文章编号: 0258-8013 (2005) 22-0007-05 中图分类号: TM76 文献标识码: A 学科分类号: 470-40

# 改进连续潮流计算鲁棒性的策略研究

赵晋泉,张伯明

(电力系统国家重点实验室 (清华大学电机系),北京市 海淀区 100084)

# A STUDY ON THE STRATEGY FOR IMPROVING ROBUSTNESS OF CONTINUATION POWER FLOW COMPUTATION

ZHAO Jin-quan, Zhang Bo-ming

(State Key Lab of Power Systems, Dept. of Electrical Engineering, Tsinghua University, Haidian District, Beijing 100084, China)

ABSTRACT: Based on a large amount of practical experience, the computation failures of Continuation Power Flow can be phenomenally divided into two kinds: the turning point failure and the non-turning point failure. The reasons behind the failures are analyzed theoretically. The reason of the turning point failure is that the global parameterization can not overcome the singularity of Jacobian matrix for some voltage instability cases with strong local characteristic. The reason of the non-turning point failure is that some nonsingular points of original system are translated to the singular points of the extended Jacobian matrix by the parameterization. Using the local parameterization instead of the global parameterization such as arclength or pseudo arclength parameterization to avoid the turning point failure is advocated in this paper. A forced parameter switching strategy is proposed to overcome the non-turning point failures. Case studies with a practical power system indicate that the proposed strategy is very efficient.

**KEY WORDS :** Power system; Static voltage stability; Continuation power flow; Parameterization switching strategy; Singular point;

**摘要:**在大量数值经验的基础上,从数值现象上区分了连续 潮流计算失败的2种现象:临界点失败和非临界点失败。继 而从理论上分析了出现这2种现象的原因:造成临界点失败 的原因是对于某些具有强烈局部性质的电压失稳情形,采用 全局性参数化方法无法克服临界点雅可比矩阵奇异;造成非 临界点失败的原因是参数化使得原系统中的非奇异点变为 系统扩展雅可比矩阵的奇异点。该文提出采用局部参数化方 法取代弧长或拟弧长等全局性参数化方法来避免临界点失 败,并采用参数受迫变换策略来克服非临界点失败。对一个 实际系统的数值计算表明,该文所提的提高连续潮流计算鲁

基金项目: 国家重点基础研究发展规划项目(973 项目) (2004CB217904)。

Project Supported by the Funds for Major State Basic Research Program of China (973 Programme) (2004CB217904).

棒性的策略是有效的。

关键词: 电力系统; 静态电压稳定性; 连续潮流; 参数转换 策略; 奇异点现象

## 1 引言

连续潮流(Continuation Power Flow, CPF)问题 是连续方法与电力系统静态潮流问题的结合。自从 连续潮流问题被提出以来<sup>[1]</sup>,它在电力系统静态稳 定性评估和系统最大可用传输能力计算等方面得到 了广泛的应用<sup>[2-14]</sup>,并将成为能量管理系统中一个 基本的在线计算引擎。

实现 CPF 的在线应用必须要避免计算失败。文献[11]指出在用连续方法进行 PV 曲线计算的过程中,在上、下半分支都会遇到计算失败现象,并简要地分析了造成 CPF 发散的原因。文献[12]提出了采用修正雅可比矩阵的方法来提高 CPF 计算的鲁棒性。本文在大量数值经验的基础上,从数值现象上区分了连续潮流计算失败的 2 种现象,继而从理论上分析了出现这 2 种现象的原因。并提出使用参数转换的方法来避免扩展雅可比矩阵的奇异点现象。对一个实际系统算例的计算表明,本文方法是有效的。

# 2 连续潮流的基本环节

#### 2.1 参数化的潮流方程

参数化的潮流方程为

(1)

式中 x 为系统状态向量,即节点电压幅值和相角; 1为一个反映系统负荷水平的标量参数; f 为节点潮

 $f(\mathbf{x}, \mathbf{l}) = 0$ 

流平衡方程。

# 2.2 分支曲线

在二维平面上直观地描述 n 维空间的系统状态 x 随参数I 变化的轨迹是一种常用的分析方法。本文 用符号 [x] 来表示向量 x 的一种标量映射,即  $[x]: R^n \rightarrow R$ 。常见的映射有如下几种<sup>[15]</sup>:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{x} \end{bmatrix}_{1} &= x_{k}, 1 \le k \le n \\ \left[ \mathbf{x} \end{bmatrix}_{2} &= \left\| \mathbf{x} \right\|_{\infty} \coloneqq \max\left\{ |x_{1}|, |x_{2}|, \dots, |x_{n}| \right\} \\ \left[ \mathbf{x} \end{bmatrix}_{3} &= (x_{1} + x_{2} + \dots + x_{n})/n \\ \left[ \mathbf{x} \end{bmatrix}_{4} &= \left\| \mathbf{x} \right\|_{2} \coloneqq (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2})^{1/2} \end{aligned}$$

$$(2)$$

式(2)中前2种是局部性映射,后2种是全局性 映射。由此得到的*l*-[x]曲线被称为分支曲线图<sup>[15]</sup>。 选取上述任何一种映射都可以绘制出分支曲线,但 是无论选取哪一种,都会有信息丢失<sup>[15]</sup>。选取的关 键在于能否最佳地把握住系统的非线性特征。一个 错误的选择不但不能使得非线性现象清晰化,反而 会掩盖最重要的分岔信息<sup>[15]</sup>。在电力系统静态稳定 分析中,*PV*曲线和 *QV*曲线是一个被广泛接受的工 具,相当于这里的局部性映射。



Fig. 1 l-[x] Branching Curve

连续潮流问题中真正实用的是预测校正连续 方法,如文献[2-5,9-12]等。它是由预测环节、校正 环节、参数化和步长控制方法4个部分组成。其中, 预测方法、参数化和校正方法的选取是相互独立的, 而步长控制方法的选取却依赖于它们三者的选 取<sup>[15]</sup>。

## 2.3 预测环节

所谓预测环节就是根据当前点及其之前几点 来给出下一个点的估计值,从而有利于下一点求解 的快速收敛。通常采用的预测方法有正切预测法和 多项式外插方法(如二分法等)。

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{x}}^{j+1} \\ \overline{I}_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{j} \\ I_{j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta I \end{bmatrix}$$
(3)

式中  $x^{j}$ 、 $l_{j}$ 为当前点;  $\bar{x}^{j+1}$ 、 $\bar{l}_{j+1}$ 为下一点估计值。 (1)正切预测法

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta I \end{bmatrix} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} f_x & f_I \\ e_x & e_I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(4)

式中 **x**和**1**为当前点的梯度; **s**为预测步长。正切 预测法成功的条件是扩展雅可比矩阵在分支曲线上 每点都非奇异。而扩展雅可比矩阵是否能做到在曲 线上每点非奇异则取决于扩展方程的选取。

正切预测法的应用比多项式外插方法更为广 泛。这是因为我们在计算过程中通常要检查是否已 经穿越分岔点,而这通常要通过计算梯度来判断。

(2) 二分预测法

在计算量上,多项式外插方法要小于一阶微分 方法。二分法要求的条件比正切法要宽松得多,并 不要求扩展雅可比矩阵非奇异。当然它需要已知曲 线上的2个点,这第2点可以由零阶多项式外插法 计算得到。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{l} \end{bmatrix} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{j} - \mathbf{x}^{j-1} \\ \mathbf{l}_{j} - \mathbf{l}_{j-1} \end{bmatrix}$$
(5)

式中  $x^{j-1}$ 和 $l_{j-1}$ 为点j的前一点。

## 2.4 参数化方法

参数化方法需要构造一个方程,它与参数化后 的潮流方程一起构成一个具有*n*+1 个待求变量的 *n*+1 维方程组,依此确定曲线上的下一个点。这 个方程的一个重要作用就是使得增广雅可比矩阵在 鞍结型分岔点处非奇异。这个增补方程可写为

$$e(\boldsymbol{x},\boldsymbol{l},\boldsymbol{s}) = 0 \tag{6}$$

式中 s为步长。

将1作为一个扩展变量,则扩展潮流方程为

$$F(\mathbf{X},s) = \begin{pmatrix} f(\mathbf{x},l) \\ e(\mathbf{x},l,s) \end{pmatrix} = 0$$
(7)

通常采用的参数化方法有局部参数化方法<sup>[2-3]</sup>、 弧长参数化方法<sup>[4]</sup>和正交参数化方法<sup>[5]</sup>等。局部参数 化方法的列式为

$$x_k - s = 0 \tag{8}$$

式中 标量  $x_k \in \mathbf{x}$ , 下标 k 的取法为

$$x_k : |\dot{x}_k| = \max\{|\dot{x}_1|, |\dot{x}_2|, \dots, |\dot{x}_n|\}$$
(9)

式中  $\dot{x}_1,...,\dot{x}_n$ 为变量  $x_1,...,x_n$ 的梯度。k的取值在 计算过程中是不断变化的。

弧长参数化的列式为

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^{\mathrm{T}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + (\mathbf{l} - \mathbf{l}_0)^2 = s^2$$
 (10)  
式中  $\mathbf{x}_0 \approx \mathbf{l}_0$  为前一点的取值。

正交参数化方法的列式为

$$(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0)^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{l} - \boldsymbol{l}_0) \boldsymbol{\dot{l}} = \boldsymbol{s}$$
(11)

# PDF 文件使用 "pdfFactory Pro" 试用版本创建 <u>www.fineprint.com.cn</u>

式中  $\dot{x}$  和 $\dot{I}$  为已知量。

正交参数化与拟弧长参数化<sup>[5,15]</sup>是等价的。它 们与弧长参数化都属于全局性参数化方法。参数化 方法是贯穿整个连续方法的核心,它决定了整个连 续潮流应用的面貌。

#### 2.5 校正环节

连续潮流中通常采用的校正方法有牛顿法<sup>[4]</sup>和 拟牛顿法<sup>[15]</sup>等。得到完整 *PV* 曲线的必要条件是整 个计算过程中扩展雅可比矩阵的行列式都不等于零 (对 $\forall I \in [0, I_{max}]$ ,都有 $|J_{xl}| \neq 0$ ),即扩展雅可比 矩阵非奇异。

#### 2.6 步长控制

不同的系统通常采用不同的步长控制策略。

# 3 连续潮流计算中的发散现象

在 CPF 计算中,常会遇到计算失败的情况,即 CPF 中校正环节计算发散。具体表现为此时无论如 何减小步长,校正计算都无法收敛。这一现象在计 算穿越临界点前后都可能遇到。分支曲线上对应于 参数的极限点也常被称为转折点、鼻点、分岔点或 临界点等,本文统称为临界点。如果当计算穿越临 界点后,在计算曲线的下半分支遇到计算发散,这 时只是无法得到完整的 PV 曲线,而并不影响稳定 裕度的计算和精确临界点的求取。但是,如果在曲 线的上半分支上计算发散,将无法得到确切的稳定 裕度及其临界点。本文根据大量实际系统的数值计 算经验,将它们区分为下面 2 种情形:

(1)临界点发散。该点确实是一个静态稳定临界点(潮流有解无解临界点)。即使更换步长控制策略,这一计算失败现象也不会消失。

(2) 非临界点发散。经过潮流计算验证该点潮流有解,而且当参数1增大时潮流仍然有解,说明该点并不是静态稳定临界点,可以通过更换步长控制策略消除这一现象。

# 4 连续潮流计算失败的原因分析

造成 CPF 计算失败的原因是扩展雅可比矩阵 奇异。而决定扩展雅可比矩阵性态的关键因素是 CPF 所采用的参数化方法。下面将分析造成 CPF 计 算失败的原因。

临界点发散是由于全局性参数化方法对于局 部特征明显的电压失稳现象不敏感造成的。一个大 的系统内,有时只有一个很小的区域内或个别节点 处的电压无法得到支撑,最终导致全网电压崩溃。 而在电压稳定性恶化的过程中全网其他区域的电压 水平在正常范围内,这是电压失稳表现出的强烈局 部性质。此时,如果采用全局性映射,将得到如图 2(a)所示的分支曲线,下半分支的斜率与上半分支 的相同,而不是相反。这一分支曲线不能正确地反 映系统的电压崩溃性质。造成这一现象的原因是系 统中大多数节点的PV曲线呈现这样的斜锐角现象。 但是实际系统中必定存在至少一个节点,它的PV 曲线如图 2(b)所示,其下半分支的斜率与上半分支 的斜率符号不同。这一节点及其邻近区域被称为电 压稳定薄弱节点和薄弱区域。这是电压稳定的基本 特征<sup>[16]</sup>。正是基于静态电压稳定的这一局部特征, 本文认为,分支曲线采用局部性映射要优于全局性 映射;CPF 中采用局部参数化方法要优于全局性参 数化方法,如采用弧长或正交参数化方法。

对于图 2(a)所示的斜锐角分支曲线,各种全局 性参数化方法都不能消除其分岔点的雅可比矩阵奇 异现象,即无法消除该点的梯度无穷大现象。图 3 从几何上描述了各种参数化方法失败的原因<sup>[7]</sup>。对 于转折点( $x_0$ , $l_0$ )处的梯度和预测点( $\overline{x},\overline{l}$ ),虚线 2 表示的正交参数化方法与曲线下半分支没有交点, 虚线 3 表示的弧长参数化方法虽然与曲线有交点, 但实际上以( $\overline{x},\overline{l}$ )为初值,采用牛顿法是无法收敛 到这 2 个点的。因此,不论步长如何缩小,CPF 计 算在临界点处都将失败。即使采用了局部参数化方 法,但如果选取了错误的变量  $x_k$ 作为参数,计算仍 然是失败的。图 3 中虚线 1 表示的局部参数化方法 和分支曲线无交点,计算失败。只有选取薄弱节点 的状态变量作为参数的局部参数化方法,才能消除 分岔点的雅可比矩阵奇异现象。

非临界点发散是由于参数化后扩展雅可比矩 阵的奇异点(Singular Point)现象造成的。这一奇 异点不是实际系统相对于参数*1*的一个分岔点,而 是由于参数化后带来的纯数值现象<sup>[11]</sup>。不论采用局 部性参数化方法还是采用全局性参数化方法,都会 出现这种奇异点现象。但它并不是任何时候都发生。 如果在 CPF 计算中计算点刚好没进入该点的一个 小邻域内,计算仍不会失败。

图 4 对局部参数化造成的奇异点现象做了说明。采用局部参数化方法(即采用 *x<sub>k</sub>*取代 *l* 作为参数时),在几何上相当于将曲线旋转了 90°<sup>[15]</sup>,旋转后由原来的梯度为无穷大的临界点变成梯度为 0 的普通点,从而计算平稳。图 4 中左侧的分支曲线为初始分支曲线,曲线上 *S* 点处 *x<sub>k</sub>* 关于 *l* 的梯度为 0。

经旋转后,由右侧曲线可见,*S* 点变为梯度为无穷 大的奇异点。同样地,全局性参数化方法也会带来 奇异点现象。

利用上述曲线旋转 90°的几何解释可说明为何 当采用斜锐角分支曲线时局部参数化方法会失败。 试将图 3 中的曲线旋转 90°,原来的临界点仍是一 个临界点,梯度还是无穷大,因此计算仍然失败。



图 4 周前参数化前角的分叉面线的向升点线数 Fig. 4 The singular point on branch curve before and after local parameterization

## 5 参数转换策略

数值计算表明,当采用了局部参数化方法及式 (9)的参数选择策略后,临界点发散的情况将很少遇 到。称式(9)的参数转换策略为自然转换策略。给出 采用参数受迫转换策略来提高 CPF 计算的鲁棒性: 当发生计算失败情形时,在校正环节中用初始的雅 可比矩阵取代参数化扩展的雅可比矩阵 (即将参数 由 x<sub>k</sub> 换为 1)进行计算。然后用式(5)的二分法来预 测下一点,在该点可采用下式来选择参数:

 $x_k : \Delta x_k = \max \{ \Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n \}$  (12) 式中  $\Delta x_i$  为变量  $x_i$  的前 2 个点间的实际变化量。而 后继续进行计算。需要说明,如果将参数换为 1 计 算仍然失败,则说明该点是临界点发散。此时可采 用式(12)来选择参数,如果它与式(9)选择的参数相同,则可选择次之的 x<sub>k</sub> 作为参数计算。

## 6 算例分析

采用 CPFLOW 工具<sup>[4]</sup>对美国东部一个 3000 节 点实际系统进行的电压稳定评估可以说明本文的理 论结果。系统中要评估的故障集由 2300 多个故障构 成,要对 7 个预定义的区域间电能交易方向进行电 压稳定性校核。负荷为恒功率型。在故障 C<sub>584</sub>和故 障 C<sub>734</sub>下, CPF 程序采用拟弧长参数化方法计算其 PV 曲线,发现在负荷为 350MW 处计算失败。此时 无论如何调整步长,总是在此处的校正环节发散; 即使改为采用弧长参数化方法,结果仍然发散。

研究表明,发生故障 C<sub>584</sub> 后负荷节点 1275 的 电压值降低为 0.665pu,而其他节点的电压值都在 0.9 以上。节点 1275 虽不是负荷增长参与节点,但 是故障造成了节点 1275 由原来的双端供电变为单 端供电,导致该节点供电侧支路阻抗较大,从而造 成该节点电压大幅下降。采用局部参数化方法后, 计算穿越了鼻点,而且得到了完整的 PV 曲线。图 5 给出了节点 1275 的 PV 曲线,图 6 给出了采用[x]<sub>3</sub> 映射的分支曲线(系统平均电压曲线)。对故障 C<sub>734</sub> 的数值计算也得到了雷同的结果。很明显,系统全 局分支曲线具有很强的斜锐角特征,而个别节点处 的局部分支曲线却具有典型的鞍结分岔特征。本文 主要从 CPF 计算鲁棒性的角度来研究此问题。在实 际运行中,可通过低压减载来保护系统,以避免文 献[17]中提到的局部电压崩溃点的出现。

在大量的 CPF 计算过程中,多次出现计算失败 经调整步长后计算成功的案例,这种情况在采用了 参数受迫转换策略后得以解决。该策略已得到工程 应用,其鲁棒性得到了工程验证。对于一些情形, 可以得到闭环的 PV 曲线,从而得到区域之间交易 量的稳定极限,图 7 所示为故障 C<sub>1005</sub> 下系统中 2 个区域之间传输的 PV 曲线图。





图 6 系统平均电压分支曲线





## 7 结论

连续潮流计算失败可分为临界点失败和非临 界点失败2种情形。对于一些具有明显局部特征的 电压失稳情形,因采用了全局性参数化方法后而致 无法克服临界点雅可比矩阵奇异是造成临界点失败 的本质原因。而参数化可能会使得原系统中的非奇 异点变为系统扩展雅可比矩阵的奇异点,这是造成 非临界点失败的原因。本文采用局部参数化方法取 代弧长或拟弧长等全局性参数化方法来避免临界点 失败,并采用参数变换策略来克服非临界点失败。 对实际系统的数值计算表明,本文提出的提高连续 潮流计算鲁棒性的策略是有效的。

#### 参考文献

- Iba K, Suzuki H, Egawa M *et al.* Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method [J]. IEEE Trans On Power Systems, 1991, 6(2): 584-593.
- [2] Ajjarupu V, Christy C. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis[J]. IEEE Trans On Power Systems, 1992, 7(1): 416-423.
- [3] Canizares C A, Alvarado F L. Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1993, 8(1): 1-8.
- [4] Chiang H D, Flueck A J, Shah K S *et al.* CPFLOW: a practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations[J]. IEEE Trans On Power Systems, 1995, 10(2): 623-634.
- [5] Flueck A J, Dondeti J R, A new continuation power flow tool for investigating the nonlinear effects of transmission branch parameter variations[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2000, 15(1): 223-227.
- [6] 刘永强,严正,倪以信,等. 基于辅助变量的潮流方程二次转折 分岔点的直接算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(5): 9-13,

169.

Liu Yongqiang, Yan Zheng, Ni Yixin *et al*. An auxiliary-variablebased direct method for computing quadratic turning bifurcation points of power flow equations[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(5): 9~13, 169.

- [7] 郭瑞鹏,韩祯祥.电压崩溃临界点计算的改进零特征根法[J].中 国电机工程学报,2000,20(5):63-66.
   Guo Ruipeng, Han Zhenxiang. An improved zero eigenvalue method for point of collapse[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(5):63-66.
- [8] 杜正春,周佃民,董继民.考虑负荷电压静特性的最佳乘子牛顿潮流算法[J].中国电机工程学报,2002,22(1):102-105.
   Du Zhenchun, Zhou Dianmin, Dong Jimin. Optimal multiplier Newton method of load flow with static load characteristics [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(1):102-105.
- [9] 王成山,魏炜.一种改进的步长控制连续性潮流计算方法[J]. 电 工技术学报,2004,19(2):58~63.
   Wang Chengshan, Wei Wei. An improved continuation method with

controlled step size[J]. Transactions of China Electrotechnical Society. 2004, 19(2): 58-63.

- [10] 祝达康,程浩忠. 求取电力系统 PV 曲线的改进连续潮流法[J]. 电 网技术, 1999, 23(4): 37-40, 48.
  Zhu Dakang, Chen Haozhong. A modified continuation power flow method for computing PV curve of power system[J]. Power System Technology, 1999, 23(4): 37-40, 48.
- [11] Alves D A, Da Silva L C P, Castro C A *et al*. Continuation fast decoupled power flow with secant predictor[J]. IEEE Trans. On Power Systems, 2003, 18(3):1078~1085.
- [12] 郭瑞鹏,韩祯祥. 电压稳定分析的改进连续潮流法[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(14): 13-16.
  Guo Ruipeng, Han Zhenxiang. An improved continuation power. flow method for voltage stability analysis[J]. Power System Automation, 1999, 23(14): 13-16.
- [13] 胡彩娥. 应用基于连续潮流算法的遗传算法进行静态电压稳定分析
  [J]. 电网技术, 2004, 28(15): 57-61.
  Hu Caie. Application of continuation power flow based generic algorithm to analysis of static voltage stability[J]. Power System Technology, 2004, 28(15): 57-61.
- [14] 王成山,许晓菲,余贻鑫,等.电力系统电压稳定域的局部可视 化描述及其应用[J].中国电机工程学报,2004,24(3):1-5.
  Wang Chenshan, Xu Xiaofei, Yu Yixin *et al*. Visualization of part of the static voltage stability region in power systems and its application [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(3):1-5.
- [15] Rudiger Seydel. Practical bifurcation and stability analysis-from equilibrium to chaos[M]. Second Edition, Springer-Verlag, New York, 1994
- [16] Kundur P. Power System Stability and Control[M]. New York: McGraw-Hill, 1994
- [17] Cutsem T V, Vournas C. Voltage stability of electric power systems[M]. Norwell, MA: Kluwer, 1998.

收稿日期: 2005-05-17。 作者简介:

赵晋泉(1972-),男,博士,博士后,主要从事电力系统优化运行、 静态稳定与控制和电力市场方面的研究工作;

张伯明(1948-),男,教授,博士生导师,IEEE 高级会员,主要从 事电力系统运行、分析和控制的研究和教学工作。