.70	0.608	450.00	0.0000

表 4 幅值估计结果  
Tab. 4 Results of amplitudes estimation

波型	设定值/V	普通FFT算法		R-V(III)窗法	
		估计值/V	偏差/%	估计值/V	偏差/%
间谐波	2.28	2.159	-5.327	2.279	-0.050
间谐波	<u>2.28</u>	2.159	-5.327	<u>2.278</u>	<u>-0.089</u>
基波	380.00	377.800	-0.588	379.990	-0.002
谐波	19.00	18.320	-3.566	18.997	-0.015
间谐波	1.90	1.515	-20.260	1.899	-0.039
谐波	15.20	13.490	-11.200	15.195	-0.032
间谐波	1.52	1.182	-22.230	1.521	0.056
谐波	11.40	9.054	-20.580	11.395	-0.047
间谐波	1.14	1.132	-0.711	1.140	-0.028
谐波	7.60	5.160	-32.10	7.596	-0.054

表 5 相位估计结果  
Tab. 5 Results of phases estimation

波型	设定值/(°)	普通FFT算法		R-V(III)窗法	
		估计值/(°)	偏差/%	估计值/(°)	偏差/%
间谐波	20.00	168.40	742.20	19.731	-1.347
间谐波	<u>20.00</u>	168.40	742.20	<u>19.956</u>	<u>-0.222</u>
基波	10.00	0.52	-94.85	10.105	1.055
谐波	25.00	356.40	1326.00	25.021	0.084
间谐波	30.00	77.36	157.90	30.199	0.664
谐波	100.00	52.17	-47.83	99.996	-0.004
间谐波	120.00	91.76	-23.54	119.530	-0.388
谐波	150.00	83.21	-44.53	150.030	0.017
间谐波	180.00	133.40	-25.89	180.080	0.043
谐波	210.00	124.10	-40.90	210.070	0.035

一步改进。如：Rife-Vincent(III)窗并未严格满足线性相位要求，由此造成相位的误差相对于频率和幅值来说较大，但理应能通过对窗系数进行修正来满足线性相位，从而进一步提高相位精度。还可以考虑选用5项窗(旁瓣衰减约为-130dB)来抑制泄漏。

## 5 结语

将本文提出的基于 4 项系数余弦窗的插值 FFT 算法应用于谐波分析，有效地提高了估计精度，从而有利于电力系统中谐波参数的准确获得。本算法的不足是窗的宽度一般要达二十几个信号周期，对参数估计的实时性不够理想。对于如何提高参数的实时估计还有待进一步的研究。

## 参考文献

- [1] Chu R F, Burns J J. Impact of cycloconverter harmonics[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1989, 25(3): 427-435.
- [2] Rifai M R, Ortmeier T H, McQuillan W J. Evaluation of current interharmonics from AC drives[J]. IEEE Transaction on Power Delivery, 2000, 15(3): 1094-1098.
- [3] 林海雪. 电力系统中的间谐波问题[J]. 供用电, 2001, 18(3): 6-9. Lin Haixue. Interharmonic in electrical power system[J]. Power Supply and Utilization, 2001, 18(3): 6-9.
- [4] Gunther E W. Interharmonics in power systems[C]. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver, BC Canada, 2001, 2: 813-817.
- [5] IEC 61000-2-1: 1990, Electromagnetic compatibility, Part 2: environment, Sect. 1: description of the environment - electromagnetic environment for low-frequency conducted disturbances and signaling in public power supply systems[S]. First Edition, 1990.
- [6] IEC 61000-3-6, Assessment of emission limits for distorting loads in MV and HV power system-Basic EMC publication[S], 1996.
- [7] MITRA S K. Digital signal processing-a computer-based approach [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.
- [8] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析得高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66. Zhang Fusheng, Geng Zhongxing, Ge Yaozhong. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3): 63-66.
- [9] 赵文春, 马伟明, 胡安. 电机测试中谐波分析得高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(12): 83-87. Zhao Wenchun, Ma Weiming, Hu An. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in the electric machine [J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(12): 83-87.
- [10] 庞浩, 李东霞, 祖云霄, 等. 应用FFT进行电力系统谐波分析得改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54. Pang Hao, Li Dongxia, Zu Yunxiao et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.
- [11] Jain V K, Collins W L, Davis D C. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT[J]. IEEE Trans on Instrum Meas., 1979, 28(2): 113-122.
- [12] Grandke T T. Interpolation algorithms for discrete fourier transform of weighed signals[J]. IEEE Trans on Instrum Meas., 1983, 32(2): 350-355.
- [13] Harris F J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform[J]. Proc IEEE, 1978, 66(1): 51-83.
- [14] Rife D C, Vincent G A. Use of the discrete fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones[J]. The bell System Technical Journal, 1970(1): 197-228.
- [15] 祁才君, 陈隆道, 王小海. 应用插值FFT算法精确估计电网谐波参数[J]. 浙江大学学报(工学版), 2003, 37(1): 112-116. Qi CaiJun, Chen Longdao, Wang Xiaohai. High-accuracy estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm [J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2003, 37(1): 112-116.
- [16] 祁才君, 王小海. 基于插值FFT算法的间谐波参数估计[J]. 电工技术学报, 2003, 18(1): 92-95. Qi CaiJun, Wang Xiaohai. Interharmonics estimation based on interpolation FFT algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2003, 18(1): 92-95.

## 附录

公式(20)的推导:

由式(11)得

$$X_H(e^{jw}) = A_m W_H(w - w_m) e^{j(j_m - (N-1)(w - w_m)/2)} \quad (a1)$$

当  $w = k_m 2\pi/N$  时,  $w_m = (k_m + d_m)2\pi/N$ , 将此代入式(a1), 左右两边取相角, 可得

$$\text{angle}(X_H(e^{jw})|_{w=k_m \frac{2\pi}{N}}) = j_m + d_m \pi(N-1)/N$$

调整后即为式(20)。

收稿日期: 2005-05-21。

作者简介:

钱 昊(1981-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电机及其控制、电机及其保护;

赵荣祥(1962-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力电子技术和电力传动。