

对全入射角负折射二维光子晶体结构和电磁参量的研究*

易燕, 方吉祥, 丁秉钧

(西安交通大学 理学院 金属材料强度国家重点实验室, 西安 710049)

摘 要:利用二维光子晶体的等频线分析原理和平面波展开方法,得到了使二维光子晶体产生全入射角负折射(All-Angle Negative Refraction, AANR)现象时,入射电磁波的频率取值范围. 同时,分析了 AANR 频率范围随着结构参量(晶格类型、介质棒半径与晶格周期的比值)和电磁参量(介质柱介电常量、本底介电常量、入射电磁波偏振方向)变化的行为. 结果表明:固定组成光子晶体的一种介质的介电常量,另一介质的介电常量只有达到一定阈值,才有可能使光子晶体出现 AANR 现象. 在给定两种介质介电常量的条件下,存在使 AANR 频率范围最大化的结构参量和电磁参量.

关键词:光子晶体; AANR; 等频线分析; 负折射

中图分类号: O482.3

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2008)02-0287-5

0 引言

众所周知,光子晶体是一种负折射材料,通过特殊设计的光子晶体可以实现负折射效应. 英国皇家学院的 Pendry^[1]研究了负折射晶体中电磁波的传播行为,指出光子晶体对于光来说就如同 1 个透镜,可以在晶体中和晶体后成 2 个实像,即光子晶体可以作为超级透镜^[2-4]. 相比于普通的透镜,它突破了衍射极限的限制,可对微细结构“完美成像”,极大地提高成像分辨率,用于医学成像方面. 另外,它还可以大幅度提高光学存储器的存储容量,用于光存储技术.

而光子晶体的 AANR 现象,即用特定频率范围的电磁波入射光子晶体,无论从何角度入射,都能实现光子晶体负折射效应,对光子晶体超级透镜的研究至关重要^[5]. 所以当前对 AANR 的理论及其应用研究也就成了光子晶体研究的一个主要课题. 本文首先利用等频线分析原理和平面波展开方法^[6-10],计算了给定参量的二维光子晶体第一能带的 AANR 频率范围. 同时研究了随着光子晶体结构参量和电磁参量的变化, AANR 频率范围的变化情况. 选用了较常见的 CuO^[11]棒作为介质,得到了使 CuO 棒二维光子晶体 AANR 频率范围最大的各个参量情况,这些参量可以为具体的实验制备和应用提供理论依据.

1 基本理论

1.1 光子晶体等频线分析原理

电磁波的传播方向可用能量传播的方向来表示,而波的能量传播方向又和它的群速度($v_g = \partial\omega/\partial k$ ^[12])方向是一致的. 所以可以用倒格子空间等频线图来分析电磁波在光子晶体中的传播.

以二维正方空气柱型光子晶体为例,本底介质 $\epsilon = 12$,晶格周期为 a ,空气柱半径为 $0.35a$,用平行于空气柱的 TE 模式电磁波(H 偏振)作为入射波,该光子晶体的等频线图如图 1^[13]. 正方形所框为第一布里渊区. 图上数据分别表示相应等频线的归一化频率(单位: $\omega a/2\pi c$),右下角插图为实空间中垂直于空气柱的光子晶体截面图. 相比于普通晶体等频线,该光子晶体等频线在第一布里渊区边缘发生变形, M 点附近的等频线以 M 点为中心凸出. 其它类型的光子晶体等频线都存在类似的情况^[13-14].

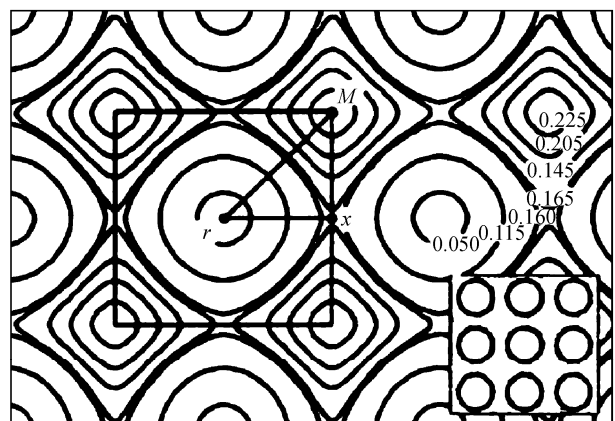


图 1 光子晶体第一能带的等频线图

Fig. 1 Several constant-frequency contour of the first band of a model photonic crystal

* 国家自然科学基金(50471033)资助

Tel: 13735575013 Email: yiyang417@gmail.com

收稿日期: 2006-09-19

当电磁波从一种介质传到另一种介质时,必须满足能量守恒条件和电磁场的边值关系,即必须满足:1)频率守恒;2)入射光波和折射光波的波矢量在界面方向的投影值大小相等^[15].

若电磁波从空气传到光子晶体,如图 2(a),将同一频率的光子晶体等频线(用粗实线表示)和空气等频线(用虚实线表示)复合于同一图中,设光子晶体与空气的界面沿着(1 1)方向(即 TM 方向),可以得到电磁波在光子晶体中的相速度和群速度方向,其中细箭头表示相速度方向(波矢量方向),粗箭头表示群速度方向.图 2(b)对应的是实空间中,电磁波从空气传到光子晶体时出现的负折射现象.

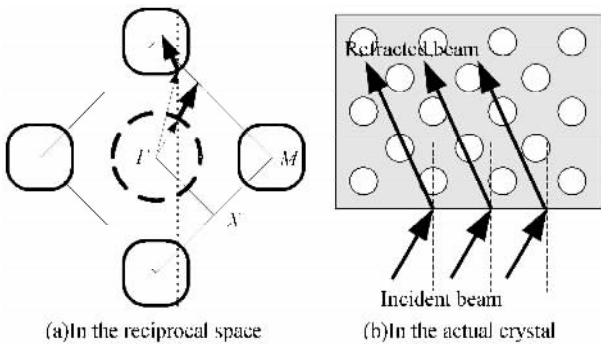


图 2 电磁波传播原理图

Fig. 2 The electromagnetic wave propagating

由此可见,光子晶体的负折射现象的主要成因是光子晶体等频线的变形.

1.2 二维光子晶体 AANR 范围的确定

由上述理论,可以在理论上得到二维光子晶体 AANR 的频率范围,图 3 中粗实线表示光子晶体等频线,粗虚线表示与 AANR 上限频率相等的空气等频线.频率取值范围为:1)最大频率取值:要求同频率的光子晶体等频线和空气等频线张开的范围在界面方向的投影相等;2)最小频率取值:要求等频线的曲率半径等于无穷大.

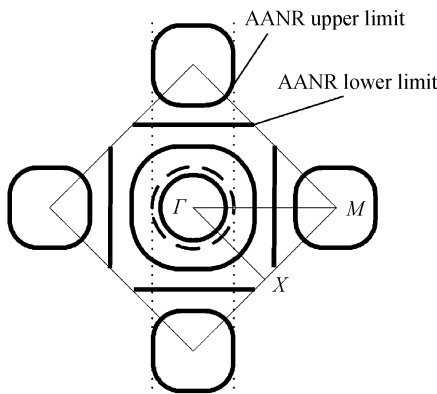


图 3 二维光子晶体第一布里渊区 AANR 频率范围

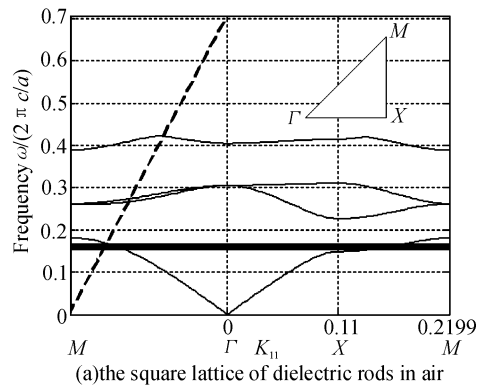
Fig. 3 The AANR frequency range in the first Brillouin zone

2 数值计算及结果分析

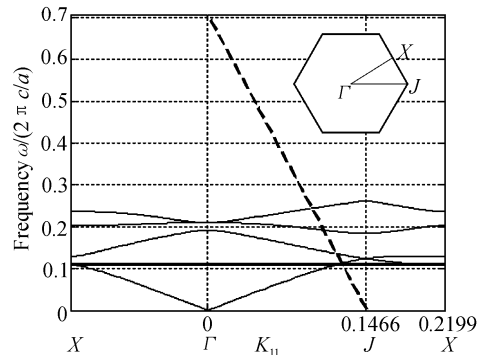
2.1 AANR 频率范围的计算

在上述基本理论基础上,结合光子晶体的平面波展开方法,可以在光子晶体能带上标注出给定参量的二维光子晶体的 AANR 频率范围.

图 4 中虚线表示光线.图 4(a)给出介质介电常量为 18.1,晶格周期为 a ,介质柱半径为 $0.35a$,入射电磁波为 E 偏振的二维正方介质柱型光子晶体能带图,其中阴影部分表示其 AANR 频率范围,AANR 频率范围上限为光线与能带的交点,AANR 范围的下限则是由图 3 的几何关系得到.



(a) the square lattice of dielectric rods in air



(b) The triangular lattice of air holes in dielectric background

图 4 二维光子晶体第一能带中 AANR 频率范围

Fig. 4 The AANR frequency range in the band structure

该光子晶体 AANR 频率范围为: $\Delta = 0.167(2\pi c/a) - 0.1531(2\pi c/a) = 0.0139(2\pi c/a)$,这里 c 是光速, a 是晶格周期.

图 4(b)为本底介质 $\epsilon = 40$,晶格周期 a ,介质柱半径 $0.35a$,二维三角晶格空气柱型光子晶体在 E 偏振下,第一能带的 AANR 频率范围: $\Delta = 0.1122(2\pi c/a) - 0.1088(2\pi c/a) = 0.0034(2\pi c/a)$.

2.2 结构参量和电磁参量对 AANR 频率范围的影响

在光子晶体能带的计算过程中,用到了很多结构参量(光子晶体晶格类型,介质柱或空气柱的半径与周期的比值)和电磁参量(介质介电常量,入射电

磁波的偏振方向). 这些参量都会影响光子晶体的能带结构,同时也影响到了光子晶体的 AANR 频率范围.

2.2.1 介电常量对 AANR 频率范围的影响

分别选取二维正方晶格介质柱型光子晶体和二维三角晶格空气柱型光子晶体进行研究,介电常量对光子晶体 AANR 范围的影响如图 5. 空气的介电常量为 1,介质柱/空气柱半径与晶格周期的比值皆取 0.35,入射电磁波都为 E 偏振.

由图 5 可知,只有当介质柱/本底介质介电常量达到一定值时,光子晶体才有可能开始出现 AANR 现象. 上述条件下,二维正方介质柱型如图 5(a),要求介质柱介电常量大于 9,而三角空气柱型如图 5(b),需要本底介质介电常量大于 26. 此外,随着本

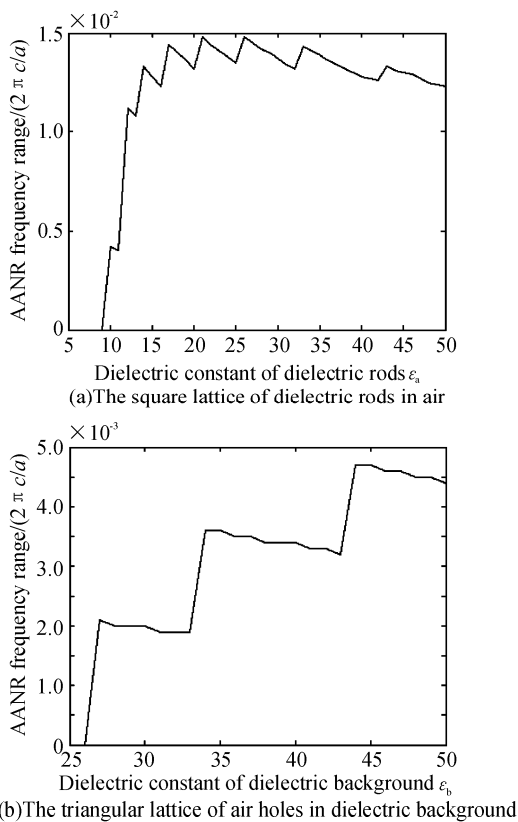


图 5 光子晶体 AANR 频率范围随介电常量的变化
Fig. 5 The AANR frequency range as a function of dielectric constant

底介质介电常量的增加,三角空气柱型光子晶体 AANR 频率范围也有不断增大的趋势.

计算表明,其他类型的光子晶体要实现 AANR 现象,对介电常量都有一定的要求:介质柱型要求介质柱介电常量达到一定值,而空气柱型要求本底介质介电常量大于一定阈值. 所以,在实际制作光子晶体时,应尽量选取介电常量较大的材料.

2.2.2 其他参量对 AANR 频率范围的影响

为了研究光子晶体 AANR 范围随其它各参量的变化情况,本文选取了较为常见的 CuO 棒作为介

质. 氧化铜的介电常量为 18.1,空气介电常量为 1,图 6(a)给出了在 E 偏振电磁波入射下,随着氧化铜棒半径与晶格周期比值的变化,正方晶格光子晶体 AANR 频率范围的变化情况.

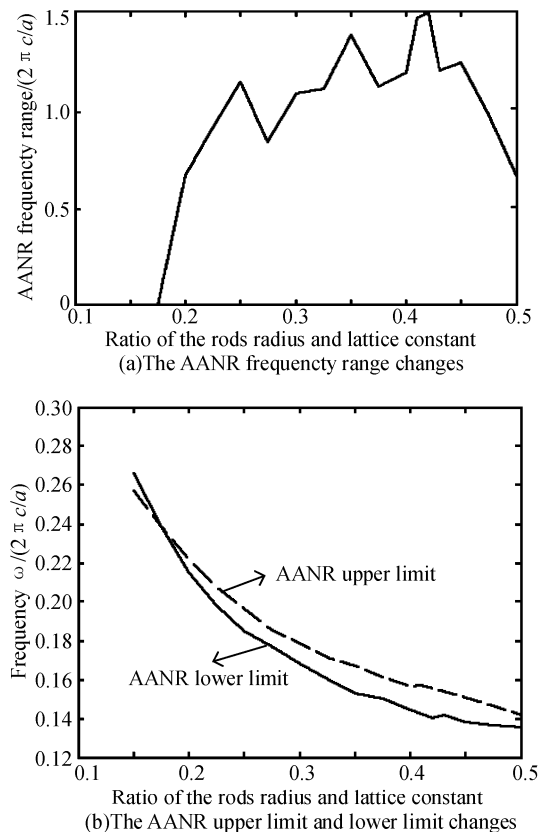


图 6 氧化铜棒光子晶体 AANR 频率范围和上下限随氧化铜棒半径与周期比值的变化

Fig. 6 AANR frequency range and upper limit and lower limit changes with the ratio of the rods radius and lattice constant

计算表明,CuO 棒光子晶体其他类型光子晶体,如正方晶格 H 偏振,三角晶格 E 偏振,H 偏振下,光子晶体并不存在全入射角负折射现象.

由图 6(a),可以粗略地估计出使氧化铜棒正方晶格光子晶体 AANR 频率范围最大,各参量应该选择:正方晶格,E 偏振下,介质柱半径 $r = 0.42a$. 此时,AANR 频率范围为: $\Delta = 0.1555(2\pi c/a) - 0.1405(2\pi c/a) = 0.0150(2\pi c/a)$.

当然,在实际制作氧化铜棒光子晶体时,可以根据实验条件,适当选择氧化铜棒半径与晶格周期的比值. 如图 6(b),是二维正方晶格 CuO 棒光子晶体,入射电磁波为 E 偏振时,光子晶体 AANR 频率上下限随氧化铜棒半径与晶格周期比值的变化情况.

3 结论

利用二维光子晶体的等频线分析原理和平面波展开方法,得到了使二维光子晶体产生全入射角负

折射现象,入射电磁波的频率取值范围.同时分析了 AANR 范围随着各结构参量和电磁参量变化的行为,得出:1) 固定组成光子晶体的一种介质的介电常量,另一介质的介电常量只有达到一定阈值,才有可能使光子晶体出现 AANR 现象.实际中,应尽量选择介电常量较大的介质材料;2) 在给定两种介质介电常量的条件下,存在使 AANR 频率范围最大化的结构参量和电磁参量.以 CuO 棒二维光子晶体为例,使该光子晶体 AANR 范围最大的各个参量为:正方晶格,E 偏振下,氧化铜棒半径与晶格周期的比值为 0.42.这些参量可以为具体的实验提供理论依据.

参考文献

- [1] PENDRY J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(18):3966-3969.
- [2] FANG Y. Imaging by photonic crystal without negative refraction[J]. *Laser Phys Lett*, 2005, **2**(10):502-505.
- [3] FANG Yun-tuan, LIU Yu-zhen, SHEN Ting-gen. Negative refraction and reflection of Gaussian beam on two-dimensional photonic crystal slab[J]. *Chinese Optics Letters*, 2006, **4**(4):230-233.
- [4] TANG Zhi-xiang, PENG Run-wu, FAN Dian-yuan, *et al.* Absolute left-handed behaviors in a triangular elliptical-rod photonic crystal[J]. *Optics Express*, 2005, **13**(24):9796-9796.
- [5] PENDRY J B. All-angle negative refraction without negative effective index[J]. *Phys Rev B*, 2002, **65**(20):201104-1-201104-4.
- [6] SHEN Yi-fu. Solid physics tutorial [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2005:327-329.
沈以赴. 固体物理学基础教程[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005:327-329.
- [7] PLIHAL M, MARADUDIN A A. Photonic band struction of two-dimensional systems: The triangular lattice[J]. *Phys Rev B*, 1991, **44**(16):8565-8571.
- [8] YANG Yi-biao, WANG Yun-cai, LI Xiu-jie, *et al.* Numerical simulation of the photonic bandgap of two-dimensional photonic crystals with kagome lattice [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(5):724-728.
杨毅彪, 王云才, 李秀杰, 等. 二维 Kagome 格子光子晶体禁带的数值模拟[J]. 光子学报, 2006, **35**(5):724-728.
- [9] LIANG Hua-qiu, FENG Shang-shen. Giant band gaps of rectangle lattice 2D photonic crystal at high frequency[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(5):781-784.
梁华秋, 冯尚申. 在高频区存在巨带隙的长方晶格二维光子晶体[J]. 光子学报, 2005, **34**(5):781-784.
- [10] SUN Zhi-hong. Degeneracy analysis based on the symmetry relations of two-dimensional photonic cystal resonant modes [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(3):468-472.
孙志红. 由光子晶体局域模对称关系分析其简并性[J]. 光子学报, 2005, **34**(3):468-472.
- [11] STOCKER H. Physics handbook [M]. WU Xi-zhen, LI Zhuxia, CHEN Shi-ping, transl. Beijing: Peking University Press, 2004:508.
STOCKER H. 物理手册[M]. 吴锡真, 李祝霞, 陈师平译. 北京: 北京大学出版社, 2004:508.
- [12] KOSAKA H, AKIHISA T, TAKAYUKI K, *et al.* Splitting of triply degenerate refractive indices by photonic crystals[J]. *Phys Rev B*, 2000, **62**(3):1477-1480.
- [13] ELEFTHERIADES G V, BALMAIN K G. Negative refraction metamaterials: fundamental principles and applications [M]. New York: Wiley-IEEE Press, 2005:275; 279-284.
- [14] NOTOMI M. Theory of light propagation in strongly modulated photonic srystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap[J]. *Phys Rev B*, 2000, **62**(16):10696-10705.
- [15] ZHAO Jian-lin. Advanced optics [M]. Beijing: National Defence Indestry Press, 2003:35-36.
赵建林. 高等光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003:35-36.

Analysis of Structural Parameter and Electromagnetic Parameter in Two-Dimensional Photonic Crystals with All-Angle Negative Refraction Property

YI Yan, FANG Ji-xiang, DING Bing-jun

(*State Key Laboratory for Mechanicals Behavior of Meterials, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

Received date: 2006-09-19

Abstract: Constant-frequency contours analysis method and the plane-wave method were employed to gain the frequency range of the incident electromagnetic waves when all-angle negative refraction (AANR) phenomenon occurs in two-dimensional photonic crystals. The dependence of the frequency range on structural parameter (crystal lattice shape, the ratio of the rod radius and the lattice constant) and electromagnetic parameter (the dielectric constants of the rods and of the background, incident electromagnetic waves with different polarization) were investigated. The result shows that when a dielectric constant is fixed, it is necessary that the other dielectric constant reach a threshold. Photonic crystal has its optimized structural parameter and electromagnetic parameter when it has its largest AANR frequency range.

Key words: Photonic crystals; AANR; Constant-frequency contours analysis method; Negative refraction



YI Yan was born in 1981. She got Master's degree in Xi'an Jiaotong University with major research on the theory and application of photonic crystals. Now, she works in Hangzhou Applied Acoustics Research Institute.