

机械产品选配问题的二分图非形式化描述^{*}

刘明周 陈诚和 葛茂根 张铭鑫 扈静

【摘要】 在机械产品选配中,为了表达装配模型应考虑的关键因素、装配体间的配合关系以及便于个性化更改,建立基于二分图的机械产品选配非形式化描述模型,提出了d型匹配需要满足的约束条件。利用0-1矩阵将非形式化描述转化成一个便于用算法实现的形式化模型。在此基础上,提出了基于遗传算法的形式化模型求解方法。通过一个机械产品选配实例对其进行了验证。

关键词: 机械产品选配 非形式化描述模型 二分图 遗传算法

中图分类号: TH166 **文献标识码:** A

Bipartite Graph's Non-formalization for Selective Assembly of Mechanical Products

Liu Mingzhou Chen Chenghe Ge Maogen Zhang Mingxin Hu Jing
(Hefei University of Technology)

Abstract

A non-formalization description model based on the bipartite graph was established to express the key factors and the matching relationship between the parts. The model could also make individual changes easily. According to proportion of the parts' quantity, the selective assembly could be divided into two kinds of matching problem, which were 1-matching and d-matching. The restrictions for d-matching were defined. Making use of a 0-1 matrix, the non-formalization description was transformed to a formalization model which was easy to be calculated by the algorithm. On this base, a genetic algorithm was put forward for the model, and a case of selective assembly was applied to prove the model.

Key words Selective assembly of mechanical products, Non-formalization model, Bipartite graph, Genetic algorithm

引言

关于机械产品选配问题国内外已有不少研究^[1~4],这些研究主要集中在利用某种算法或策略来进行选配问题的求解,然而实际选配过程中,对装配结构中复杂关系和约束的描述是寻求最佳选配方案的基础。通过非形式化描述可以有效地表达面向

选配的装配结构应考虑的关键因素以及装配体间的配合关系,便于个性化更改。利用一定的转化机制,对非形式化描述方法中直观表达的各种定性、定量约束以及各约束之间关系进行形式化定义,可以建立便于算法实现的形式化模型。

利用二分图建立机械产品选配问题的非形式化描述,通过0-1矩阵转化为形式化描述,构建了以

收稿日期:2006-08-21

^{*} 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(项目编号:200213B2)

刘明周 合肥工业大学机械与汽车工程学院 教授 博士生导师,230009 合肥市

陈诚和 合肥工业大学机械与汽车工程学院 硕士生

葛茂根 合肥工业大学机械与汽车工程学院 助教

张铭鑫 合肥工业大学机械与汽车工程学院 助教

扈静 合肥工业大学机械与汽车工程学院 讲师

匹配率最大为目标的选配数学模型。鉴于遗传算法对解决组合优化问题的有效性^[5],提出利用遗传算法对机械产品选配问题进行求解,并用一个机械产品选配实例进行验证。

1 基于二分图的机械产品选配问题非形式化描述

根据待装配的两类零件配对时数量的比例,把机械产品选配中的匹配问题分为两类:当一个X型零件与一个Y型零件形成装配对时,如发动机上活塞和缸筒装配,称为1型匹配;当一个X型零件与 d 个Y型零件形成装配对时,如球轴承装配,由一个保持架和 d 个滚子组成,称为 d 型匹配。对于1型匹配可由直接线性多项式算法求解, d 型匹配属于NP-*Hard*组合优化问题^[2]。这里对 d 型匹配问题进行讨论。

对于机械产品选配问题的描述常用二分图来实现。在一定批量的零件间进行选配,使装配系统产出最大化,寻找选配最大产出的过程就是求解二分图最大匹配的过程。这里,应用二分图来对机械产品选配问题进行非形式化描述。

令 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m\}$ 和 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n\}$ 分别是 m 个元素和 n 个元素的有限集,并且 $X \cap Y = \emptyset$,令 Δ 是元素对 $e = \{x_i, y_j\}$ 的集合,把满足这些条件的三元组 $G = \{X, \Delta, Y\}$ 称作二分图^[6]。结合机械产品选配问题, $e = \{x_i, y_j\}$ 表示 x_i 和 y_j 可以进行装配,并且满足配合公差等约束。边集 Δ 的元素数目从一定程度上反映了一个装配方案的装配对数目。图1表示了基于二分图的机械产品选配问题非形式化描述。

在非形式化描述的基础上,进一步对 d 型匹配作如下规定: d 型匹配为一个边的集合 M ,其中 M 是二分图 $G = (X, \Delta, Y)$ 边集合的子集, $M \subseteq \Delta$,且满足:每个Y节点最多只能和 M 集中的一条边相连,而每个X节点可以与 M 集中的 $0 \sim d$ 条边相连。图2是一个 $d=2$ 的 d 型匹配。

在非形式化描述中,每个选配方案都对应着一个 d 型匹配。而寻找的最优方案是二分图中的最大 d 型匹配。基于二分图对机械产品选配问题进行非形式化描述既直观而又实用。利用一定的转化机制,能在非形式化描述基础上完成对机械产品选配问题的形式化描述,建立数学模型。

2 基于二分图非形式化描述的机械产品选配数学模型

基于二分图的非形式化描述模型的数学表达形

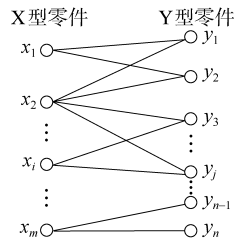


图1 基于二分图的选配问题非形式化描述
Fig.1 Non-formalization description based on the bipartite graph

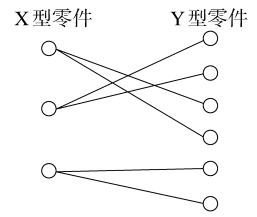


图2 $d=2$ 时的 d 型匹配
Fig.2 d -matching $d=2$

式可以是矩阵,引入一个 $m \times n$ 阶的0-1矩阵

$$B = [b_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

其中

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{第 } i \text{ 个 X 型零件和第 } j \text{ 个 Y 型零件装配满足装配要求}) \\ 0 & (\text{第 } i \text{ 个 X 型零件和第 } j \text{ 个 Y 型零件装配不满足装配要求}) \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$$

由于 d 型匹配问题中两种零件符合 $1:d$ 的比例关系,因此满足约束条件

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} = d \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m b_{ij} = 1 \quad (2)$$

其中式(1)表示每行有 d 个1元素,即一个X型零件与 d 个Y型零件配合;式(2)表示每列最多有一个1元素,即一个Y型零件最多只能用一次。由此可以建立满足上述约束,以求1元素最多的子矩阵为目标的数学模型。但是此模型不便于算法实现,因此作如下的假设和转换。

设有 m 个X型零件和 n 个Y型零件进行装配。在装配过程中,由于装配系统缓冲区待选零件的数量和尺寸的变化主要由新到达零件的批量和前一批次装配后剩余的零部件组成,待装零件在总数上不能保证完全满足 $1:d$ 的比例关系。显然以X型零件为标准最多能完成的装配对数目为 m ,以Y型零件为标准最多能完成的装配对数目为 $t = n/d$,实际能形成的装配对最大数量 $N = \min\{m, t\}$ 。 m 和 t 的大小关系会影响遗传算法的编码。

假设某个装配方案得到的装配对的数量为 N_A 。 N_A 和 N 的比值表示了零部件参与匹配的程度,称为匹配率 $f^{[4]}$,即

$$f = \frac{N_A}{N} \times 100\%$$

假设有第 i 个 X 型零件 x_i , 与 x_i 零件形成装配对的 d 个 Y 型零件分别为 $\{y_{1i}, y_{2i}, \dots, y_{ki}, \dots, y_{di}\}$, $y_{ki} (k=1, 2, \dots, d)$ 表示与 x_i 配合的第 k 个 Y 型零件。

由此提出以匹配率最大化为目标, 基于二分图非形式化描述的机械产品选配问题数学模型为

$$\begin{cases} \max f = \frac{N_A}{N} \times 100\% \\ \text{s. t. } (D_i - d_{ki}) \in [\sigma^-, \sigma^+] \\ (i=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, d) \end{cases} \quad (3)$$

式中 A ——某一个装配方案

D_i ——X 型零件 x_i 的尺寸大小

d_{ki} ——Y 型零件 y_{ki} 的尺寸大小

σ^+ ——X 型零件和 Y 型零件配合公差上限

σ^- ——X 型零件和 Y 型零件配合公差下限

3 机械产品选配数学模型的遗传算法

3.1 编码、解码及问题初始化

针对机械产品选配问题, 将待装配的所有零件按一定的顺序组成个体, 对所有待选零件用自然数进行编号, 每个零件的代号为一个基因值, 则遗传个体是由待装配的所有零件代号组成。

当 $m < t$ 时, 每个装配方案最多能包含待装配 X 型零件和 Y 型零件的数量分别为 m 和 md , 其遗传个体的编码串长度 $l = (1+d)m$; 同理当 $m > t$ 时, 遗传个体的编码串长度 $l = (1+d)t$ 。对于这两种情形除了编码串长度不同, 其余遗传运算基本一致。对 $m < t$ 的情况加以讨论, 编码为

$$S = \{\text{代号 } 1, \dots, \text{代号 } m, \text{代号 } m+1, \dots, \text{代号 } l\}$$

编码中前面 m 个代号表示待配的 m 个 X 型零件, 后面 md 个代号表示待选的 md 个 Y 型零件。后 md 个代码分成长度为 d 的 m 个基因片段, 依次分别表示和 m 个 X 型零件配合的 Y 型零件。其中, $(i-1)d + j (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, d)$ 表示与基因编码中的第 i 个 X 型零件匹配的第 j 个 Y 型零件。

在机械产品的选配过程中, 由于一个零件最多只能被使用一次, 同一装配方案的不同零件组合中不能选用同一个零件, 而传统的符号编码方法所对应的交叉运算和变异运算, 实现起来会使选配中同一个零件重复使用, 而得到无实际意义的选配方案。为了克服上述缺点, 采用 Grefenstette 等在求解旅行商问题时提出的一种巡回路线编码方法^[8]。

把 X 型和 Y 型待装零件全部编号, 分别记录在列表 $L_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_m\}$, $L_2 = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \dots, Y_{md}\}$ 中。从列表中随机选取一个零件, 就从

列表中把该零件去除, 用其在所有未选取零件列表中的下标号来表示被选取零件的基因值。把剩余的零部件重新按照原来的顺序编号, 再从中选取下一个零件, 依次直到取完 2 个列表中的所有零部件。将所有的下标号排列在一起得到一个新的列表, 表示一个选配方案。

具体编码示例: 设 X 型零件与 Y 型零件进行配合, 设 $d=2$, X 型零件与 Y 型零件数量分别是 4 和 8, 则 $L_1 = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $L_2 = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_8\}$ 。若随机产生 2 个个体 S_1 和 S_2

$$S_1 = \{2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 3\ 6\ 4\ 1\ 2\ 2\ 1\}$$

$$S_2 = \{1\ 2\ 1\ 1\ 4\ 7\ 1\ 3\ 4\ 3\ 1\ 1\}$$

按上述的编码方法, 这 2 个个体经解码后得到的选配方案为

$$S_1 = \{X_2\ X_4\ X_1\ X_3\ Y_4\ Y_3\ Y_8\ Y_6\ Y_1\ Y_5\ Y_7\ Y_2\}$$

$$S_2 = \{X_1\ X_3\ X_2\ X_4\ Y_4\ Y_8\ Y_1\ Y_5\ Y_7\ Y_6\ Y_2\ Y_3\}$$

针对选配问题, 遗传个体种群规模具体值根据实际问题的规模通过试验获得。

3.2 确定适应度函数和选择运算方式

目标函数非负, 符合适应度函数要求。因此, 选用目标函数作适应度函数 $f_h = f(A)$ 。

选择运算采用最优保全策略和比例选择方法。设种群大小为 M , 其中个体 S_i 的适应度值为 f_i , 则该个体 S_i 被选中的概率 P_i 为

$$P_i = f_i / \sum_{k=1}^M f_k$$

选择运算时生成一个 $[0, 1)$ 范围内的随机数 p_r , 如果 $\sum_{z=1}^i P_z \leq p_r < \sum_{z=1}^{i+1} P_z$, 则个体 S_i 被选中。随后, 再对所有选中个体按一定概率进行交叉和变异运算。

3.3 交叉运算

交叉运算采用双点交叉的方式, 具体过程为:

(1) 分别在两种零件的编码串中依据设定的交叉概率 p_c 随机选择 2 个交叉点, 尽量使 2 种零件都可以进行交换。按此方法对上述的示例选择 2 个交叉点, 即

$$\begin{matrix} S_1 = \{2\ 3\ | 1\ 1\ 1\ 3\ | 6\ 4\ 1\ 2\ 2\ 1\} \\ S_2 = \{1\ 2\ | 1\ 1\ 4\ 7\ | 1\ 3\ 4\ 3\ 1\ 1\} \end{matrix}$$

(2) 交换 2 个个体在所设定的 2 个交叉点之间的部分染色体, 得到子代个体的基因

$$S'_1 = \{2\ 3\ 1\ 1\ 4\ 7\ 6\ 4\ 1\ 2\ 2\ 1\}$$

$$S'_2 = \{1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 3\ 1\ 3\ 4\ 3\ 1\ 1\}$$

3.4 变异运算

为了保证选配时不产生无效的选配方案, 变异运算时基因值的变化作如下规定: 在变异运算过程

中 X 型零件的第 $i(i=1,2,\dots,m)$ 个基因值变异后所对应的基因值只能从 $\{1,2,3,\dots,m-i+1\}$ 中选取一个与原值不同的值; Y 型零件的第 $j(j=1,2,\dots,md)$ 个基因值变异后所对应的基因值只能从 $\{1,2,3,\dots,md-j+1\}$ 中选取一个与原值不同的值。由于使用的是巡回路线编码方法,以此方法进行变异不会出现不合法个体。若对上述交叉后产生的个体 S'_1 进行变异运算,随机产生变异点,具体操作为

变异点 1 变异点 2

$$S'_1 = \{2 \textcircled{3} 1 1 4 7 6 \textcircled{4} 1 2 2 1\}$$

变异点 1、变异点 2 所对应的基因位分别表示个体编码串中的第 2 个 X 型零件和第 4 个 Y 型零件,变异后所对应的基因值只能分别从 $\{1,2,3\}$ 和 $\{1,2,3,4,5\}$ 中选取和原值不相等的值。假设所取的基因值分别为 2 和 5,变异后产生的新个体 S''_1 为

$$S''_1 = \{2 2 1 1 4 7 6 5 1 2 2 1\}$$

3.5 终止准则

终止代数 T 是表示遗传算法运行结束条件的一个参数^[7],应根据实际问题的规模设置 T 值,一般的取值范围是 100~1 000。

4 应用实例

以某离合器生产厂的 DLM9-10 型无滑环湿式多片电磁离合器中的主轴和向心轴承的装配为例。图 3 为其装配示意图^[8]。

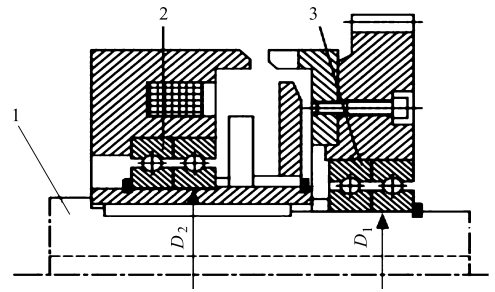


图 3 DLM9-10 型电磁离合器装配示意图

Fig. 3 Schematic diagram of DLM9-10 electromagnetic clutch assembly

1. 主轴 2. 轴承 3、4 3. 轴承 1、2

装配时采用同轴安装,主、从动轴都轴向固定,无窜动,必须保证轴和轴承小过盈配合。轴承 1、2 和主轴配合的基本尺寸为 $D_1=50\text{ mm}$,轴径为 $d'_1=\phi 50^{+0.043}_{+0.027}\text{ mm}$,轴承内径 $D'_1=\phi 50^{+0.025}_0\text{ mm}$;轴承 3、4 和轴套配合基本尺寸为 $D_2=65\text{ mm}$,轴套外径 $d'_2=\phi 65^{+0.053}_{+0.034}\text{ mm}$,轴承内径 $D'_2=\phi 65^{+0.03}_0\text{ mm}$ 。这里把轴和轴套看作 X 型零件 X_1 和 X_2 ,轴承 1、2 为与 X_1 配合的轴承 Y_1 ,轴承 3、4 为与 X_2 配合的轴承 Y_2 ,并且 d 值都为 2。

表 1 和表 2 是从生产现场采集的待装零件实际尺寸数据。由于各待装零件总数比例不均,最多能完成的组件套数为 7。利用遗传算法求解,取种群规模 $M=50$,交叉概率 $p_c=0.3$,变异概率 $p_m=0.001$,终止代数 $T=100$ 。经计算得到最佳选配组合如表 3 所示,可以装配组件 7 套,零件的匹配均满足小过盈配合要求。

表 1 轴承的编号及内径

Tab. 1 Number and inner-diameter of bearing

轴承 1,2	编号	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	
内径 D'_1/mm		50.001	50.000	50.012	50.024	50.016	50.019	50.009	50.010	50.021	50.018	50.013	50.013	50.015	50.021	50.002	
轴承 3,4	编号	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216
内径 D'_2/mm		65.008	65.029	65.021	65.009	65.000	65.019	65.015	65.022	65.024	65.014	65.014	65.023	65.030	65.009	65.011	65.013

表 2 主轴编号及主轴轴径、轴套外径

Tab. 2 Number and diameter of principal axis, and outer-diameter of bushing

编号	主轴轴径 d'_1/mm	轴套外径 d'_2/mm	编号	主轴轴径 d'_1/mm	轴套外径 d'_2/mm
301	50.028	65.043	305	50.033	65.046
302	50.042	65.052	306	50.038	65.038
303	50.035	65.053	307	50.041	65.039
304	50.030	65.048	308	50.032	65.045

表 3 选配结果

Tab. 3 Results of matching

组件编号	主轴	轴承 1	轴承 2	轴承 3	轴承 4
001	301	102	101	215	216
002	304	115	107	203	208
003	308	108	103	210	211
004	305	111	112	207	206
005	303	113	105	202	213
006	306	110	106	205	201
007	307	109	114	204	214

表5 工作空间补偿后的位姿误差

Tab.5 Position-rotation errors after error compensation on the work-spaces

序号	$\Delta x_c/\text{mm}$	$\Delta y_c/\text{mm}$	$\Delta z_c/\text{mm}$	$\Delta \gamma_c/(\text{°})$	$\Delta X_c/\text{mm}$
1	0.010 0	0.008 9	-0.010 7	0.005 9	0.017 1
2	0.009 7	0.009 9	-0.009 9	0.007 1	0.017 0
3	0.008 9	0.010 8	-0.008 6	0.008 4	0.016 4
4	0.007 9	0.012 1	-0.007 2	0.108 0	0.016 1
5	0.006 0	0.013 5	-0.005 3	0.014 0	0.015 7
6	0.006 6	0.010 8	-0.005 4	0.008 4	0.013 7
7	0.006 9	0.009 6	-0.005 2	0.006 4	0.012 9
8	0.006 9	0.008 7	-0.004 8	0.005 4	0.012 1
9	0.006 9	0.007 8	-0.004 4	0.004 6	0.011 3
10	0.007 0	0.007 3	-0.004 2	0.004 0	0.010 9

参 考 文 献

- 1 黄真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997.
- 2 Cui Hongliang, Zhu Zhenqi, Gan Zhongxue, et al. Kinematic analysis and error modeling of TAU parallel robot[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2005, 21(4~5):497~505.
- 3 马履中,郭宗和,杨启志,等. 三平移弱耦合并联机器人机构精度分析[J]. 江苏大学学报:自然科学版,2005,26(3):198~202.
- 4 孟■,车仁生. 并联六坐标测量机的误差模型和误差补偿[J]. 哈尔滨工业大学学报,2004,36(3):317~320.
- 5 吕崇耀,熊有伦. Stewart 并行机构位姿误差分析[J]. 华中理工大学学报,1999,27(8):4~6.
- 6 刘文涛,唐德威,王知行. Stewart 平台机构标定的鸡尾酒法[J]. 机械工程学报,2004,40(12):48~52.
- 7 马晓丽,马履中,周兆忠. 新型4自由度并联机构的运动学建模与分析[J]. 农业机械学报,2006,37(3):100~104.

(上接第 136 页)

5 结束语

利用二分图对机械产品选配问题进行非形式化描述,能有效地表达选配中各零部件的配合关系及

5 结论

(1) 根据全微分机构的位置反解模型方法建立了机构的误差模型,该模型具有误差正解和反解2种形式,运用这2种形式可以进行误差分析和误差补偿。

(2) 求解出误差模型的雅各比矩阵和算法,编制了 Matlab 求解误差程序,对机构的结构参数和运动输入参数等原始误差引起的机构动平台位姿误差作了仿真和定量分析。为该并联机器人样机的制造提供了精度设计的依据。

(3) 充分运用误差正解和反解模型,研究了软件误差补偿方法的工作空间和关节空间补偿的2种算法。通过误差补偿算法仿真了机构的误差补偿,实例说明2种误差补偿算法可靠实用。

关键约束。通过0-1矩阵实现了非形式化描述转化为便于求解的形式化模型。提出了以遗传算法来求解该问题的方法,保证了装配体配合精度,实现了匹配率最大的目标,从而剩余零件数最少。

参 考 文 献

- 1 Iwata Satoru, Matsui Tomomi, McCormick S Thomas. A fast bipartite network flow algorithm for selective assembly[J]. Operations Research Letters, 1998, 22(4~5):137~143.
- 2 Coullard C R, Gamble A B, Jones P C. Matching problems in selective assembly operations[J]. Annals of Operations Research, 1998, 76:95~107.
- 3 Kannan S M, Jayabalan V. A new grouping method to minimize surplus parts in selective assembly for complex assemblies[J]. International Journal of Production Research, 2001, 39(9):1 851~1 863.
- 4 邵景文,张振家,马玉林,等. 并行组合模拟退火算法在计算机辅助选配系统中应用[J]. 机械设计,2002(11): 39~41.
- 5 [日]玄光男,程润伟. 遗传算法与工程设计[M]. 北京:科学出版社,2000.
- 6 [美]Brualdi R A. 组合数学[M]. 北京:机械工业出版社,2001.
- 7 陈国良,王照法,庄镇泉,等. 遗传算法及其应用[M]. 北京:北京人民邮电出版社,1996.
- 8 成大先. 机械设计手册:轴及其联接[M]. 单行本. 北京:化学工业出版社,2004.