

第六章 线性系统的校正

通常，控制系统由控制器和受控对象组成，如图6-1所示。为了满足给定的各项性能指标，可以调整控制器的参数（如放大器增益等）。如通过调整控制器的参数仍无法满足系统的性能指标要求，就必须在系统中加入一些机构和装置，使整个系统的特性发生变化，从而满足给定的各项性能指标。

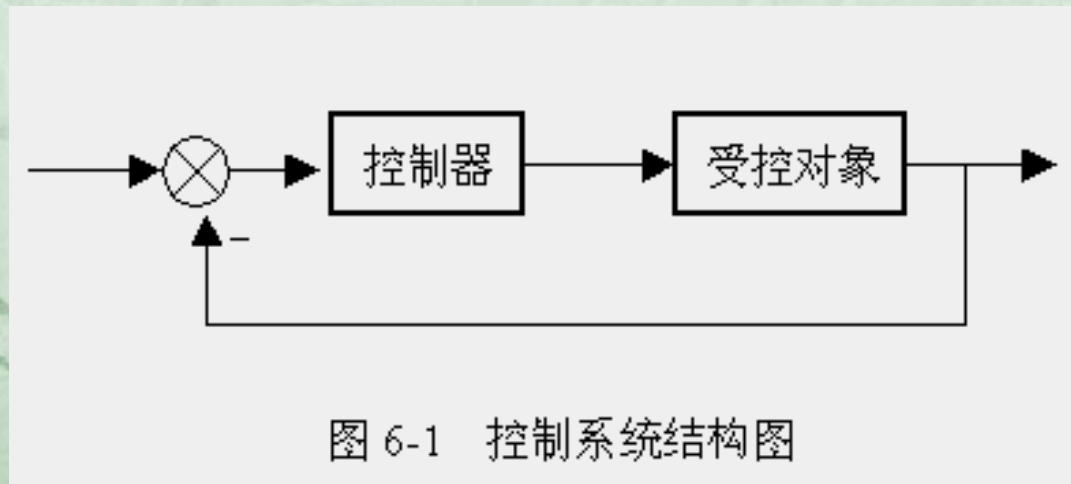


图 6-1 控制系统结构图

6-1 引言

所谓校正，就是在系统中加入一些机构和装置，使整个系统的特性发生变化，从而满足给定的各项性能指标。

一：性能指标

性能指标通常由使用单位或被控对象的设计制造单位提出，不同的控制系统对性能指标的要求应有不同的侧重。例如，调速系统对平稳性和稳态精度要求较高，而随动系统则侧重于快速性要求。

性能指标的提出，应符合实际系统的需要与可能。一般地说，性能指标不应当比完成给定任务所需要的指标更高。

在控制系统的设计中，采用的设计方法一般依据性能指标的形式而定。如果性能指标以单位阶跃响应的峰值时间、调节时间、超调量、阻尼比、稳态误差等时域特征量给出时，一般采用根轨迹法校正。如果性能指标以系统的相角裕度、幅值裕度、谐振峰值、闭环带宽、静态误差系数等频域特征量给出时，一般采用频率法校正。目前，工程技术界多习惯采用频率法，故通常通过近似公式进行两种指标的互换。

1: 二阶系统频域指标与时域指标的关系

谐振峰值 $M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (\zeta \leq 0.707)$

谐振频率 $\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \quad (\zeta \leq 0.707)$

带宽频率 $\omega_b = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}}$

截止频率 $\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1-4\zeta^4} - 2\zeta^2}$

相角裕度 $\gamma = \arctg \frac{\zeta}{\sqrt{\sqrt{1-4\zeta^4} - 2\zeta^2}}$

超调量 $\sigma\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\%$

调节时间 $t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} \quad \omega_c t_s = \frac{7}{\text{tg}\gamma}$

2: 高阶系统频域指标与时域指标的关系

谐振峰值 $M_r = \frac{1}{\sin\gamma}$

超调量 $\sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \quad (1 \leq M_r \leq 1.8)$

调节时间 $t_s = \frac{K\pi}{\omega_c}$

$$K = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \quad (1 \leq M_r \leq 1.8)$$

二：校正的作用

在系统设计的初步阶段，总是先选择一些元部件（如执行元件、测量元件、放大元件）构成系统的基本组成部分，它往往不能满足系统的各项性能指标要求。为此，须引入校正装置，使最后的系统满足要求。

例6-

1:

设控制系统的开环传递函数为:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.0125s+1)}$$

解 若要求系统在斜坡函数作用下, 稳态误差 $e_{ss} \leq 0.01$, 且闭环谐振峰值 $M_r = 1.25$, 试选择 K 。

根据稳态误差的要求, 应取 $K \geq 100$, 设 $K=100$, 作出系统的开环频率特性曲线, 如图6-2所示。系统是不稳定的。

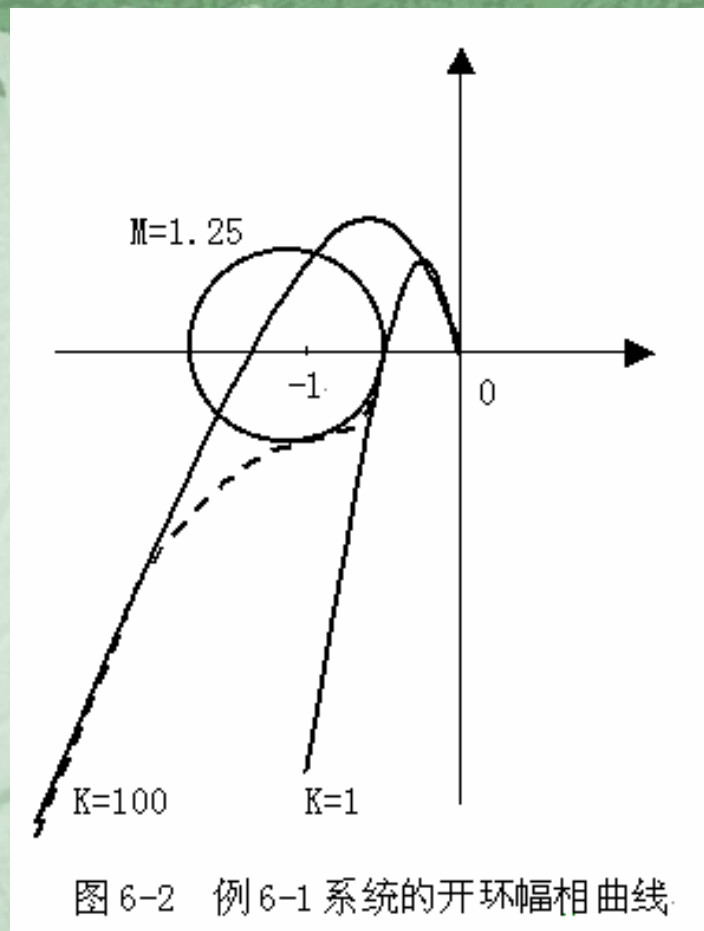


图6-2 例6-1系统的开环幅相曲线

从闭环谐振峰值 $M_r=1.25$ 出发，可求得 $K=1$ ，不满足稳态误差的要求。

对于本题，调整开环增益 K 无法同时满足系统稳态误差和谐振峰值的要求。

若引入校正装置，使系统的开环幅相曲线如图6-2中的虚线所示，则可同时满足系统稳态误差和谐振峰值的要求。

三：校正方式

按照校正装置在系统中的连接方式，控制系统校正方式可分为串联校正、反馈校正、前馈校正和复合校正四种。

如果校正装置串联于系统的前向通道之中，称为串联校正。若校正装置位于系统的局部反馈通道之中，则称为反馈校正，如图6-3所示。

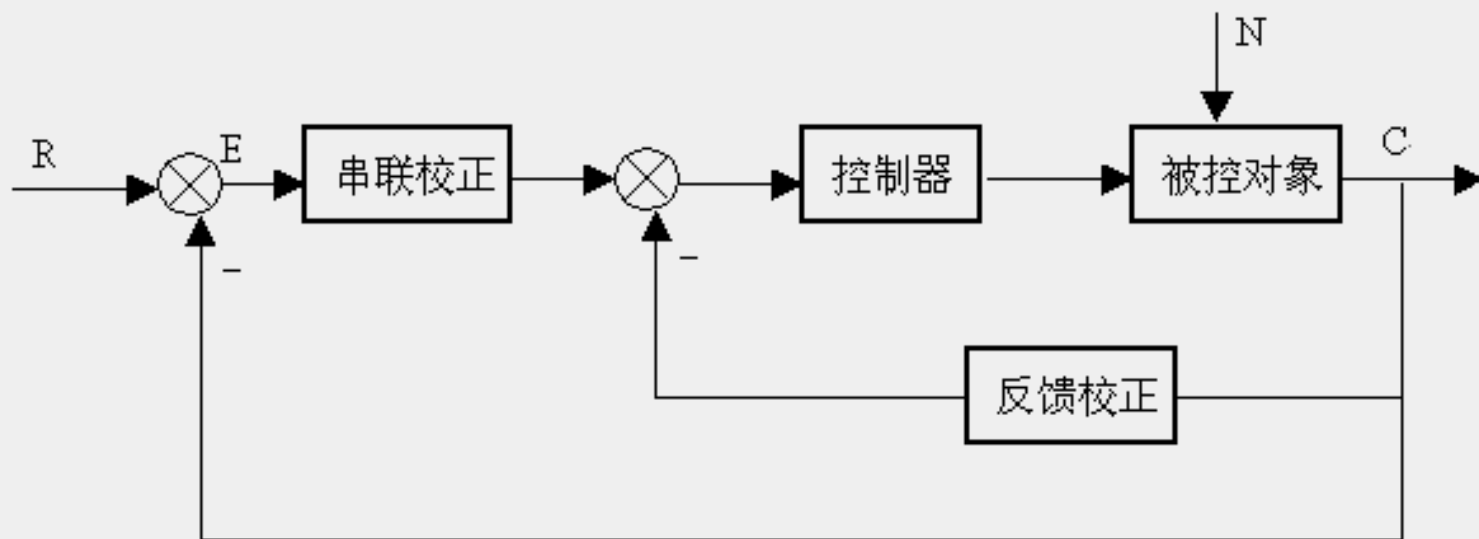


图 6-3 串联校正与反馈校正

前馈校正又称顺馈校正，是在系统主反馈回路之外采用的校正方式。前馈校正装置位于系统给定值之后，主反馈作用点之前的前向通道上，如图6-4(a)所示。这种校正方式的作用相当于对给定值进行整形或滤波后，再送入反馈系统。另一种前馈校正装置接在系统可测扰动作用点与误差测量点之间，对扰动信号进行直接或间接测量，并经变换后接入系统，形成一条附加的对扰动影响进行补偿的通道，如图6-4(b)所示。前馈校正可以单独作用于开环控制系统，也可以作为反馈控制系统的附加校正而组成复合控制系统。

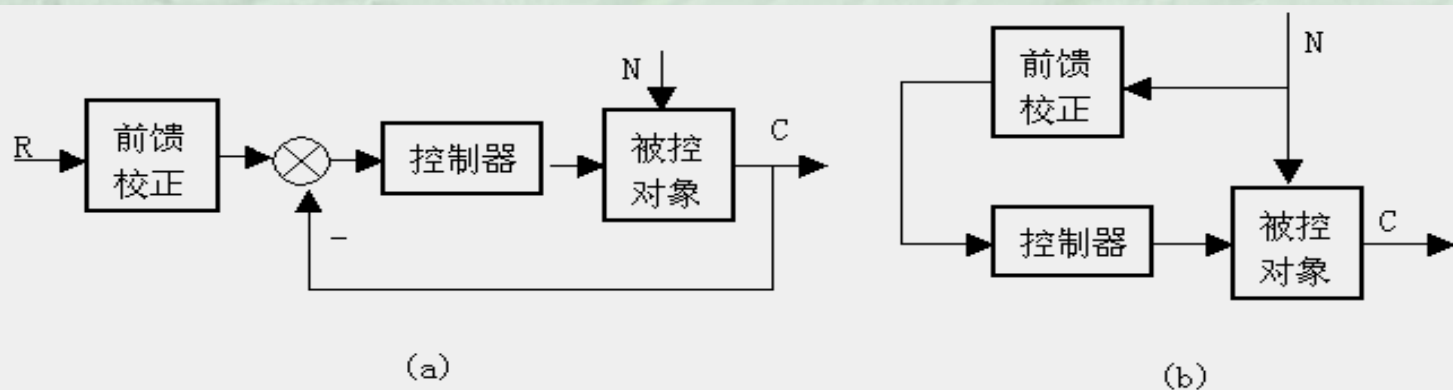
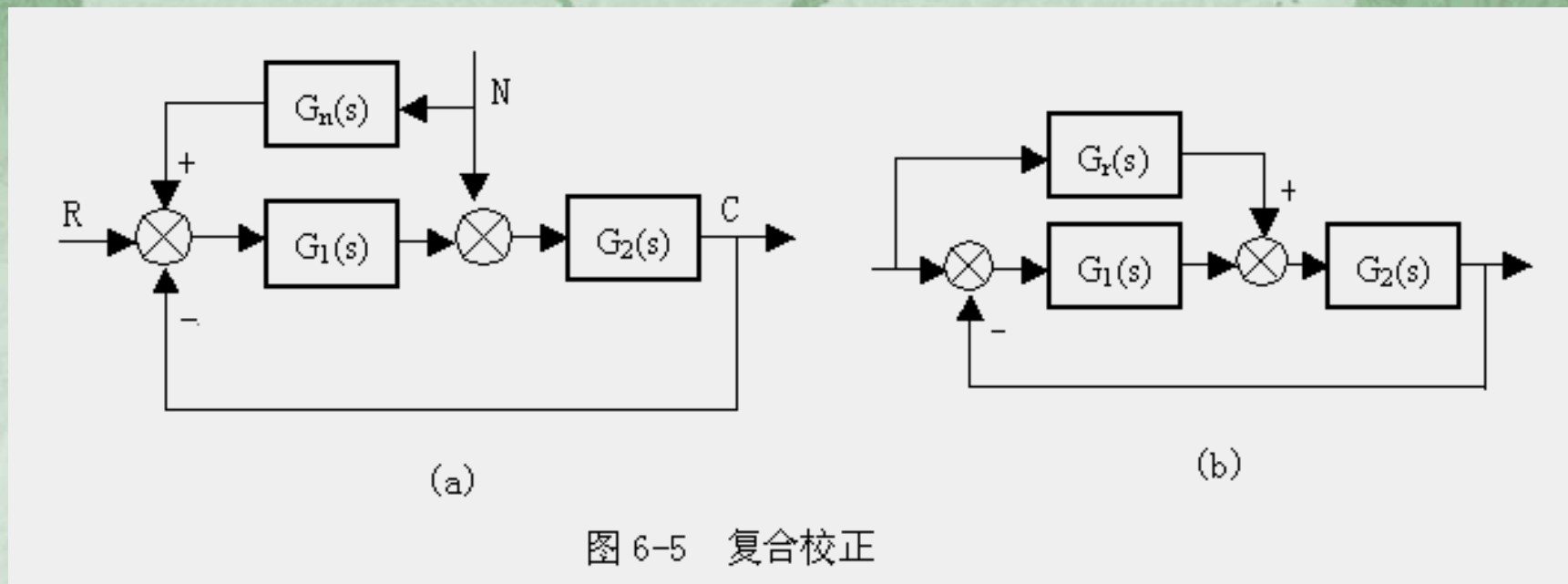


图 6-4 前馈校正

复合校正方式是在反馈控制回路中，加入前馈校正通路，组成一个有机整体，如图6-5所示，其中 (a) 为按扰动补偿的复合控制形式，(b) 为按输入补偿的复合控制形式。



在控制系统的设计中，常用的校正方式为串联校正和反馈校正两种。而串联校正又比反馈校正设计简单，也比较容易对信号进行各种必要形式的变换。

四：基本控制规律

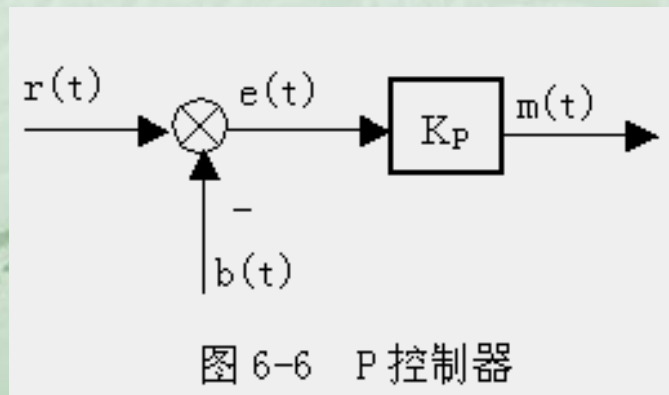
包含校正装置在内的控制器，常常采用比例、微分、积分等基本控制规律，或者采用这些基本控制规律的某些组合，如比例-微分、比例-积分、比例-积分-微分等组合控制规律，以实现对被控对象的有效控制。

1: 比例控制规律

具有比例控制规律的控制器，称为P控制器，如图6-6所示，其输入、输出之间的关系为：

$$m(t) = K_p e(t)$$

P控制器实质上是一个具有可调增益的放大器。在信号变换过程中，P控制器只改变信号的增益而不影响其相位。



在串联校正中，加大控制器增益，可以提高系统的开环增益，减小系统的稳态误差，从而提高系统的控制精度；但系统开环增益的增加，降低了系统的相对稳定性，甚至可能造成闭环系统不稳定。因此在系统校正设计中，很少单独使用比例控制规律。

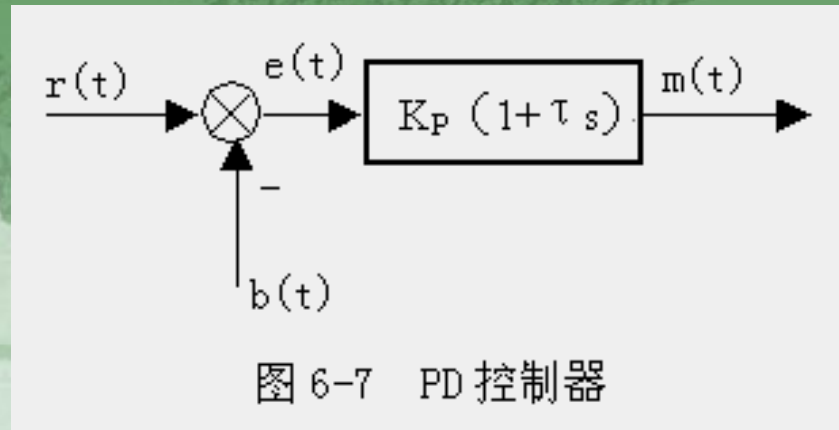
2: 比例-微分控制规律

具有比例-微分控制规律的控制器的控制器，称为PD控制器，如图6-7所示，其输入、输出之间的关系为：

$$m(t) = K_p e(t) + K_p \tau \frac{de(t)}{dt}$$

其中， K_p 为比例系数， τ 为微分时间常数。

PD控制器中的微分控制规律，能反应输入信号的变化趋势，产生有效的早期修正信号，以增加系统的阻尼程度，从而改善系统的稳定性。在串联校正中，PD控制器增一个开环零点，使系统的相角裕度提高，有助于改善系统的动态性能。



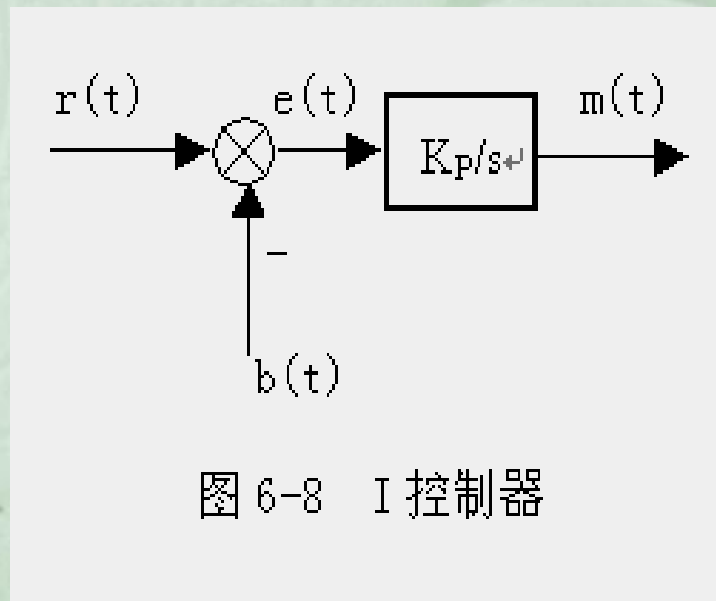
需要指出，因为微分控制只对动态过程起作用，而对稳态过程没有影响，且对系统噪声非常敏感，所以单一的D控制器在任何情况下都不宜与被控对象串联起来单独使用。通常微分控制规律总是与比例控制规律或比例-积分控制规律结合起来，构成组合的PD或PID控制器，应用于实际的控制系统。

3: 积分控制规律

具有积分控制规律的控制器的，称为I控制器，如图6-8所示，其输入、输出之间的关系为：

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

在串联校正时，采用I控制器可以提高系统的型别（无差度），有利于系统稳态精度的提高，但积分控制使系统增加了一个位于原点的开环极点，使系统产生 90° 的相角迟后，不利于系统的稳定性。因此，在控制系统的校正设计中，通常不宜采用单一的I控制器。



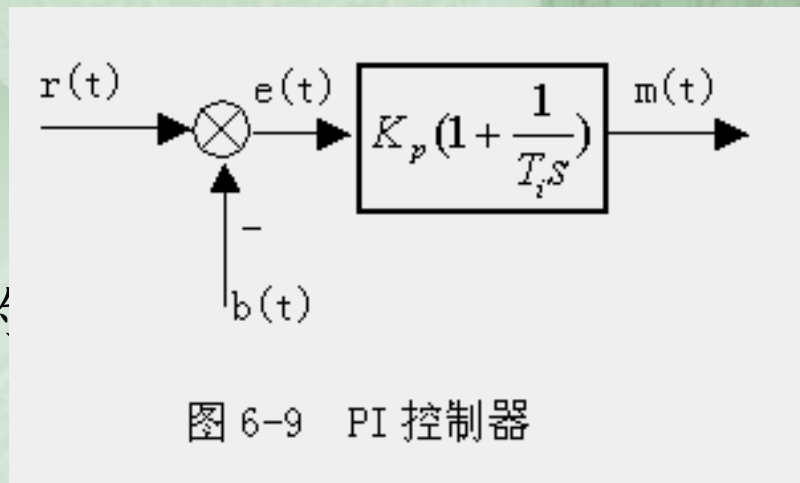
4: 比例-积分控制规律

具有比例-积分控制规律的控制器的，称为PI控制器。如图6-9所示，其输入、输出之间的关系为：

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

在串联校正中，PI控制器相当于在系统中增加了一个位于原点的开环极点和一个位于s左半平面的开环零点。位于原点的极点可以提高系统的型别，以消除或减小

系统的稳态误差，改善系统的稳态性能；而增加的开环零点则用来提高系统的阻尼程度，缓和PI控制器极点对系统产生的不利影响。在控制工程实践中，PI控制器主要用来改善控制系统的稳态性能。



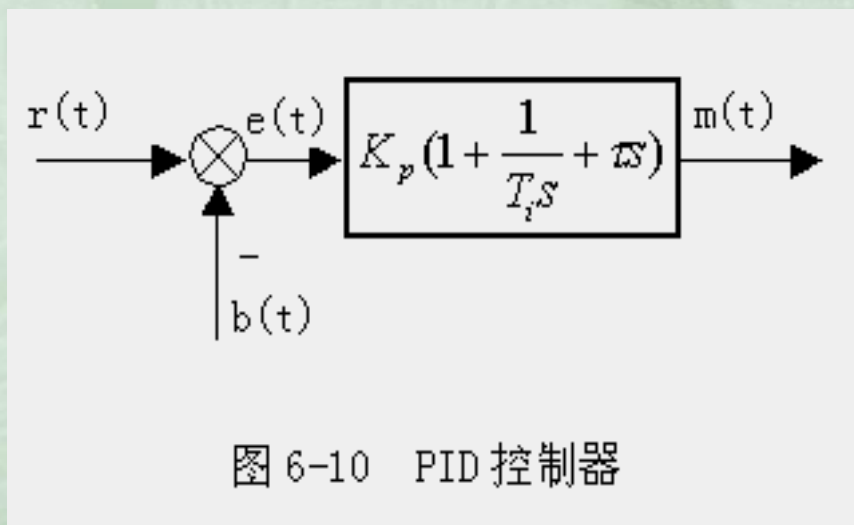
5: 比例-积分-微分控制规律

具有比例-积分-微分控制规律的控制器的，称为PID控制器。

如图6-10所示，其输入、输出之间的关系为：

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau \frac{de(t)}{dt}$$

当利用PID控制器进行校正时，除可使系统的型别提高1级外，还为系统提供了两个负实零点。与PI控制器相比，除了同样具有提高系统稳态性能的优点外，还多提供了一个负实零点，在提高系统的动态性能方面具有更大的优越性。



在工业过程控制中，广泛使用PID控制器。PID控制器各部分的参数，在系统现场调试中最后确定。通常，应使I部分发生在系统频率特性的低频段，以提高系统的动态性能，而使D部分发生在系统频率特性的中频段，以改善系统的动态性能。

6-2 常用校正装置及其特性

本节集中介绍常用校正无源及有源校正网络的电路形式、传递函数、对数频率特性等，以便控制系统校正时使用。无源校正网络

1: 无源超前网络

无源超前网络电路图如图6-11所示，其传递函数

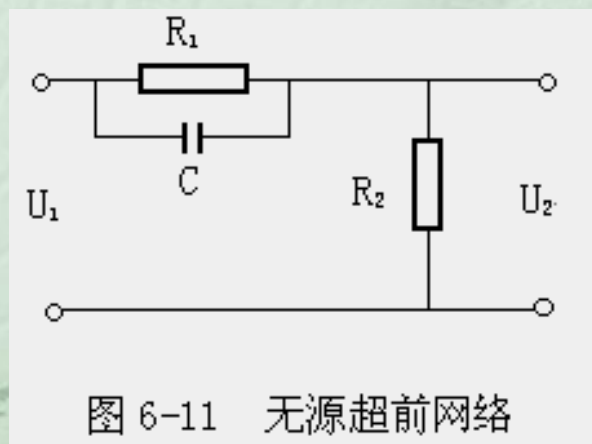
为：

$$G(s) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

其中：

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

a称为分度系数，T为时间常数。



常用无源超前校正网络串联校正时，控制系统的开环增益要下降 a 倍，为保证系统的稳态精度，可通过提高原系统增益来补偿。

为方便起见，常把无源超前校正装置的传递函数设为：

$$G(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad a > 1$$

其零、极点分布图和Bode图如图6-12所示。显然，超前校正对频率在 $1/aT$ 和 $1/T$ 之间的输入信号有微分作用，在该频率范围内，输出信号相角比输入信号相角超前，超前网络的名称由此而得。

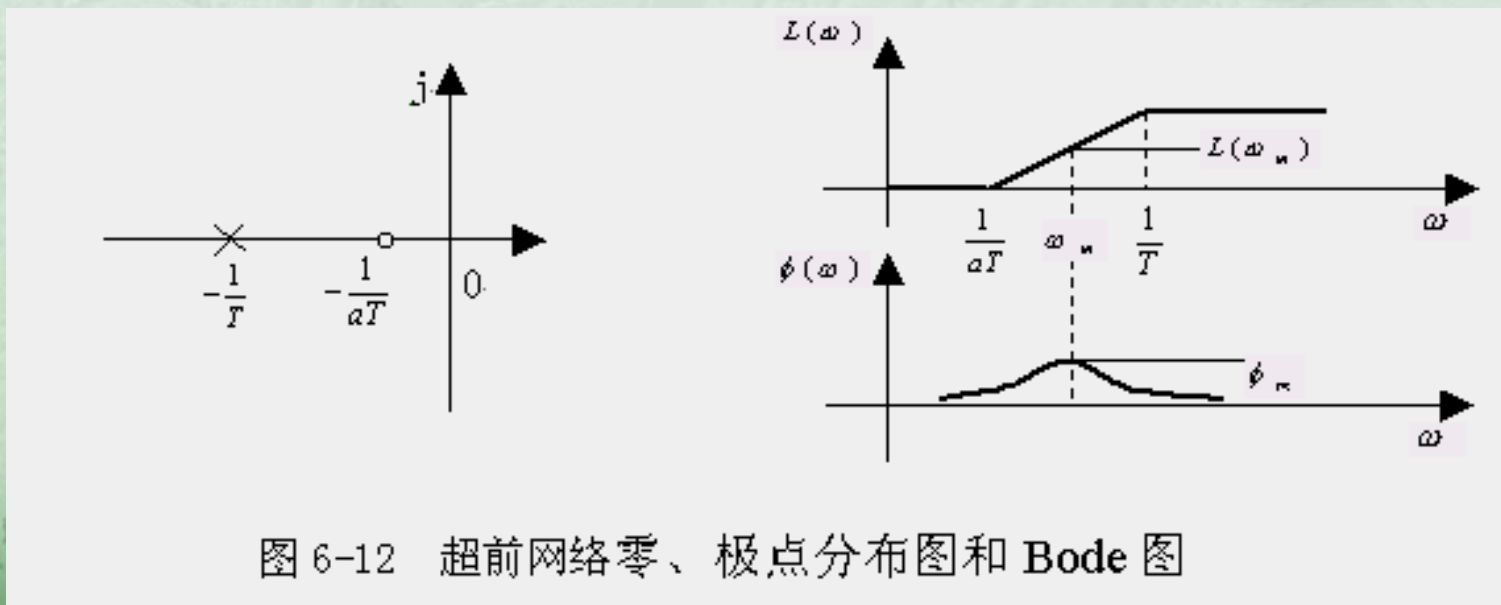


图 6-12 超前网络零、极点分布图和 Bode 图

令 $\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = 0$
 得 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{aT}}$ $\phi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$

说明最大超前频率 ω_m 正好在 $1/aT$ 和 $1/T$ 的几何中心，此时 $L(\omega_m) = 10lg a$ 。

2: 无源迟后网络

无源迟后网络电路图如图6-13所示，其传递函数为：

$$G(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts}$$

其中 $b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1, T = (R_1 + R_2)C$

通常， b 称为分度系数，表示迟后深度。

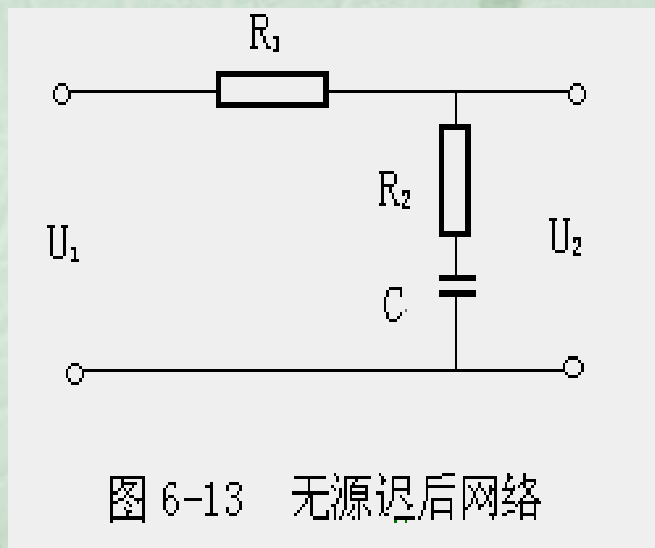
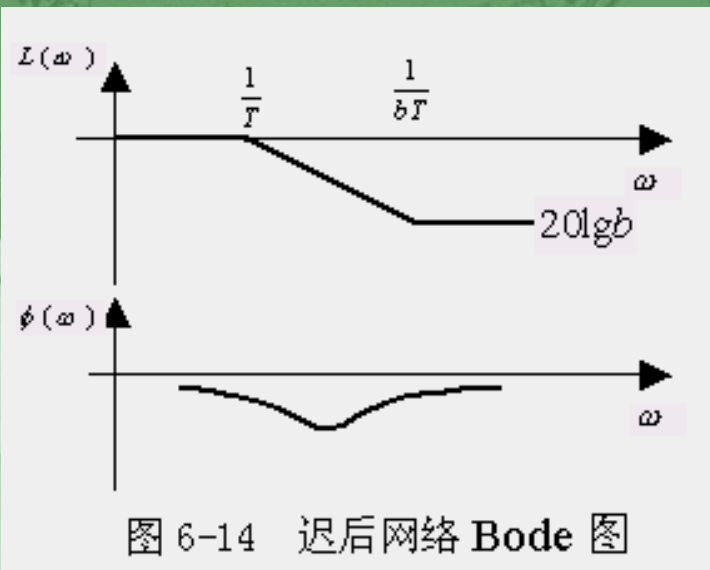


图 6-13 无源迟后网络

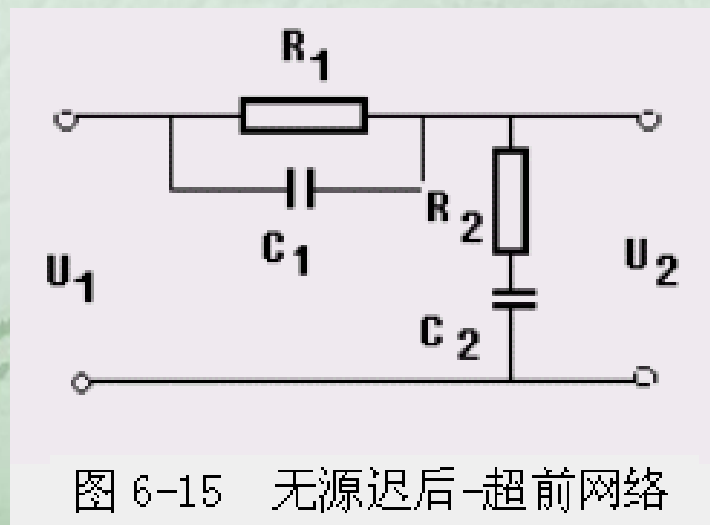
无源迟后网络的Bode图如图6-14所示。由图可见，迟后网络在频率 $1/T$ 和 $1/bT$ 之间呈积分效应，在转折频率 $1/bT$ 之后，其对数幅频特性的幅值为 $20\lg b < 0$ ，而对数相频特性呈迟后特性。



采用迟后网络进行校正时，主要利用其高频幅值衰减的特性，以降低系统的开环截止频率，提高系统的相角裕度。

3: 无源迟后-超前网络

无源迟后-超前网络的电路图如图6-15所示，其传递函数为：



$$G(s) = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{T_a T_b s^2 + (T_a + T_b + T_{ab})s + 1}$$

其 $T_a = R_1 C_1$ $T_b = R_2 C_2$ $T_{ab} = R_1 C_2$ $T_a > T_b$

传递函数的分母可写

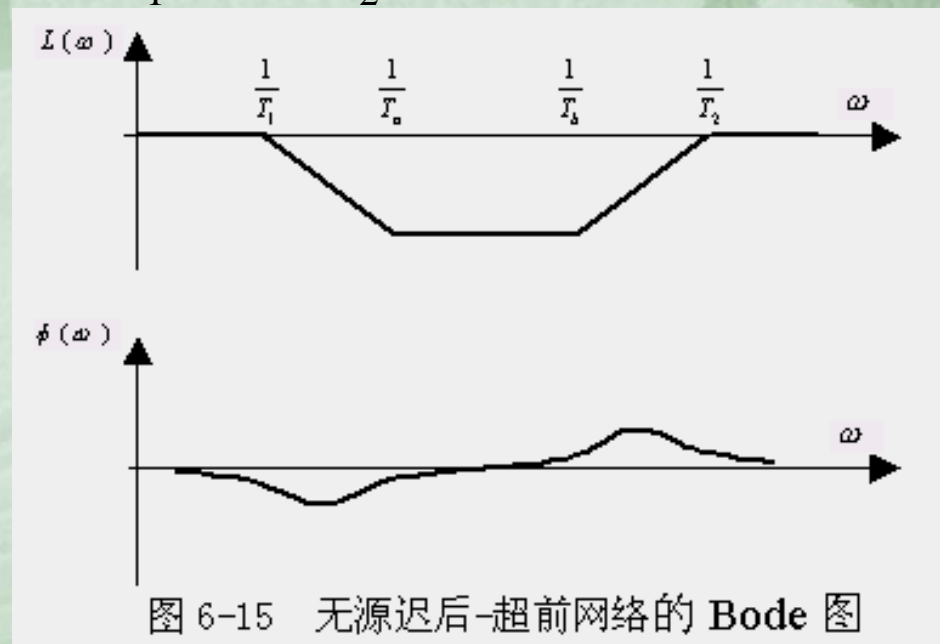
$$T_b s^2 + (T_a + T_b + T_{ab})s + 1 = (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)$$

$$T_a T_b = T_1 T_2$$

$$\frac{T_1}{T_a} = \frac{T_b}{T_2} = \alpha > 1$$

传递函数写为：

$$G(s) = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{(1 + \alpha T_a s)(1 + \frac{1}{\alpha} T_b s)}$$



无源迟后-超前网络的Bode图如图6-16所示。

常用无源校正网络的电路图、传递函数及对数幅频渐近特性，见表6-1。

二：有源校正装置

实际控制系统中广泛采用无源网络进行校正，但由于负载效应问题，有时难以实现希望的控制规律，此外，复杂网络的设计与调整也不方便。因此，有时需要采用有源校正装置。

采用的有源校正装置，除测速发电机及其与无源网络的组合，以及PID控制器外，通常把无源网络接在运算放大器的反馈通路中，形成有源网络，以实现要求的控制规律。

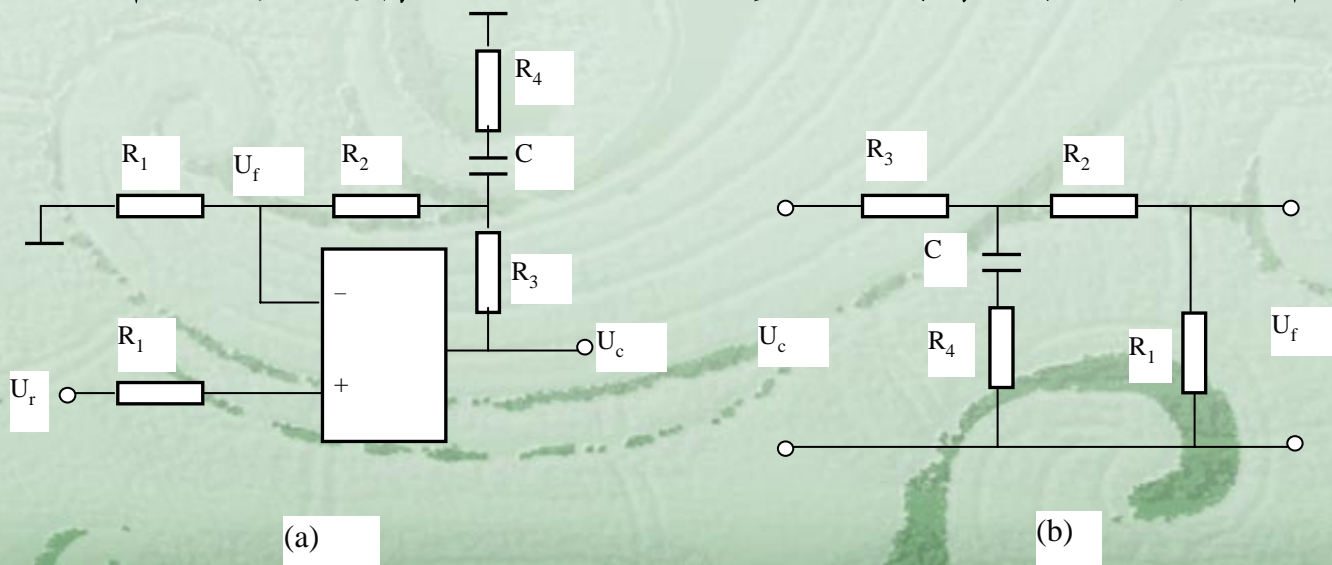


图6-17 同相输入超前有源网络及其等效电路

有源校正网络有多种形式。图6-17 (a) 为同相输入超前有源网络，图6-17 (b) 为其等效电路。

有源超前网络的传递函数为：

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{U_c(s)}{U_f(s)} = K \frac{1+T_1s}{1+T_2s}$$

式中：

$$K = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1} > 1$$

$$T_1 = \frac{(R_1 + R_2 + R_4)R_3 + (R_1 + R_2)R_4}{R_1 + R_2 + R_3} C$$

$$T_2 = R_4 C$$

若选择参数使 $T_1 > T_2$ ，则 $G(s)$ 为有源超前校正装置。

常用有源超前校正装置示于表6-2之中。

6-3 频率响应法校正

如果系统设计要求满足的性能指标属频域特征量，则通常采用频域校正方法。在频域内进行系统设计，是一种间接设计方法，因为设计结果满足的是一些频域指标，而不是时域指标。然而，在频域内进行设计又是一种简便的方法，在伯德图上虽然不能严格定量地给出系统的动态性能，但却能方便地根据频域指标确定校正装置的参数，特别是对已校正系统的高频特性有要求时，采用频域法校正较其他方法更为方便。

频域设计的这种简便性，是因为开环系统的频率特性与闭环系统的时间响应有关。一般地说，开环频率特性的低频段表征了闭环系统的稳态性能；开环系统的中频段表征了闭环系统的动态性能；开环系统的高频段表征了闭环系统的复杂性和噪声抑制性能。因此，开环系统频率特性所期望的形状为：低频段增益充分大，以保证系统稳态误差的要求；中频段对

数幅频特性斜率一般为 -20db/dec ，并占据充分宽的频带，以保证系统有适当的相角裕度；高频段增益尽快减小，以削弱噪声的影响，若系统原有部分高频段已符合该种要求，则校正时可保持高频段形状不变，以简化校正装置的形式。

在线性系统的校正设计中，常用的方法有分析法和综合法两种。

分析法又称试探法，用分析法设计校正装置比较直观，在物理上易于实现，但要求设计者有一定的工程设计经验，设计过程带有试探性。目前工程技术界多采用分析法进行系统设计。

综合法又称期望特性法，这种设计方法从闭环系统性能与开环系统特性密切相关这一概念出发，根据规定的性能指标要求确定系统期望的开环特性形状，然后与系统原有开环系统相比较，从而确定校正方式、校正装置的形式和参数。综合法有广泛的理论意义，但希望的校正装置传递函数可能相当复杂，在

一：串联超前校正

利用超前校正装置进行串联超前校正的基本原理，是利用超前校正装置的相角超前特性，来改善系统的动态特性，因此超前校正装置的最大超前角所对应的频率设计在校正后系统的截止频率处，具体步骤为：

- (1) 根据稳态误差的要求，确定原系统的开环增益 K ；
- (2) 利用已确定的开环增益 K ，计算未校正系统的相角裕度 γ' ；
- (3) 确定需要产生的最大超前角 ϕ_m ，公式为：

$$\phi_m = \gamma - \gamma' + (5^\circ - 10^\circ)$$

考虑到校正后，系统新的截止频率将比原系统的截止频率略有增加，在 ϕ_m 的计算公式中增加了 $(5^\circ - 10^\circ)$ 。根据 ϕ_m 可以计算出 a 的数值。

(4) 把校正装置的最大超前角频率 ω_m 确定为系统新的截止频率。即要求原系统在 ω_m 处的幅频为 $-10 \lg a$ ，从而确定

(5) 计算校正装置的传递函数。

(6) 验算校正后系统的性能指标。

(7) 确定超前校正网络的元件值。

例6-2: 设一单位负反馈系统的开环传递函数为:

$$G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)}$$

要求系统的稳态误差系数 $K_v=100\text{秒}^{-1}$, 相角裕度 $\gamma \geq 55^\circ$, 幅值裕度 $h \geq 10\text{db}$, 试确定串联超前校正装置。

解: 根据稳态误差的要求, 取 $K=100$;

作出原系统的对数幅频特性和对数相频特性曲线如图6-18所示。校正前系统的截止频率及相角裕度为: $\omega_c' = 31.6\text{秒}^{-1}$, $\gamma' = 18^\circ$ 。

需要利用超前校正装置产生的最大超前角为: $\phi_m = \gamma - \gamma' + (5^\circ - 10^\circ)$, 取 $\phi_m = 45^\circ$ 。

根据 $\phi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$
得 $a = 6 \quad 10\lg a = 7.8\text{db}$

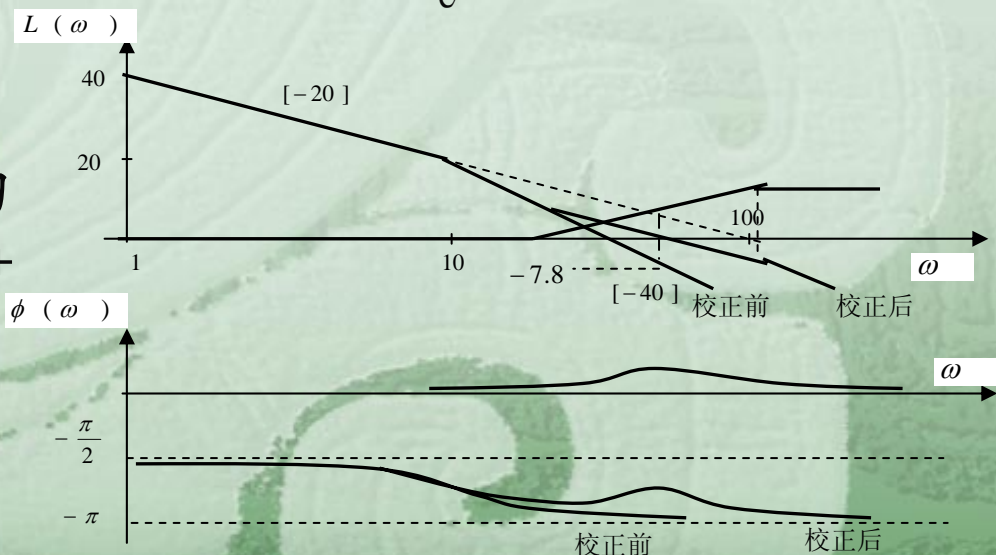


图6-18 例6-2系统的bode图

在原系统的对数幅频特性曲线中取幅值为-7.8db的点，此点所对应的频率为超前校正装置的最大超前角频率 ω_m ，也是校正后系统的截止频率 ω_c ，

$$\omega_m = \omega_c = 50 \text{秒}^{-1}$$
$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{aT}}$$

得：T=0.008

秒
校正装置的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{1+0.048s}{1+0.008s}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{100}{s(1+0.1s)} \cdot \frac{1+0.048s}{1+0.008s}$$

作出校正装置以及校正后系统的对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线，如图6-18所示。校正后系统的性能指标为： $\omega_c=50\text{秒}^{-1}$ ， $\gamma=56^\circ$ ， $h=+\infty\text{db}$ 。满足要求。

需要指出，若采用无源超前校正网络，需要把原系统的开环增益扩大6倍，并注意负载效应。

例6-3: 设单位负反馈系统的开环传递函数为:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

要求在单位斜坡输入信号作用下, 稳态误差 $e_{ss} \leq 0.1$, 开环截止频率 $\omega_c \geq 4.4$ (rad/s), 相角裕度 $\gamma \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h \geq 10$ db, 试设计串联超前校正装置。

解 根据稳态误差的要求, 确

: 定 $K=10$;

未校正系统的开环传递函数为:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

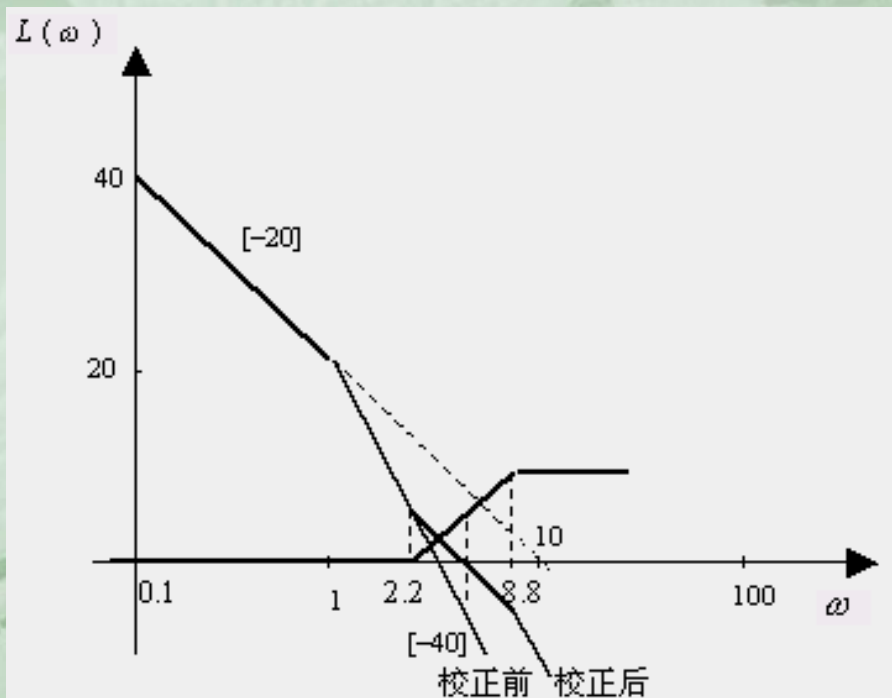


图 6-19 例 6-3 系统的 bode 图

这是一个最小相位系统，其对数幅频渐近特性如图6-19所示。

选择校正后系统的截止频率 $\omega'_c = 4.4 \text{ rad/s}$ ，

即 $\omega_m = \omega'_c = 4.4 \text{ s}^{-1}$ 而此时，未校正系统的幅频特性为 -6 db ，所以：

$$\frac{1}{\sqrt{aT}} = 4.4$$

$$a = 4 \quad T = 0.114$$

$$\text{故 } G_c(s) = \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s}$$

校正后系统的开环频率特性为：
$$G_c(s)G(s) = \frac{10}{s(1+s)} \cdot \frac{1+0.456s}{1+0.114s}$$

作出其开环对数幅频特性渐近特性曲线 $\omega_c = 4.4 \text{ s}^{-1}$ ， $\gamma = 49.7^\circ$ ， $h = +\infty \text{ db}$ ，满足要求。

应当指出，在有些情况下，采用串联超前校正无效的。串联超前校正受以下两方面的限制：

(1) 闭环带宽要求。若未校正系统不稳定，为了得到规定的相角裕度，需要超前网络提供很大的相角超前量。这样，超前网络的 a 值必须选得很大，从而造成已校正系统带宽过大，使系统抗高频噪声的能力下降，甚至使系统失控。

(2) 在截止频率附近相角迅速下降的未校正系统，一般不宜采用串联超前校正，因为随着截止频率的增大，未校正系统的相角迅速减小，使已校正系统的相角裕度改善不大，很难满足要求的性能指标。

二：串联迟后校正

利用迟后校正装置进行串联迟后校正的基本原理，是利用迟后校正装置的高频幅值衰减特性，使已校正系统的截止频率下降，从而使系统获得足够的相角裕度。因此迟后校正装置的最大迟后角应避免发生在校正后系统的截止频率附近，具体步骤为：

- (1) 根据稳态误差的要求，确定原系统的开环增益 K ；
- (2) 利用已确定的开环增益 K ，计算未校正系统的相角裕度 γ' ；
- (3) 选择新的截止频率 ω_c ，要求在新的截止频率处，满足系统相角裕度的要求，公式为：

$$\gamma(\omega_c) = \gamma + (6^\circ - 14^\circ)$$

考虑到校正后，串联迟后校正装置将产生相角迟后， $\gamma(\omega_c)$ 比希望的相角裕度增加了 $(6^\circ - 14^\circ)$ 。

(4) 计算出原系统在 ω_c 处的对数幅频特性 $L'(\omega_c)$ ，为使校正后系统的截止频率为 ω_c ，确定迟后校正装置高频衰减的数值，即： $20\lg b + L'(\omega_c) = 0$

(5) 为减小迟后校正装置相角迟后特性对系统相角裕度的影响，迟后校正装置的转折频率应远离 ω_c ，可取：

$$\frac{1}{bT} = (0.1 - 0.25)\omega_c$$

(6) 计算校正装置的传递函数。

(7) 计算校正后系统的性能指标。

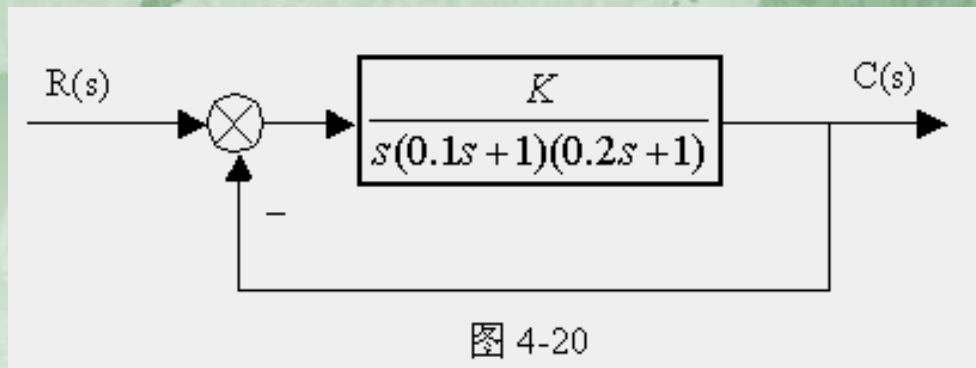
(8) 确定超前校正网络的元件值。

例6-4:

设控制系统如图4-20所示，若要求校正后系统的静态速度误差系数等于30 (s^{-1})，相角裕度不小于 40° ，幅值裕度不小于10db，截止频率不小于2.3 (rad/s)，试设计串联校正装置。

解:

根据稳态误差的要求，确定



$K=30$ 。

作出未校正系统的Bode图如图4-21所示。可以求出 $\omega_c' = 12s^{-1}$ ， $\gamma' = -27.6^\circ$ 。

根据 $\gamma(\omega_c) = \gamma + (6^\circ - 14^\circ)$ ，取 $\gamma(\omega_c) = 46^\circ$ ，

此时 $\omega_c = 2.7s^{-1}$ ， $L'(\omega_c) = 21db$ 。

由 $20lgb + L'(\omega_c) = 0$ ，得 $b = 0.09$ 。

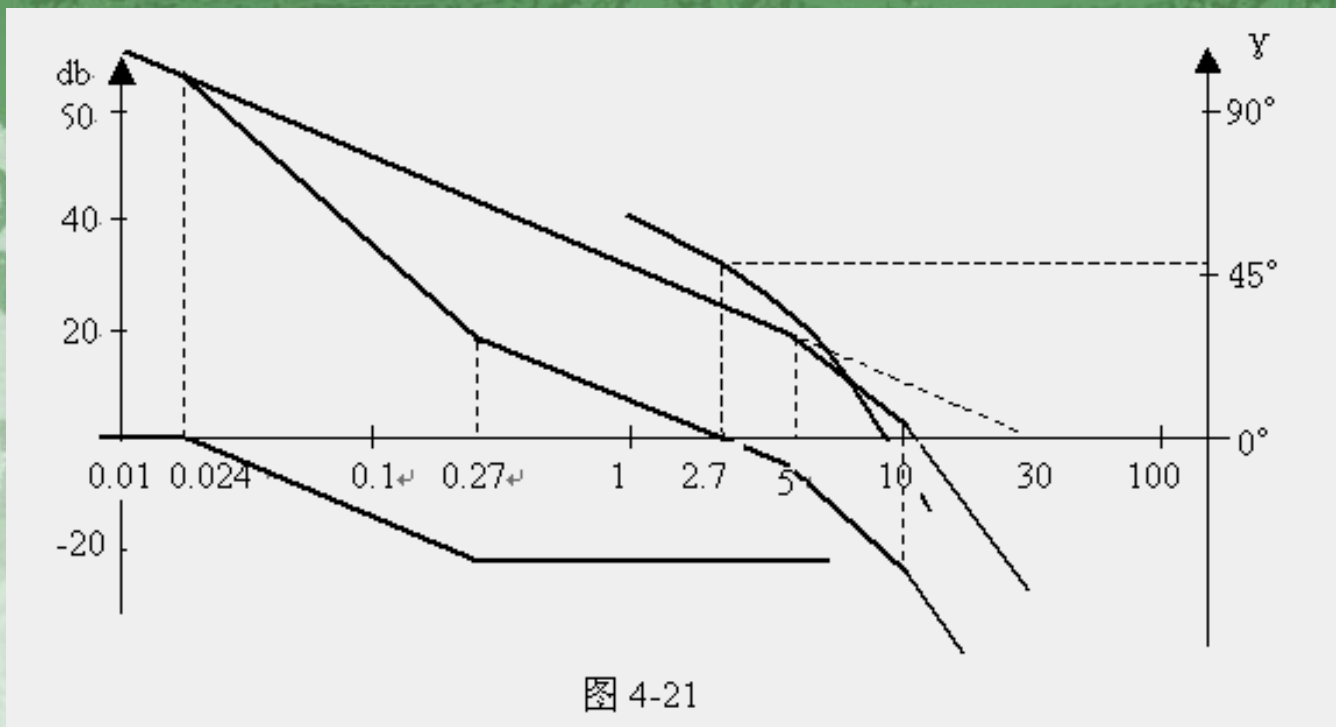


图 4-21

取 $\frac{1}{bT} = 0.1\omega_c$, $T = 41$ 秒。串联迟后校正装置的传递函数为:

$$G_c(s) = \frac{1 + 3.7s}{1 + 41s}$$

在图 4-21 中绘制了校正装置以及校正后系统的开环传递函数的对数幅频特性曲线, 校正后系统的性能指标为:

$$\omega_c = 2.7 \text{ sec} \quad \gamma = 41.3^\circ \quad \omega_g = 6.8 \text{ sec} \quad 20 \lg h = 10.5 \text{ db}$$

串联超前校正、串联迟后校正的比较:

- 1: 超前校正是利用超前网络的相角超前特性, 而迟后校正则是利用迟后网络的高频幅值衰减特性;
- 2: 为了满足系统的稳态性能要求, 当采用无源校正网络时, 超前校正要求一定的附加增益, 而迟后校正一般不需要附加增益;
- 3: 对于同一系统, 采用超前校正的系统带宽大于采用迟后校正系统的带宽。

三：串联迟后-超前校正

当未校正系统不稳定，要求校正后系统响应速度快，相角裕度和稳态精度较高时，以采用串联迟后-超前校正装置为宜。其基本原理是利用超前部分增大相角裕度，利用迟后部分来改善系统的稳态精度。

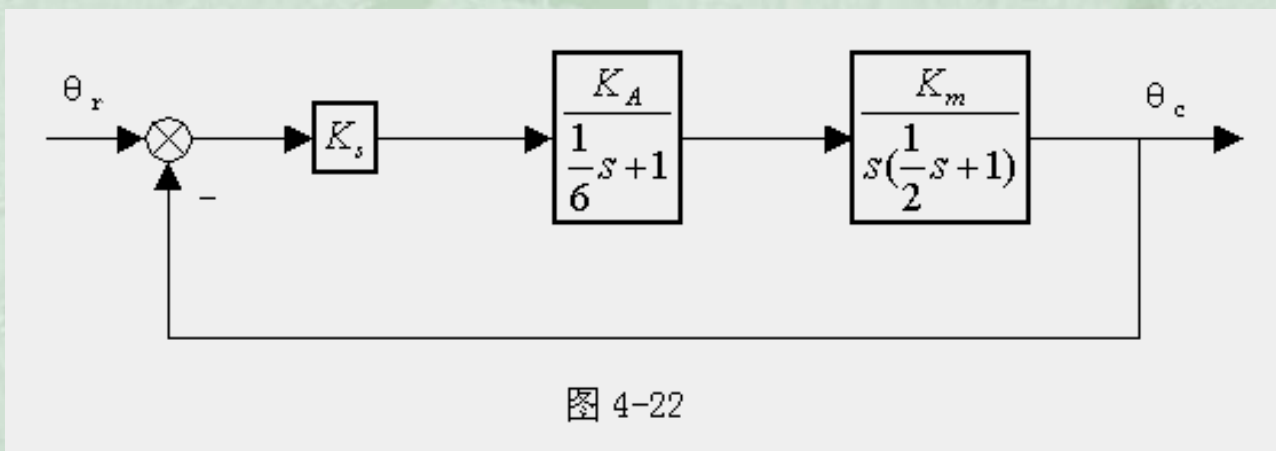
举例如
下：

例6-5: 设系统结构图如图4-22所示, 要求校正后系统满足如下性能:

1: 在 $\theta_r = 180^\circ$ t时, 无速度误差, 位置迟后不超过 1° ;

2: $\gamma = 45^\circ \pm 3^\circ$, $20\lg h \geq 10\text{db}$

3: t_s



解 根据稳态误差要求, $K = K_s K_A K_m = 180$ 。系统的开环传递函数为:

$$G(s) = \frac{180}{s(\frac{1}{6}s + 1)(\frac{1}{2}s + 1)}$$

作出未校正系统的bode图如图4-23所示，得：

$$\omega_c = 12.6 \quad \gamma = -55^\circ \quad 20\lg h = -30\text{db}$$

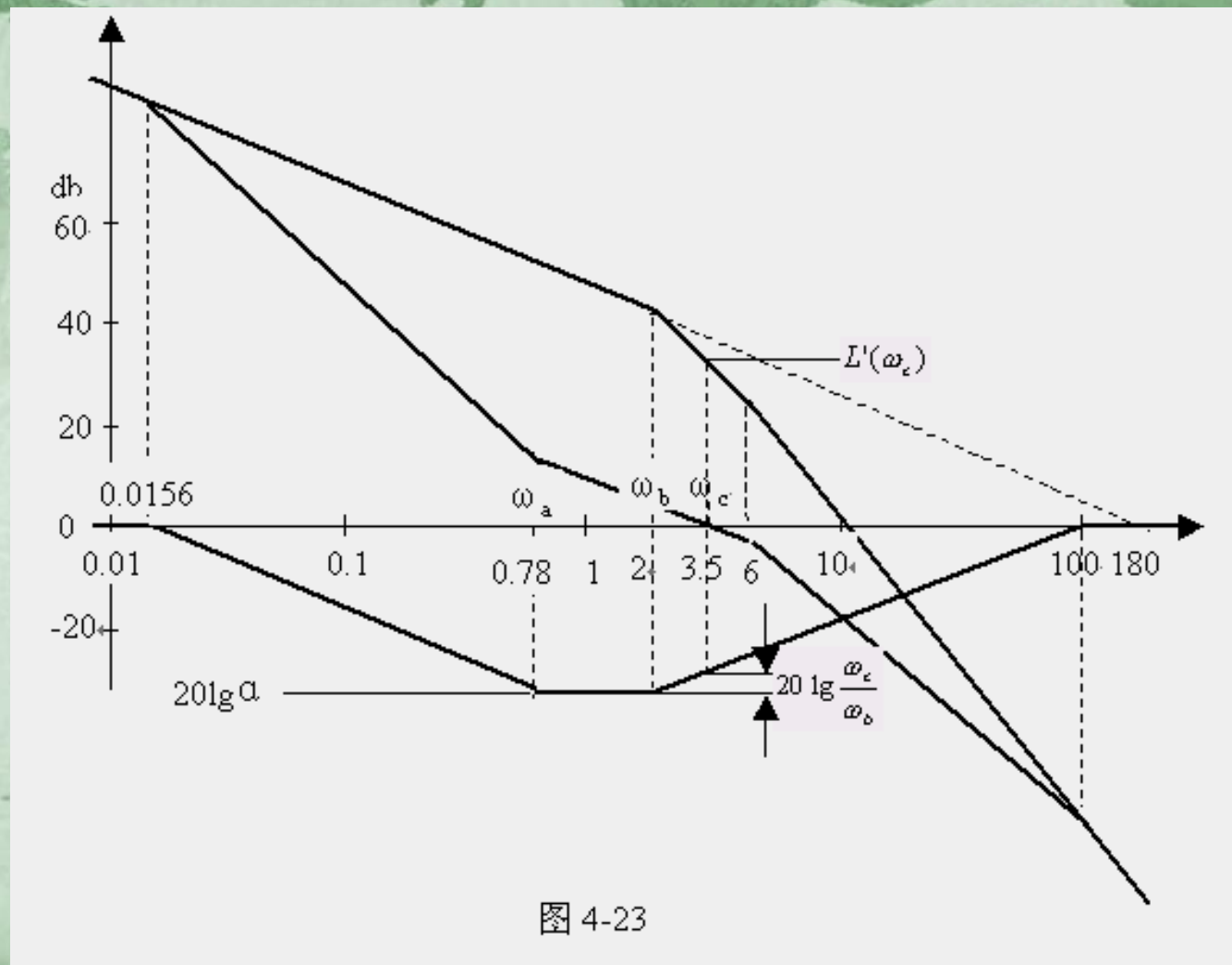


图 4-23

采用串联迟后-超前校正，先设计超前部分，选择超前部分的交接频率 $\omega_b=2$ 。

校正后系统的截止频率由 γ 、 t_s 来确定，现取为 3.5。

$$20\lg\alpha = L'(\omega_c) + 20\lg\frac{\omega_c}{\omega_b} = 34\text{db}$$

得： $\alpha=50$ 。于是校正装置的传递函数设为：

$$G_c(s) = \frac{(1+j\frac{\omega}{\omega_a})(1+j\frac{\omega}{\omega_b})}{(1+j\alpha\frac{\omega}{\omega_a})(1+j\frac{\omega}{\alpha\omega_b})}$$

现根据相角裕度的要求确定迟后部分的参数。

$$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) \angle G_c(j\omega_c)$$

得 $\omega_a=0.78$ ，校正装置的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{(1+1.28s)(1+0.5)}{(1+64s)(1+0.01s)}$$

最后经验算， $\omega_c = 3.5$ $\gamma = 45.5^\circ$ $20\lg h = 27\text{db}$

串联迟后-超前校正的设计步骤如

下：

- 1: 根据稳态性能要求确定开环增益 K ;
- 2: 绘制未校正系统的对数幅频特性曲线, 求出其开环截止频率、相角裕度、幅值裕度;
- 3: 在未校正系统对数幅频特性曲线上, 选择频率从 -20db/dec 变为 -40db/dec 的交接频率作为校正网络超前部分的交接频率 ω_b ;
- 4: 根据系统的性能指标, 选择系统新的开环截止频率 ω_c ;
- 5: 计算校正网络的衰减因子 $1/\alpha$, 要保证系统开环截止频率为 ω_c , 应有:

$$20 \lg \alpha = L'(\omega_c) + 20 \lg \frac{\omega_c}{\omega_b}$$

6: 根据系统相角裕度的要求, 确定校正网络迟后部分的交接频率 ω_a ;

7: 验算已校正系统的各项性能指标。

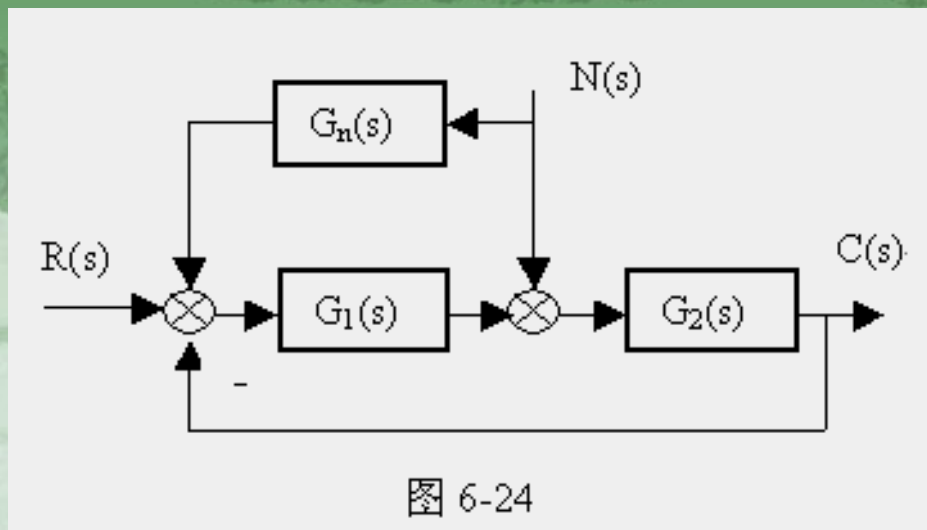
6-4 复合控制校正

一：扰动补偿的复合控制

对于图6-24所示的控制系统，

$$\Phi(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

$$\Phi_N(s) = \frac{G_2(s) + G_n(s)G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$



若选择 $G_n(s) = -\frac{1}{G_1(s)}$ ，则 $\Phi_N(s) = 0$ ，说明系统输出量不受扰动量的影响

条件 $G_n(s) = -\frac{1}{G_1(s)}$ 称为对扰动的全补偿条件。

由于这种补偿不影响系统的闭环传递函数，因此可利用 $G_1(s)$ 来改善系统的动态性能，利用 $G_n(s)$ 来补偿扰动对系统的影响。

例6-6: 控制系统如图6-25所示, 试确定误差全补偿的条

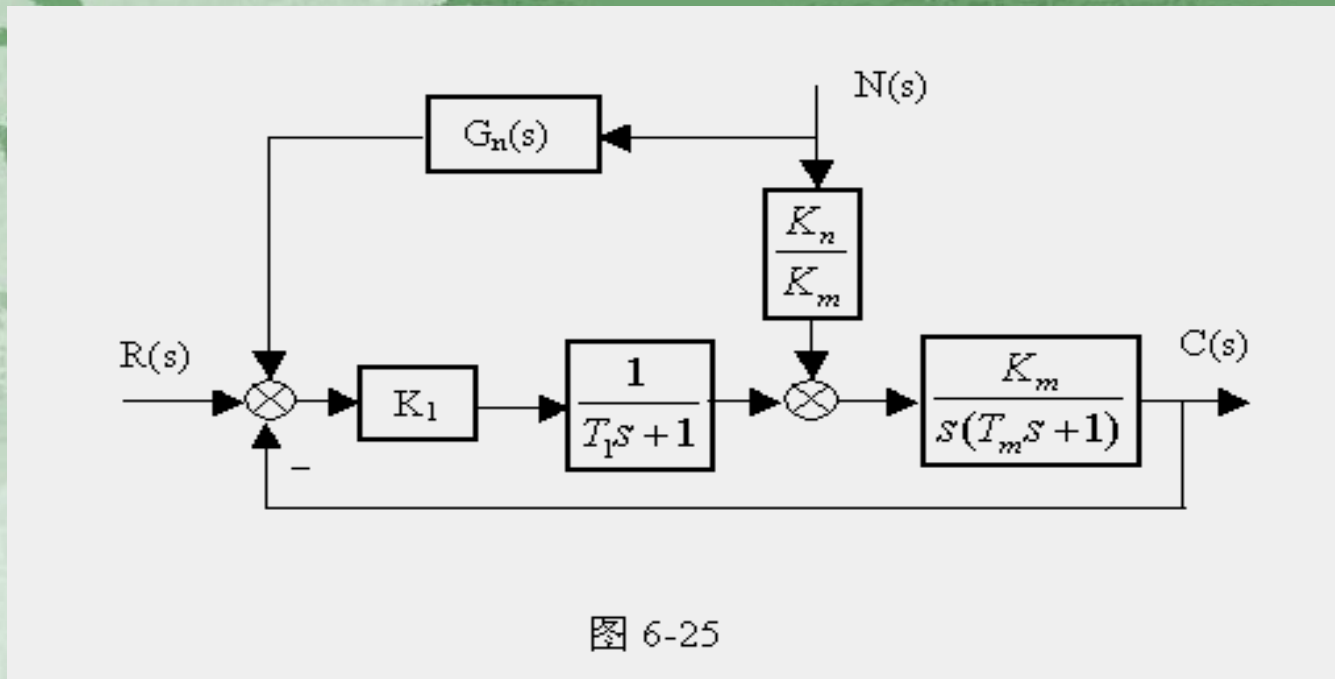


图 6-25

解:

$$\Phi_N(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{\frac{K_m}{s(T_m s + 1)} \left(\frac{K_n}{K_m} + G_n(s) \frac{K_1}{T_1 s + 1} \right)}{1 + \frac{K_1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{K_m}{s(T_m s + 1)}}$$

令 $\Phi_n(s) = 0$, 可得误差全补偿条件为:

$$G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} (T_1 s + 1)$$

实际应用中，误差全补偿条件有时难以实现。对于本

例，若选择： $G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \cdot \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \quad T_2 \ll T_1$

可在主要频段进行全补偿。

选择 $G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m}$ ，可实现稳态全补偿，即当扰动量为阶跃信号时，

系统的稳态误差为零。

二：输入补偿的复合控制系统

对于图 6-26 所示控制系统，其误差表达式为：

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

设控制系统的闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

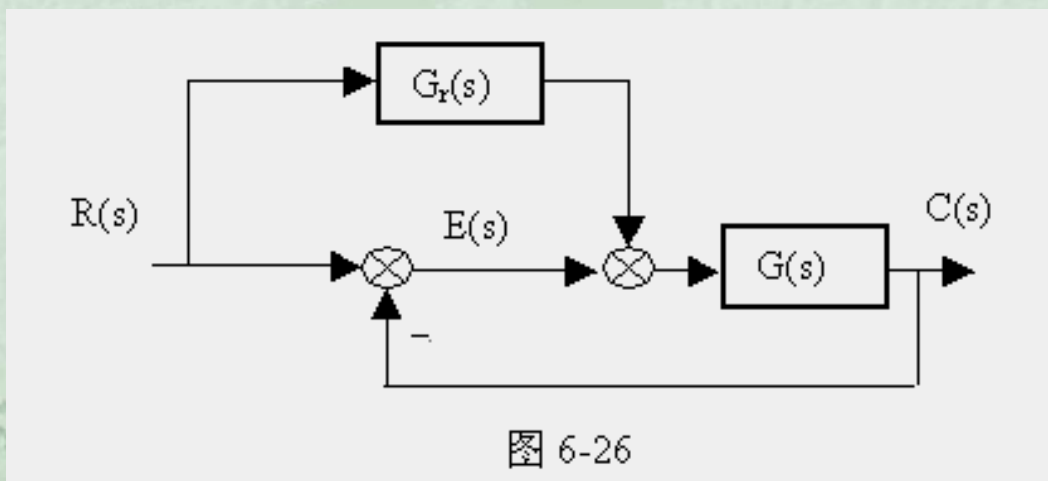


图 6-26

在系统稳定的前提下，若 $a_0 = b_0$ ，则系统为 1 型系统。

这是因

$$E(s) = R(s) - C(s) = [1 - \Phi(s)]R(s)$$

为:

$$\begin{aligned} &= \left(1 - \frac{b_m s^m + \dots + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}\right) R(s) \\ &= \frac{\dots + (a_3 - b_3)s^3 + (a_2 - b_2)s^2 + (a_1 - b_1)s + (a_0 - b_0)}{a_n s^n + \dots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} R(s) \end{aligned}$$

若 $a_0 = b_0$ ，在阶跃输入信号下， $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0$ 说明系统为1型系统。

类似地，若 $a_0 = b_0$ ， $a_1 = b_1$ ，在斜坡输入信号下， $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0$ ，说明系统为2型系统。

若 $a_0 = b_0$ ， $a_1 = b_1$ ， $a_2 = b_2$ ，在加速度输入信号下， $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0$ ，说明系统为3型系统。

对于图6-26所示系统，设：

$$G(s) = \frac{K_v}{s(a_n s^n + \cdots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1)}$$

系统为1型。

1: 若取 $G_r(s)G(s) = 1$ $G_r(s) = \frac{1}{G(s)}$ ，则：

$$\Phi(s) = \frac{G(s) + G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} = 1$$

$E(s) = 0$ ，可实现误差全补偿。

2: 若取 $G_r(s) = \lambda_1 s$ $\lambda_1 = \frac{1}{K_v}$ ，则：

$$\Phi(s) = \frac{G(s) + G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_v(1 + \lambda_1 s)}{s(a_n s^n + \cdots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1) + K_v}$$

由于 $\Phi(s)$ 的分子、分母多项式后两项对应相等，系统成为2型系统。

3: 若选择 $G_r(s) = \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s$ $\lambda_1 = \frac{1}{K_v}$ $\lambda_2 = \frac{a_1}{K_v}$, 则:

$$\Phi(s) = \frac{G(s) + G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_v(1 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2)}{s(a_n s^n + \dots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1) + K_v}$$

由于 $\Phi(s)$ 的分子、分母多项式后三项对应相等, 系统成为 3 型系统。

4: 若选择 $G_r(s) = \frac{\lambda_2 s^2 + \lambda_1 s}{Ts + 1}$ $\lambda_1 = \frac{1}{K_v}$ $\lambda_2 = \frac{a_1 + T}{K_v}$,
则:

$$\Phi(s) = \frac{G(s) + G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_v(1 + (\lambda_1 + T)s + \lambda_2 s^2)}{(Ts + 1)[s(a_n s^n + \dots + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1) + K_v]}$$

由于 $\Phi(s)$ 的分子、分母多项式后三项对应相等, 系统也成为 3 型系统。

例6-

7.

控制系统如图6-27所示，选择顺馈校正方案及其参数，使系统成为2型或3型系统。

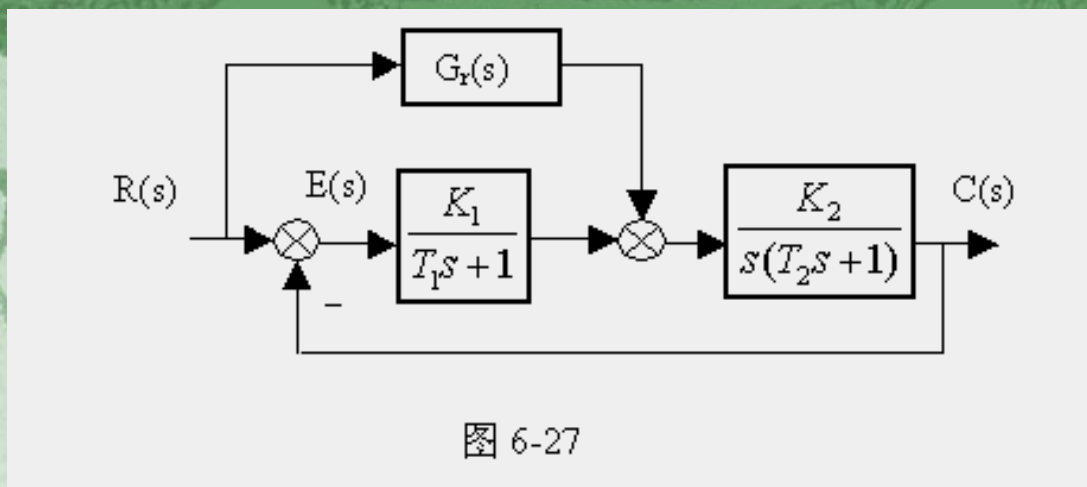


图 6-27

$$\text{解。} \\ \therefore \Phi(s) = \frac{\frac{K_2}{s(T_2 s + 1)} \left(\frac{K_1}{T_1 s + 1} + G_r(s) \right)}{1 + \frac{K_1 K_2}{T_1 s + 1} \frac{1}{s(T_2 s + 1)}} = \frac{K_2 [K_1 + (T_1 s + 1) G_r(s)]}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K_1 K_2}$$

若选择 $G_r(s) = \lambda_1 s$ $\lambda_1 = \frac{1}{K_2}$ ，系统成为2型系统。

若选择 $G_r(s) = \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s$ $\lambda_1 = \frac{1}{K_2}$ $\lambda_2 = \frac{T_2}{K_2}$ ，系统成为3型系统。