

# 多尺度 Hilbert 谱熵在故障诊断中的应用\*

苗刚 马孝江 任全民

**【摘要】** 基于局域波分析的时频多分辨特性,提出了多尺度 Hilbert 谱熵的概念,并给出了多尺度 Hilbert 谱熵的计算方法。将其应用到往复式压缩机的故障诊断中,比较了时频熵与多尺度 Hilbert 熵在实际应用中的效果,证实了多尺度 Hilbert 谱熵能更准确地反映机组的状态。

**关键词:** 故障诊断 Hilbert 谱 信息熵 多尺度 Hilbert 谱熵

**中图分类号:** TP206<sup>+</sup>.3 **文献标识码:** A

## Application of Multi-scale Hilbert Spectrum Entropy in Reciprocating Compressor Fault Diagnosis

Miao Gang Ma Xiaojiang Ren Quanmin

(Dalian University of Technology)

### Abstract

The conception of multi-scale Hilbert spectrum entropy (MSHSE) was proposed based on the multi scale analysis character of the local wave method (LWM) and its calculation method was developed. MSHSE was applied to the fault diagnosis of reciprocating compressor valves. By comparing with time-frequency entropy, MSHSE is proved to be more accurate in revealing the machine status.

**Key words** Fault diagnosis, Hilbert spectrum, Information entropy, Multi-scale Hilbert spectrum entropy

### 引言

局域波法是一种分析非平稳、非线性时频的方法<sup>[1]</sup>。首先将信号分解成若干个基本模式分量,然后对每一个基本模式分量进行 Hilbert 变换可以得到 Hilbert 时频谱,简称为 Hilbert 谱。因为具有较好的时频聚集性和多分辨特性,Hilbert 谱已被广泛应用到设备的状态检测和故障诊断中<sup>[2~4]</sup>。

通过 Hilbert 谱,正常状态与异常状态的信号在时频平面上的差异可以清晰表现出来。但是,如何定量描述不同状态下信号的 Hilbert 谱,还是一个有待深入研究的问题。

将信息熵的概念引入到时频分析中,以时频熵作为信号时频分布的度量是一种有效的方法<sup>[5~7]</sup>。

在深入研究 Hilbert 谱的时频多分辨特性的基础上,提出多尺度 Hilbert 谱熵的概念,并将其应用于往复式压缩机的故障诊断中。

## 1 Hilbert 谱及其时频多分辨率特性

### 1.1 Hilbert 谱

通过局域波分解,原信号  $S(t)$  可以表示成

$$S(t) = \sum_{i=1}^n C_i(t) + R_n(t) \quad (1)$$

$S(t)$  被分解为  $n$  个局域波分量  $C_i(t)$  和 1 个趋势项  $R_n(t)$ 。通过 Hilbert 变换将分量信号  $C_i(t)$  变成解析信号

$$Z_{C_i}(t) = X_{C_i}(t) + jY_{C_i}(t) = a_{C_i}(t)e^{j\omega_{C_i}(t)t} \quad (2)$$

收稿日期: 2005-11-24

\* 国家自然科学基金资助项目(项目编号:50475155)

苗刚 大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室 博士生, 116023 大连市

马孝江 大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室 教授 博士生导师

任全民 大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室 博士生

其中  $a_{C_i}(t) = [X_{C_i}^2(t) + Y_{C_i}^2(t)]^{\frac{1}{2}}$  (3)

$$\omega_{C_i}(t) = \arctan \frac{Y_{C_i}(t)}{X_{C_i}(t)} \quad (4)$$

式中  $X_{C_i}(t)$ 、 $Y_{C_i}(t)$  为解析信号  $Z_{C_i}(t)$  的实部和虚部,分量信号  $C_i(t)$  可表示为

$$C_i(t) = \text{Re} \left( a_{C_i}(t) \exp \left( j \int \omega_{C_i}(t) dt \right) \right) \quad (5)$$

则  $S(t)$  可表示为

$$S(t) = \text{Re} \left( \sum_{i=1}^n a_{C_i}(t) \exp \left( j \int \omega_{C_i}(t) dt \right) \right) \quad (6)$$

把信号幅度在三维空间中表示成时间和频率的函数  $H(\omega, t)$ , 称之为信号的 Hilbert 谱。

$$H(\omega, t) = \text{Re} \left( \sum_{i=1}^n b a_{C_i}(t) \exp \left( j \int \omega_{C_i}(t) dt \right) \right) \quad (7)$$

式中  $b$ ——分量系数

当  $\omega_{C_i}(t) = \omega$  时, 变量  $b = 1$ , 否则  $b = 0$ 。

## 1.2 Hilbert 谱的时频多分辨率特性

假设信号采样时间为  $T(s)$ , 数据长度为  $k(\text{点})$ , 采样频率为  $f_s(\text{Hz})$ , 显然  $k = f_s T$ 。若采样频率为分析频率的 2.56 倍, 那么从这段数据中可得到的最高分析频率是  $\frac{f_s}{2.56}$ ; 最低频率为  $\frac{1}{T}$ , 这也是这段数据频率分辨率的极限。因此时频图的最多频率单元数量应为

$$L = \frac{\frac{f_s}{2.56}}{\frac{1}{T}} = \frac{f_s T}{2.56} = \frac{k}{2.56} \quad (8)$$

对原信号而言, 它所对应的最高频率应该是所有分量瞬时频率中的最大值。由于在采样时进行截断, 成为带限信号, 在不考虑计算误差的情况下, 最高频率应该是信号的分析频率。因此时频图的频率间隔为

$$\Delta f = \frac{\frac{f_s}{2.56}}{L} = \frac{\frac{f_s}{2.56}}{\frac{k}{2.56}} = \frac{f_s}{k} = \frac{1}{T} \quad (9)$$

由于局域波分解中分量的数据点数并不随分解的进行而减少, 因此分量的时间分辨率不变, 时频谱图的时间分辨率就是  $\Delta t$ 。频率分辨率  $\Delta f$  是由数据长度决定的, 在采样频率一定的情况下, 增加采样时间, 可以提高频率分辨率。

对每一个分量而言, 它的瞬时频率的最大值为  $C_{i\max}$ , 此时分量时频图的频率间隔为

$$\Delta f = \frac{C_{i\max}}{L} = \frac{2.56 C_{i\max}}{k} \quad (10)$$

每一个分量的  $C_{i\max}$  是确定的, 因此频率分辨率  $\Delta f$  由采样点数决定。在采样完成后, 点数就是确定的,

由于不同分量的最大瞬时频率是不同的, 因此不同分量的时频图的频率分辨率是不同的, 同时时间分辨率保持不变, 这一多分辨分析特征是非常重要的和有意义的<sup>[8]</sup>。

## 2 多尺度 Hilbert 谱熵

### 2.1 熵的含义

信息是事物运动状态或存在方式不确定性的描述。某一事物状态不确定性的程度, 与该事物可能出现的状态数目以及各状态出现的概率有关<sup>[9]</sup>。信息  $a_i$  的不确定性与  $a_i$  的先验概率成反比, 即对  $a_i$  的不确定性可表示为先验概率  $P(a_i)$  的倒数的某一函数。取该函数为对数函数, 并把这样定义的不确定性称为该信息的自信息

$$I(a_i) = \lg \frac{1}{P(a_i)} \quad (11)$$

自信息的数学期望为信源的平均自信息量, 即信息熵

$$H(X) = E \left( \lg \frac{1}{P(a_i)} \right) = - \sum_{i=1}^q P(a_i) \lg P(a_i) \quad (12)$$

式中  $E$ ——均值  $q$ ——信源状态的总和

借用信息熵的思想, 文献[7]中将时频熵定义为: 将时频平面等分为  $N$  个面积相等的时频块, 每块能量为  $W_i (i=1, 2, \dots, N)$ , 整个时频平面的能量为  $A$ 。对每块能量进行归一化, 得到  $q_i = \frac{W_i}{A}$ , 其中  $\sum_{i=1}^N q_i = 1$ 。可以得到时频熵, 其计算式为

$$S(q) = - \sum_{i=1}^N q_i \ln q_i \quad (13)$$

### 2.2 多尺度 Hilbert 熵

时频熵给不同状态下信号的时频分布提供了一个量的度量。通过计算不同信号的时频熵, 可以判断出信号所代表的机组状态。但是, 时频熵是将时频平面按等面积的矩形进行划分, 这样会造成在能量集中的区域, 可能由于网格划分得过大, 不能细致地反映该区域能量分布的差别; 在能量分布比较稀疏的区域, 时频平面划分得过细又没有实际意义。Hilbert 谱的时频多分辨特性为合理地划分时频平面提供了理论依据。

由局域波分析的时频多分辨特性可知, 构成 Hilbert 谱的各个分量具有不同的频率分辨率, 因此可以用不同网格来划分时频平面。在时频分辨率高的区域内, 将时频平面划分得细致一些, 在时频分辨率低的区域, 单位区间的面积相应地增大。

由信息熵的定义可知, 信源的不确定度与信源的先验概率成反比。对于归一化之后的单元能量, 应

该计算其所在能量段的概率,然后以此来计算谱熵。基于以上分析,提出一种新的反映信号时频分布的测度——多尺度 Hilbert 谱熵。

将 Hilbert 谱按频率轴划分为  $N$  个面积不等的频段,在每个频段中,划分  $m_i (i=1, 2, \dots, N)$  个等面积的时频单元。对于第  $k$  个频段,时频单元的数量记为  $m_k$ ,每个单元的能量表示为  $W_{k,i} (i=1, 2, \dots, m_k)$ ,如图 1 所示。

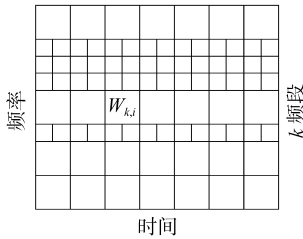


图 1 多尺度 Hilbert 谱熵时频平面的划分示意图

Fig. 1 Fraction of time-frequency plane by MSHSE

$k$  频段内的总体能量记为  $A_k$ ,对每一个时频单元的能量进行归一化,得到  $q_{k,i} = \frac{W_{k,i}}{A_k}$ 。计算  $q_{k,i}$  能量

段的分布,记为  $p_{k,i}$ ,  $\sum_{i=1}^{m_k} p_{k,i} = 1$ ,则第  $k$  频段内的 Hilbert 谱熵为

$$S(p_k) = - \sum_{i=1}^{m_k} p_{k,i} \ln p_{k,i} \quad (14)$$

整体多尺度时频熵定义为

$$M = - \sum_{j=1}^N \alpha_j S(p_k) \quad (15)$$

$\alpha_j (0 < \alpha_j < 1)$  为不同频段 Hilbert 谱熵的权重,  $\alpha_j$  取值越大,表示对该频段的关注程度越大,具体数值可根据具体情况自行选取。

### 3 应用

将此方法应用到高压聚乙烯装置的往复式压缩机排气阀表面振动信号的分析中。该机组的主要参数如表 1 所示。

测试气阀为环状阀。采样频率 25.6 kHz,采样时段 640 ms,采用加速度传感器。测点布置在气阀阀盖上,垂直气阀开启方向。

表 1 测试机组主要参数

Tab. 1 Main parameter of the machine

项目	参数
结构类型	活塞式双作用
制造厂家	住友株式会社
电动机转速 $n/r \cdot \text{min}^{-1}$	429
电动机功率 $P/\text{kW}$	1 300
工作压力 $p/\text{MPa}$	15

选取该测点的 16 组数据,每组数据之间的测试时间间隔为 30 d。分别截取每一组振动信号的气阀开启振动最大的时段,进行局域波分解,经过 Hilbert 变换之后,得到 Hilbert 谱,如图 2 所示。

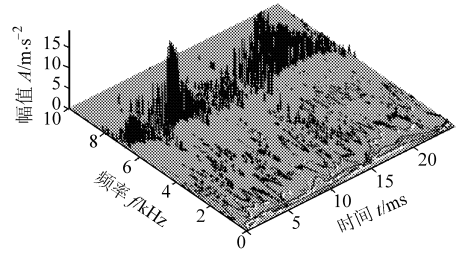


图 2 气阀开启时段的 Hilbert 谱

Fig. 2 Hilbert spectrum of the valve when opening

观察每一组信号在开启时段的 Hilbert 谱,发现其能量基本集中在 7~10 kHz 频段。因此,将 7~10 kHz 频段划分为  $10 \times 10$  个单元,其他频段划分为  $2 \times 2$  个单元,按照文中的方法计算每一组数据多尺度 Hilbert 熵。同时,按照时频熵的定义计算每一组数据的时频熵。时频熵和多尺度 Hilbert 谱熵归一化的结果如图 3 所示。

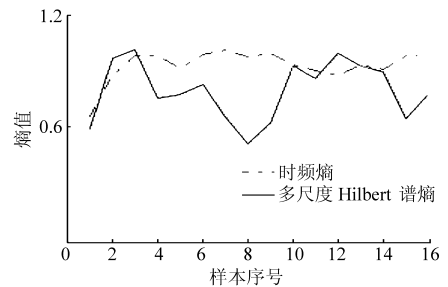


图 3 时频熵与多尺度 Hilbert 谱熵

Fig. 3 Curves of time-frequency entropy and MSHSE

现场的维修记录显示,在样本 2 和样本 11 所在的时间对机组进行了检修,对气阀解体检查发现阀片出现了碎裂的现象。从图中可以看到,多尺度 Hilbert 谱熵曲线的第 1 个极大值出现在样本 2、3 对应的时间;第 2 个极大值出现在样本 11 对应的时间前后,对应于故障比较突出的时段,因此,Hilbert 谱熵的曲线正确地反映了气阀的工作状态。但是观察时频熵曲线发现,整条曲线比较平坦,没有大的波动,很难从中得到气阀工作状态发生变化的信息。这说明,多尺度 Hilbert 谱熵作为特征量来衡量气阀的工作状态是可行的,其效果要优于时频熵。

### 4 结束语

多尺度 Hilbert 谱熵能有效地识别往复式压缩机气阀的工作状态,相对于时频熵能更准确地反映气阀工作状态的变化,对往复式压缩机其他部件的故障诊断有很好的参考价值。(下转第 167 页)

表2 表面粗糙度的模拟和试验结果

Tab. 2 Surface roughness from simulation and experiments

$k$	$X_1/\mu\text{s}$	$X_2/\text{档}$	$X_3/\text{V}$	$X_4/\text{只}$	$R_a/\mu\text{m}$	$R_{a0}/\mu\text{m}$	$\epsilon/\mu\text{m}$	$\Delta/\%$
1	4	1	90	2	5.12	5.32	0.20	3.78
2	4	2	110	4	7.65	7.86	0.21	2.67
3	15	3	110	2	2.55	2.51	-0.04	-1.59
4	15	4	90	4	3.12	3.21	0.09	2.80
5	25	1	90	4	6.43	6.43	0	0
6	25	2	110	6	9.10	9.34	0.24	2.57
7	35	4	90	6	4.64	4.65	0.01	0.21
8	35	2	90	2	3.50	3.38	-0.12	-3.55

表3 收敛性对比

Tab. 3 Convergence comparison

算法类型	迭代次数	收敛性
传统 BP	6 000	否
改进 BP	3 021	是
ENN	1 568	是

一起,形成了 ENN 算法,建立了陶瓷材料电加工表面粗糙度随工艺参数变化的预测模型。

(2)试验结果表明,该 ENN 算法不仅可以加快学习速度,而且有效地避免 BP 算法容易陷入局部极小值和受网络结构限制等问题,将该算法应用于陶瓷材料电加工试验取得了比较满意的结果。

## 4 结论

(1)将遗传算法与 BP 神经网络有机的结合在

### 参 考 文 献

- 张长瑞,郝元恺. 陶瓷基复合材料[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2001.
- Zhang K, Butler C, Yang Q, et al. A fiber optic sensor for the measurement of surface roughness and displacement using artificial neural networks[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1997, 46(4): 899~902.
- 安艳秋,陈举华,张洪才. 基于进化神经网络的齿轮可靠性预测[J]. 山东大学学报:工学版,2002,32(3):227~231.
- 阎平凡,张长水. 人工神经网络与模拟进化计算[M]. 北京:清华大学出版社,2000.
- 李建珍. 基于遗传算法的人工神经网络学习算法[J]. 西北师范大学学报:自然科学版,2002,38(2):33~37.
- Peace G S. Taguchi methods: a hands-on approach[M]. New York: Addison-Wesley, 1993.

(上接第 178 页)

### 参 考 文 献

- 马孝江,余泊,张志新,等. 一种新的时频分析方法—局域波法[J]. 振动工程学报,2000,13(S):219~224.
- 陈忠,郑时雄. 基于经验模式分解(EMD)的齿轮箱齿轮故障诊断技术研究[J]. 振动工程学报,2003,16(2):229~232.
- 王珍,马孝江. 局域波时频法在柴油机缸套活塞磨损诊断中的应用研究[J]. 内燃机学报,2002,20(2):157~160.
- 李宏坤,马孝江. 局域波法在船舶柴油机燃油系统故障诊断的应用[J]. 大连理工大学学报,2003,43(2):168~171.
- 李宏坤. 基于信息融合技术船舶柴油机故障诊断方法的研究与应用[D]. 大连:大连理工大学,2003.
- 申■,黄树红,韩守木,等. 旋转机械振动信号的信息熵特征[J]. 机械工程学报,2001,37(6):94~98.
- 林京,屈梁生. 信号时频熵及其在齿轮裂纹识别中的应用[J]. 机械传动,1998,22(2):37~39.
- 邹岩昆. 局域波分析的理论方法研究及应用[D]. 大连:大连理工大学,2005.
- 傅祖芸. 信息论[M]. 北京:电子工业出版社,2001.