

# 螺旋锥齿轮啮合热特性分析\*

明兴祖 严宏志 陈书涵

**【摘要】** 在对螺旋锥齿轮啮合方程进行分析的基础上,采用“自底向上”的实体建模方法和八节点六面体等单元,建立其三齿的有限元分析3-D模型,并基于热传导理论,建立了螺旋锥齿轮啮合的本体稳态温度场;由此,对热和结构两个物理场进行耦合,仿真分析了螺旋锥齿轮啮合过程热应力和热变形。结果表明,螺旋锥齿轮副多齿啮合时,其中一个齿的啮合中心处稳态温度较高;最大热应力与热变形不在啮合中心,而是分别在靠近啮合中心的齿根和齿顶部位。

**关键词:** 螺旋锥齿轮 啮合 热特性 有限元分析

**中图分类号:** TH132.41 **文献标识码:** A

## Analysis of Thermal Aspects for Bevel Gear Meshing

Ming Xingzu Yan Hongzhi Chen Shuhan

(Central South University)

### Abstract

Based on the analysis of meshing equations of bevel gears, the method of setting solid model was used by bottom-up and 8-nodes element of hexahedron, and its finite element 3-D model of three gear teeth was established. According to the theory of heat conduction, the bulk static temperature field of the model was obtained. Then by coupling of the two physical fields of thermal and structure, its thermal stress and thermal deformation were simulated and analyzed. The analysis results show these important conclusions as follow. Firstly, while many teeth of bevel gear are meshing, the bulk static temperature of meshing center of one tooth is highest. Secondly, the place of greatest thermal stress does not locate at its meshing center, but its tooth root. Thirdly, the place of the greatest thermal deformation is the tooth top.

**Key words** Bevel gear, Meshing, Thermal aspects, Finite element analysis

## 引言

螺旋锥齿轮轮齿的啮合热特性(温度场、热应力和热变形)是影响齿轮传动质量的重要技术指标。已有的相关研究均以直齿轮、斜齿轮或螺旋锥齿轮的单齿模型为基础<sup>[1~5]</sup>,且在其热和结构的耦合分析方面还未见公开报道。本文基于热传导理论和有限元法,考虑螺旋锥齿轮空间共轭曲面的啮合特点,通过建立螺旋锥齿轮啮合的几何模型和三齿三维有限元分析模型,进行有限元仿真,得出螺旋锥齿轮啮合

时的本体稳态温度场,并进一步对热和结构两个物理场进行耦合,得出其热应力和热变形的分布规律,为螺旋锥齿轮的设计、制造和使用提供依据。

## 1 螺旋锥齿轮的几何模型

### 1.1 螺旋锥齿轮的数学方程

弧齿锥齿轮是准双曲面齿轮的特殊形式。本文以准双曲面齿轮为研究对象,其大轮可采用滚切法加工,大轮齿面是由刀盘在与大轮的相对滚切运动中展成的,设描述大轮切齿过程的坐标系为 $\Sigma_r =$

收稿日期:2006-12-28

\* 国家“973”重点基础研究发展计划资助项目(项目编号:2005CB724104)

明兴祖 中南大学机电工程学院 教授 博士生,410083 长沙市

严宏志 中南大学机电工程学院 教授 博士生导师

陈书涵 中南大学机电工程学院 博士生

$\{O_r, i_r, j_r, k_r\}$ , 描绘加工大轮的刀盘(产形面)的坐标系为  $\Sigma_{cr} = \{O_{cr}, i_{cr}, j_{cr}, k_{cr}\}$ , 则在  $\Sigma_{cr}$  坐标系中, 产形面的几何特征矢量可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{cr}^{(cr)} = (\sin i \sin j, -\sin i \cos j, -\cos i) \\ \mathbf{R}_{cr}^{(cr)} = r_{cr} (-\cos i \sin j, \cos i \cos j, -\sin i) \\ \mathbf{t}_{cr}^{(cr)} = (-\sin \phi \sin j, -\sin \phi \cos j, -\cos \phi) \\ \mathbf{n}_{cr}^{(cr)} = (\cos \phi \sin j, -\cos \phi \cos j, -\sin \phi) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}$ ——和产形面共线的单位矢量  
 $\mathbf{R}_{cr}^{(cr)}$ ——刀尖  $P$  点的径矢  
 $\mathbf{t}_{cr}^{(cr)}$ 、 $\mathbf{n}_{cr}^{(cr)}$ ——产形面在过刀尖  $P$  点母线上的单位切矢和法矢  
 $i, j$ ——加工大轮基本刀倾角和刀倾方向角  
 $r_{cr}$ ——刀盘的刀尖半径  
 $\phi$ ——过刀尖  $P$  点的产形面母线和摇台轴线的夹角

在  $\Sigma_r$  坐标系中, 大轮齿面上任意接触点  $P$  的几何特征矢量表示为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_r^{(r)} = \mathbf{D}_{rr}^{(r)} + \mathbf{A}_{cr}^{(r)} - b_{tr} \mathbf{t}_r^{(r)} \\ \mathbf{n}_r^{(r)} = \mathbf{M}(\Gamma_m)_{jr} \mathbf{M}(q_r)_{kr} \mathbf{M}(\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}, \theta_{cr}) \mathbf{M}(-j)_{kr} \mathbf{M}(i)_{ir} \mathbf{n}_{cr}^{(cr)} \\ \mathbf{t}_r^{(r)} = \mathbf{M}(\Gamma_m)_{jr} \mathbf{M}(q_r)_{kr} \mathbf{M}(\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}, \theta_{cr}) \mathbf{M}(-j)_{kr} \mathbf{M}(i)_{ir} \mathbf{t}_{cr}^{(cr)} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{D}_{rr}^{(r)} = \mathbf{M}(\Gamma_m)_{jr} (X_r \mathbf{p}_r - X_{br} \mathbf{k}_r + E_{mr} \mathbf{j}_r) \\ \mathbf{A}_{cr}^{(r)} = \mathbf{M}(\Gamma_m)_{jr} [\mathbf{S}_r + \mathbf{M}(q_r)_{kr} \mathbf{M}(\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}, \theta_{cr}) \cdot \\ \mathbf{M}(-j)_{kr} \mathbf{M}(i)_{ir} \mathbf{R}_{cr}^{(cr)}] \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{R}_r^{(r)}$ 、 $\mathbf{n}_r^{(r)}$ 、 $\mathbf{t}_r^{(r)}$ ——大轮齿面上任意接触点  $P$  的径矢、法矢和切矢

$\mathbf{D}_{rr}^{(r)}$ 、 $\mathbf{A}_{cr}^{(r)}$ ——计算矢量

$b_{tr}$ ——从刀尖沿  $\mathbf{t}_r$  的反向到瞬时接触点的距离

$\mathbf{M}(\Gamma_m)_{jr}$ ——绕单位向量  $\mathbf{j}_r$  旋转  $\Gamma_m$  角的变换矩阵

$\mathbf{M}(q_r)_{kr}$ ——绕单位向量  $\mathbf{k}_r$  旋转  $q_r$  角的变换矩阵

$\mathbf{M}(\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}, \theta_{cr})$ ——绕矢量  $\mathbf{u}_{cr}^{(cr)}$  旋转  $\theta_{cr}$  角的变换矩阵

$\mathbf{M}(-j)_{kr}$ ——绕单位向量  $\mathbf{k}_r$  旋转  $-j$  角的变换矩阵

$\mathbf{M}(i)_{ir}$ ——绕单位向量  $\mathbf{i}_r$  旋转  $i$  角的变换矩阵

$X_r, X_{br}, E_{mr}$ ——加工大轮的轴向轮位、床位和垂直轮位调整值

$\mathbf{p}_r$ ——大轮轴线上的单位矢量

$\theta_{cr}$ —— $P$  点所在刀盘轴截面的相位角

$\mathbf{S}_r$ —— $O_{cr}$  点在切齿坐标系中的径矢

小轮的加工一般用滚切法, 其齿面计算点坐标

可由大小轮安装位置的几何关系确定。设描述左旋小轮切齿过程的坐标系为  $\Sigma_l = \{O_l, i_l, j_l, k_l\}$ , 大小轮齿面在  $C$  点共轭, 当大轮转角为  $\beta$  时, 则共轭接触条件为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_l = \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_r \\ \mathbf{V}_{rl} \cdot \mathbf{n}_r = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{R}_c = E \mathbf{j}_r \\ \mathbf{R}_r = \mathbf{M}(i_r, \beta) \mathbf{R}_r^{(r)} \\ \mathbf{n}_r = \mathbf{M}(i_r, \beta) \mathbf{n}_r^{(r)} \\ \mathbf{V}_{rl} = \mathbf{P}_r \times \mathbf{R}_r - \mathbf{P}_l \times \mathbf{R}_l \\ \mathbf{P}_r = -\mathbf{i}_r \\ \mathbf{P}_l = \frac{H}{h} (\cos \Sigma, 0, \sin \Sigma) \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{R}_l$ ——坐标系  $\Sigma_l$  中的径矢

$\mathbf{R}_c$ ——坐标系  $\Sigma_l$  原点  $O_l$  到坐标系  $\Sigma_r$  原点  $O_r$  的径矢

$\mathbf{R}_r$ ——坐标系  $\Sigma_r$  中的径矢

$E$ ——小轮的偏置量

$\mathbf{M}(i_r, \beta)$ ——绕单位向量  $\mathbf{i}_r$  旋转  $\beta$  角的变换矩阵

$\mathbf{P}_l$ ——小轮轴线上的单位矢量

$H, h$ ——大、小齿轮的齿数

$\Sigma$ ——大小轮的轴交角

则小轮齿面计算点  $C$  的径矢  $\mathbf{R}_l^{(l)}$ 、法矢  $\mathbf{n}_l^{(l)}$  和切矢  $\mathbf{t}_l^{(l)}$  为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_l^{(l)} = \mathbf{M}(-\Sigma)_{jr} \mathbf{R}_l \\ \mathbf{n}_l^{(l)} = \mathbf{M}(-\Sigma)_{jr} \mathbf{n}_l \\ \mathbf{t}_l^{(l)} = \mathbf{M}(-\Sigma)_{jr} \mathbf{M}(i_r, \beta) \mathbf{t}_r^{(r)} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{M}(-\Sigma)_{jr}$ ——绕单位向量  $\mathbf{j}_r$  旋转  $-\Sigma$  角的变换矩阵

$\mathbf{n}_l$ ——坐标系  $\Sigma_l$  中的法矢

## 1.2 螺旋锥齿轮的实体建模

采用“自底向上”(即点、线、面到体)的实体建模方法, 即通过上面的啮合方程计算出准双曲面齿轮齿面网格点坐标, 创建模型的各个曲面上所有离散关键点。再将关键点拟合成交条曲线, 然后由曲线蒙皮构成曲面, 由封闭曲面生成单齿实体, 由单齿模型沿圆周方向旋转复制得到整个齿轮。用这种方法很容易实现齿轮实体模型参数化与自动生成, 得到的螺旋锥齿轮小轮实体模型如图 1 所示。

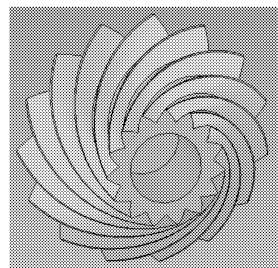


图 1 小轮的实体模型  
 Fig.1 Solid model of a small gear

## 2 有限元建模与分析方法

热传导理论是有限元建模与分析的基本支撑点<sup>[6]</sup>,考虑螺旋锥齿轮的结构和啮合运动的复杂性,以及啮合时齿轮本体温度场受多因素的影响,其本体温度场是一个由非稳态温度场(随空间和时间变化)到稳态温度场(只随空间变化)的渐变过程。

在进行螺旋锥齿轮啮合的有限元建模与分析时,由于啮合时摩擦热源沿表面移动速度足够快,以至于大于热传导的速度,和齿轮本体温度发生变化所需的时间相比,轮齿转动一周的时间相对较短,可认为每个啮合轮齿由于摩擦被输入的热量相同,其温度分布情况也基本相同。对于热特性的分析方法,常用的有解析法和数值解法。解析法一般适用于形状简单、导热规律不太复杂的问题;而有限元法能解决复杂的热传导问题,对实际问题有很大的适应性。

### 2.1 热传导偏微分方程和定解条件

螺旋锥齿轮本体温度场采用三维传热模型,对于无内热源的齿轮啮合时,非稳态温度场在直角坐标系下的热传导微分方程为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (\text{在 } \Omega \text{ 内}) \quad (7)$$

式中  $\rho$ ——材料密度  $c$ ——材料比热容

$T$ ——温度  $t$ ——时间

$\lambda$ ——材料导热系数  $\Omega$ ——空间域

当啮合过程达到热平衡后,其温度与时间无关,这时的齿轮本体温度是一个稳态温度场,令式(7)中的  $\partial T / \partial t = 0$  即可。

轮齿温度场模型的定解条件如下:

(1)初始条件。又称为时间条件,它给出时间  $t = 0$  时物体内部的温度分布。对于稳态导热过程,没有初始条件;对于非稳态导热过程,  $T_{t=0} = f(x, y, z)$ 。

(2)边界条件。基于图 2 所示的齿根圆以下一定深度内的上面轮齿部分:

啮合区(凹面或凸面,称为  $M$  区)温度的特定边界条件,其数学形式为

$$-\lambda(\partial T / \partial x) = \alpha_i(T - T_0) - q \quad (8)$$

式中  $\alpha_i$ ——啮合区的传热系数

$T_0$ ——啮合区外周围的环境温度

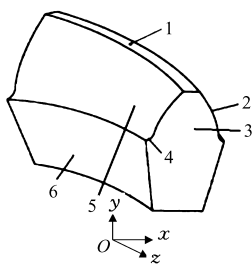


图 2 轮齿温度场模型的边界条件

Fig.2 Border condition of temperature field model of a tooth

- 1. 齿顶 2. 齿形 3. 大端
- 4. 齿根 5. 齿面(凹面)
- 6. 轮毅

$q$ ——轮齿啮合时产生的摩擦热流量

非啮合区(含轮毂左截面、轮毂右截面、轮齿底部分截面  $d$  和齿顶面等未啮合齿面,称为  $N$  区)温度的特定边界条件,其数学形式为

$$-\lambda(\partial T / \partial n) = \alpha_i(T - T_0) \quad (9)$$

式中  $n$ ——热交换面的外法线方向

对流换热区(齿轮大端或小端面,称为  $S$  区)的特定边界条件,其数学形式为

$$-\lambda(\partial T / \partial n) = \alpha_s(T - T_0) \quad (10)$$

式中  $\alpha_s$ ——非啮合区的传热系数

另外,在分齿截面(轮毂左截面  $p$  区与轮毂右截面  $q$  区),有

$$\begin{cases} T|_p = T|_q \\ \partial T / \partial n|_p = \partial T / \partial n|_q \end{cases} \quad (11)$$

在轮齿底部分截面( $d$  区),有

$$\partial T / \partial n = 0 \quad (12)$$

### 2.2 有限元模型的建立

根据有限单元法的离散原理,将螺旋锥齿轮整个空间域  $\Omega$  离散化分成有限个单元,每个单元都应该满足热传导方程。将式(7)用变分形式的泛函表示,单元内部某一点的温度可由节点温度与形函数的乘积得到,这样就将整个计算区域的泛函化成了所有节点温度的多元函数,整个温度场就可用节点温度表示。通过求泛函最小值的必要条件,则  $\Omega$  内齿轮本体稳态温度场的线性方程组为

$$KT = Q \quad (13)$$

式中  $K$ ——本体温度场的总热传导矩阵

$T$ ——齿轮本体温度场温度列矩阵

$Q$ ——总的节点热流量矩阵

为使分析精确,在建立螺旋锥齿轮啮合分析模型时,采用三齿有限元分析模型(如图 3 中的图形),分析单元采用八节点六面体单元。在进行网格划分时,可针对不同的要求,采取不同的网格划分方法,如自由网格或映射网格划分等。

## 3 齿轮本体温度场的求解与有限元仿真

### 3.1 摩擦热载荷的加载

根据螺旋锥齿轮的啮合原理,其接触区为两共轭曲面点附近的接触椭圆,齿轮在啮合传动时由摩擦所产生的热量全部由该对齿轮两个啮合面吸收,且忽略由于滚动摩擦和金属变形摩擦所产生的很少热量,而只计算滑动摩擦所产生的摩擦热流量

$$q = R_w f \frac{F_n v}{Jb} \quad (14)$$

式中  $R_w$ ——两齿轮的热量分配比例

$f$ ——滑动摩擦因数  $F_n$ ——齿面法向力

$v$ ——齿面相对滑动速度

$J$ ——热功当量  $b$ ——赫兹接触宽度

热量分配比例  $R_w$  取决于一对螺旋锥齿轮相互啮合的两轮材料的密度、导热系数、比热容和啮合点的切线速度,这里可取  $R_w=0.5$ 。

滑动摩擦因数  $f$  与工作条件、载荷、几何参数及润滑情况等有关,由于螺旋锥齿轮啮合状况的复杂性,可通过实测或经验数据确定,一般推荐<sup>[7]</sup>  $f=0.045\sim 0.065$ 。

### 3.2 实例参数的设定与仿真

以一对螺旋锥齿轮副啮合为对象,其基本参数为:大轮齿数  $N_2=46$ ,左旋,齿宽  $b=57.15$  mm,大端节圆直径  $d_2=378.12$  mm;小轮齿数  $Z_1=15$ ,右旋,节圆直径  $d_1=123.3$  mm,节锥角  $\delta_1=18.0605^\circ$ ,轴交角  $\Sigma=90^\circ$ 。这里主要讨论小轮(主动轮),转速  $n_1=5600$  r/min,法向载荷  $F_n=34060$  N,环境温度  $T_0=50^\circ\text{C}$ ,材料为 20CrMoTi,硬度为 58~62 HRC,材料特性为:弹性模量 210 GPa,泊松比 0.3,密度  $\rho=$

$7900\text{ kg/m}^3$ ,比热容  $c=460\text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ,导热系数  $\lambda=40\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,传热系数  $\alpha_t=500\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ , $\alpha_s=1100\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ ,线膨胀系数  $\alpha'=1.12\times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ ,热功当量  $J=0.102\text{ kg}\cdot\text{m/J}$ 。

采用有限元软件 ANSYS 分析,得到距大端较近啮合位置和距小端较近啮合位置的轮齿本体稳态温度场分布云图,如图 3 所示,温度值分布范围分别在  $71.5\sim 80.9^\circ\text{C}$ 、 $71.5\sim 77^\circ\text{C}$  之间。从图可知,多对螺旋锥齿轮副啮合时,其中一个齿的啮合区温度最高,且每个齿的最高温度区域分布在各齿啮合的中心部位,这是由于摩擦输入的热量集中于该区域。在径向方向从啮合点向齿顶,轮齿温度下降梯度较大;而往齿轮轴心方向温度下降梯度较小。

通过进一步比较分析还发现,本体稳态温度随环境温度  $T_0$ 、导热系数  $\lambda$ 、传热系数  $\alpha_t$  及  $\alpha_s$ 、热流量  $q$  和螺旋角  $\beta$  的变化而变化,但温度场分布规律基本不变;在其他条件一定的情况下,本体稳态温度随  $T_0$ 、 $q$  的增大而增大,而随  $\lambda$ 、 $\alpha_t$ 、 $\alpha_s$  和  $\beta$  的增大而减少。

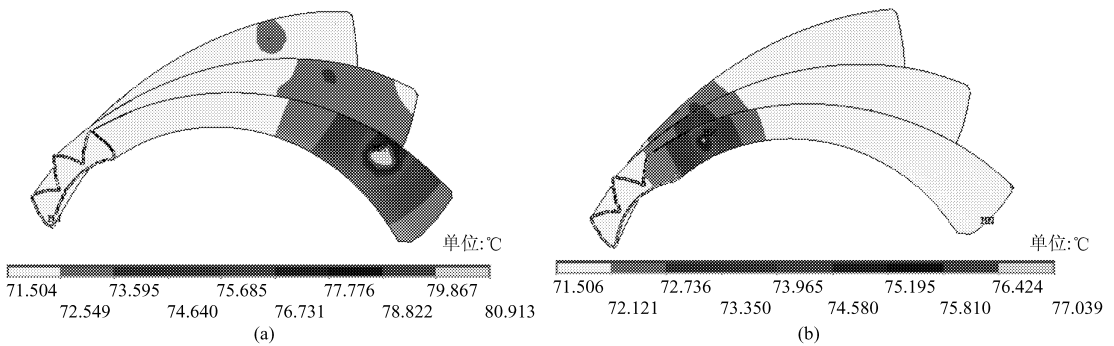


图 3 轮齿本体稳态温度场分布云图

Fig. 3 Distribution nephogram of bulk static temperature field of a bevel gear

(a) 距大端较近啮合处 (b) 距小端较近啮合处

## 4 热应力和热变形的计算与分析

齿轮啮合热最终通过热应力和热变形影响啮合质量,在此对螺旋锥齿轮热应力和热变形进行分析。不考虑齿面材料的各向异性及表面残余应力等因素的影响,并假设齿轮啮合为理想接触。

### 4.1 热应力的计算与分析

热应力是由于零部件的温度场不均匀、外加约束、材料的不均质或物理及结构等特性不同引起各单元体间强迫膨胀与约束的应力。

通过有限元单元类型转换和热分析物理环境与结构分析物理环境之间的转换,将轮齿本体稳态温度场的数据导入到结构物理场中,经过热/结构的间接耦合后得到 Von Mises 等效应力。距大端较近啮合处等效热应力分布云图如图 4 所示,其轮齿热应力分布范围为  $0\sim 19.6\text{ MPa}$ 。图 5 为轮齿稳态温度

分别沿齿长、齿高方向离啮合中心不同距离的齿面上各节点热应力变化曲线。图 6 为沿齿厚方向离啮合中心不同距离的各节点热应力变化曲线。从图中看出,热应力最大处不在最高温度的啮合中心处(图中横坐标为 0 的曲线节点 7548),而是在靠近啮合处的齿根部位,即图 5b 中离啮合中心一定距离的纵

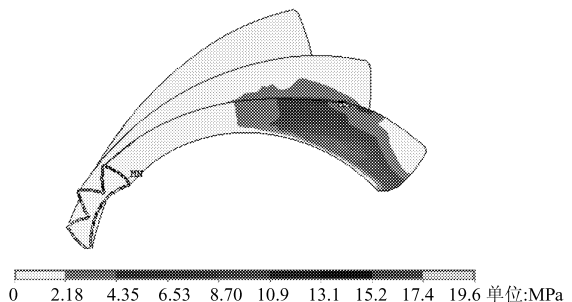


图 4 等效热应力分布云图

Fig. 4 Distribution nephogram of equivalent thermal stress

坐标值最大的曲线节点附近(即5 804节点),这主要是其受轮辐结构整体性的膨胀约束强,温度也较高。靠近啮合中心的其他各部位的热应力次之,且沿齿长(图 5a)和齿厚方向(图 6)均随温度的下降而呈梯度下降。远离啮合中心区域的热应力最小,如图 5b 中的末端(即齿根下 4 mm 处轮毂节点1 878)处,热应力接近零。齿根部位的热应力最大,与齿轮胶合一般发生在该处的事实相吻合,故齿根是螺旋锥齿轮在高速重载条件下产生热应力破坏的危险部位,须注意其结构设计。

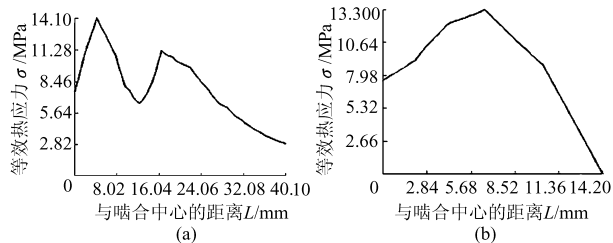


图 5 齿面各节点热应力变化曲线

Fig. 5 Variation curve of thermal stress of nodes on gear surface

(a) 齿长方向 (b) 齿高方向

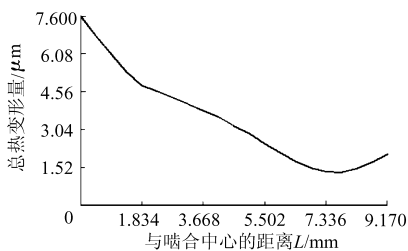


图 6 沿齿厚方向各节点热应力变化曲线

Fig. 6 Variation curve of thermal stress of nodes along gear thickness

### 4.2 热变形的计算与分析

在进行热变形的耦合求解时,把热变形引起的初始应变转化为等效节点载荷,并对其进行有限元计算<sup>[8]</sup>,即

$$K_e \delta_e = F_e \tag{15}$$

其中  $K_e = \iiint_{V^{(e)}} B^T D B dV$   $F_e = \iiint_{V^{(e)}} B^T D \epsilon_0 dV$

$$\epsilon_0 = \alpha' \Delta T (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

式中  $K_e$ ——单元刚度矩阵

$\delta_e$ ——轮齿热变形向量

$F_e$ ——由初始应变引起的单元节点载荷向量

$B$ ——应变矩阵  $D$ ——弹性矩阵

$V^{(e)}$ ——轮齿热变形空间域

$V$ ——轮齿积分变量

$\Delta T$ ——轮齿体积温度变化量

经过热/结构有限元耦合分析,在距小端较近啮

合处,轮齿热变形前的齿形边缘与总热变形分布云图如图 7 所示,轮齿各点热变形分布范围为 0~0.285  $\mu\text{m}$ ,热变形使轮齿产生膨胀变形,增大了齿厚。图 8 为沿齿长方向离啮合中心(图中横坐标为 0 的曲线节点 2 099)不同距离的齿面上各节点热变形变化趋势,可知啮合点附近的热变形较大,随着离啮合点距离的增加,其热变形呈近似线性下降,从而使工作齿面向外膨胀呈中凸形,可使接触区域的变形减少,在一定程度上可减缓齿轮的啮入啮出冲击。

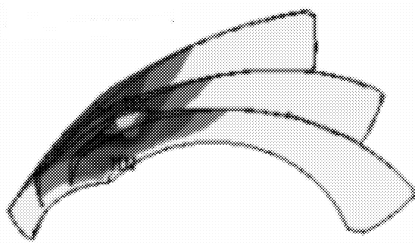


图 7 轮齿总热变形分布云图

Fig. 7 Distribution nephogram of total thermal deformation of a gear

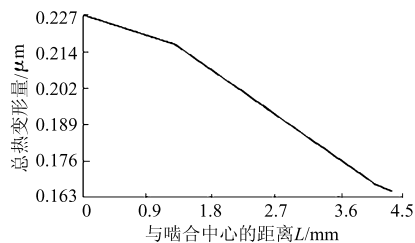


图 8 沿齿长方向各节点热变形曲线

Fig. 8 Curve of thermal deformation of nodes along gear length

图 9 为沿齿高方向离啮合中心不同距离的齿面上各节点热变形变化趋势,热变形最大处不在最高温度的啮合中心(节点 2 099)处,而是在靠近啮合处的齿顶部位(图中纵坐标值最大的 138 节点处),这主要由于齿顶部位的位移自由度最大,且此处的温度较高。图 10 为沿齿厚方向的热变形情况, $X$  位移值范围为 -0.266~0.010 5  $\mu\text{m}$ ,从而造成齿面接触向齿厚的啮出区偏移,严重降低了齿轮的承载能力和传动性能,所以高速、重载传动的螺旋锥齿轮必须进行适当的轮齿热变形修形。

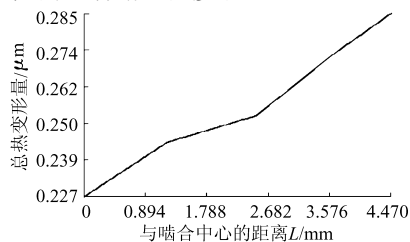


图 9 沿齿高方向各节点热变形曲线

Fig. 9 Curve of thermal deformation of nodes along gear height

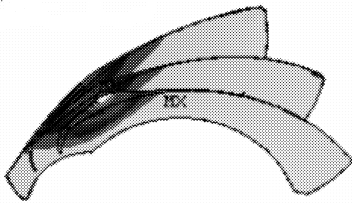


图10 沿齿厚的X热变形云图

Fig. 10 Nephogram of X thermal deformation along gear thickness

通过对距大端较远处与距小端较远处不同啮合位置的热应力和热变形进一步比较分析可知,由于在大端较近啮合处的稳态本体温度较高,其齿根处的最大应力、齿顶处的最大热变形均比距小端较近啮合处的大。

## 5 结论

(1)根据螺旋锥齿轮的啮合数学方程,采用“自底向上”的实体建模方法和八节点六面体等参元,建立了其三齿的有限元分析3-D模型,根据热传导偏微分方程和定解条件,建立了本体稳态温度场。

(2)有限元温度场仿真分析结果表明,螺旋锥齿轮副多齿啮合时其中一个齿啮合区中心的稳态温度较高,且每个齿的最高温度点均在各齿啮合的中心部位,从啮合点往齿顶方向较往齿根方向温度下降梯度大;本体稳态温度随螺旋角的增大而减少,这是与直齿、斜齿的温度分布所不同的,正好与螺旋锥齿轮的多齿同时啮合的特点相符合。

(3)热应力和热变形分析结果表明,热应力最大处不在啮合中心,而在齿根部位,这是热应力破坏的危险部位;靠近啮合中心的齿顶部位的热变形最大。沿齿长方向的热变形使工作齿面向外膨胀呈中凸形,可使工作接触区域的变形减少,有利于减缓啮合冲击;而沿齿厚方向的热变形造成齿面接触向齿厚的啮出区偏移,严重降低了齿轮的承载能力和传动性能,须进行适当的轮齿热变形修形。

(4)啮合中心的本体稳态温度是造成热应力和热变形的主要原因,但最大热应力、最大热变形部位与最高温度点不重合,说明还与结构、材料特性等多种因素有关。

## 参 考 文 献

- 1 Blok H. Thermal network for predicting bulk temperature in gear transmissions [C] // Proc. 7th Round Table Discussion, Marin Reduction Gears, Fins pong, Sweden, 1995: 21~25.
- 2 陈国定, 李剑新, 刘志全, 等. 基于斜齿轮温度场研究的有限元分析模型[J]. 机械科学与技术, 1999, 18(5): 401~402.
- 3 John A, Alfonso F, Litvin F L. Computerized integrated approach for design and stress analysis of spiral bevel gears [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(11~12): 1 057~1 095.
- 4 Litvin F L, Donno M D, Peng A, et al. Integrated computer program for simulation of meshing and contact of gear drives [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 181(1~3): 71~85.
- 5 Alfonso F, Faydor L L, Baxter R M, et al. Design and stress analysis of low-noise adjusted bearing contact spiral bevel gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(9): 524~529.
- 6 胡鹏浩. 非均匀温度场中机械零部件热变形的理论及应用研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2001.
- 7 Papadopoulos E G, Chasparis G C. Analysis and model-based control of servomechanisms with friction [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement & Control, 2004, 126(4): 911~915.
- 8 Faydor L L, Ignacio G P, Alfonso F, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(36~38): 3 870~3 901.

(上接第 169 页)

- 4 花银群, 陈瑞芳. 球铁曲轴激光淬火工艺的研究[J]. 机械设计与制造工程, 2001, 30(1): 55~56.
- 5 花银群, 杨继昌, 张永康. 球铁曲轴激光淬火强化技术研究[J]. 农业机械学报, 2001, 32(3): 109~112.
- 6 张永康. 激光斜冲实验与理论研究[J]. 中国激光, 2005, 32(10): 1 437~1 440.
- 7 范勇, 王声波. 7050 航空铝合金激光冲击强化残余压应力研究[J]. 应用激光, 2003, 23(1): 6~9.