

DEDS 对象化高级 Petri 网模型研究 ——对象化高级 Petri 网上的一致性网络¹⁾

姜旭升

(宁波大学计算机系 宁波 315211)

摘 要

针对对象化高级 Petri 网缺乏标识的状态空间度量,采用谓词集对各位置上的可达标识进行完全划分,形成与加色网等价的一致性网络.原网络的语言是其任何一个一致性网络语言的子集,因而可以用加色网来定义及分析对象化高级 Petri 网的各种不变量.

关键词: 对象化高级 Petri 网,一致性网络,加色网.

1 引言

无论是 RW-Automata^[1] 理论框架还是 Petri 网^[2,3]方法,它们对离散事件动态系统的描述都是建立在有简单度量的状态空间上.事件与状态之间的关系可以得到明显的表示.由此可引入可达态、不变量等定义及分析方法.在 O-nets (对象化高级 Petri 网)上,标识是定义在一个数据类型上的 token 多重集,在状态空间中难以有精确的度量.另外,变迁引发时有选择多重集 M' 的作用,而使得标识的迁移具有不确定性.所以在 O-nets 上难以展开传统的定性分析方法.这里使用谓词集对网络各位置上的 token 进行分类而形成一种状态度量,使变迁引发造成的标识变化在这种状态度量下具有确定性.这样生成的网络称为“一致性网络”,它与某个加色网等价,并且原 O-net 的语言是其语言的一个子集.所以对某 O-net 的一个一致性网络所作的定性分析的结论完全适用于该 O-net.

2 基本定义

本文中的符号及代数的定义、书写方式与文[4]中的约定保持一致.

定义2.1. 对 $M_p \in \mu(\pi(D))$, 如果 $\forall pr', pr'' \in M_p$, $pr' \neq pr''$, 皆有 $pr'(d) \wedge pr''(d) \equiv 0, \forall d \in D$ (pr' 与 pr'' 互不相容), 则称 M_p 为简单谓词多重集, 或称 M_p 满足简单性.

本文于1992年6月9日收到.

1) 国家自然科学基金资助项目.

定义2.2. 令 $S_p = (pr_1, pr_2, \dots, pr_n) \subset \pi(D)$ 为 D 上的某一谓词集, 且其中谓词互不相容; $M \in \mu(D)$ 是 D 上的某一多重集, 则 S_p 对 M 的定性分解系指:

$$\exists M_p \in \mu(\pi(D)), \text{Support}(M_p) = S_p \text{ 使 } M \cong M_p, \text{ 记为} \\ M/S_p = M_p. \quad (1)$$

显然, 如果 M/S_p 存在, 则必满足唯一性.

定义2.3. 令 $M_p^{(1)}, M_p^{(2)} \in \mu(\pi(D))$ 为 D 上的简单谓词多重集, 若

1) $\forall pr \in M_p^{(2)}, \exists pr' \in M_p^{(1)}$ 使 $\forall d \in D, pr(d) \rightarrow pr'(d)$ (简记为 $pr \rightarrow pr'$). “ \rightarrow ”表示蕴含关系;

2) $\forall pr' \in M_p^{(1)}$, 令 $PR = \{pr \mid pr \rightarrow pr', pr \in M_p^{(2)}\}$, 有

$$\sum_{pr \in PR} M_p^{(2)}(pr) \leq M_p^{(1)}(pr'), \quad (2)$$

则称 $M_p^{(1)}$ 覆盖 $M_p^{(2)}$, 记为 $M_p^{(1)} \triangleright M_p^{(2)}$.

不难验证覆盖关系满足“自反性”、“反对称性”与“可传递性”, 因而它是定义在 $\mu(\pi(D))$ 上的偏序关系.

根据定义 2.3, 不难得出以下命题.

命题 2.1. 令 $M_p^{(1)}, M_p^{(2)} \in \mu(\pi(D))$ 是简单谓词多重集, $M_p^{(1)} = [(pr_1 k_1)(pr_2 k_2) \dots (pr_n k_n)]$, $pr_i \in \pi(D), k_i \in N, i = 1, 2, \dots, n$. 如果 $M_p^{(1)} \triangleright M_p^{(2)}$, 则 $M_p^{(2)}$ 可以唯一地分解为它的 n 个子多重集之直和:

$$M_p^{(2)} = m_p^{(1)} \oplus m_p^{(2)} \oplus \dots \oplus m_p^{(n)}, \quad (3)$$

$\forall i \in (1, 2, \dots, n), m_p^{(i)}$ 满足 $\forall pr \in m_p^{(i)}, pr \rightarrow pr_i$.

定义 2.4. 设 $M_p^{(1)}, M_p^{(2)} \in \mu(\pi(D)); M_p^{(1)} \triangleright M_p^{(2)}$; $S_p = \text{support}(M_p^{(1)}) = (pr_1, pr_2, \dots, pr_n)$. 根据定义 2.3 及命题 2.1, $M_p^{(2)}$ 可以按 S_p 唯一地分解为 n 个子多重集的直和, 即 $M_p^{(2)} = m_p^{(1)} \oplus m_p^{(2)} \oplus \dots \oplus m_p^{(n)}$.

1) $M_p^{(1)}$ 与 $M_p^{(2)}$ 按 S_p “加”定义为

$$M_p^{(1)} + M_p^{(2)}|_{S_p} = [(pr_1 \quad M_p^{(1)}(pr_1) + |m_p^{(1)}|)(pr_2 \quad M_p^{(1)}(pr_2) + |m_p^{(2)}|) \dots \\ \dots (pr_n \quad M_p^{(1)}(pr_n) + |m_p^{(n)}|)]. \quad (4)$$

2) $M_p^{(1)}$ 与 $M_p^{(2)}$ 按 S_p “减”定义为

$$M_p^{(1)} - M_p^{(2)}|_{S_p} = [(pr_1 \quad M_p^{(1)}(pr_1) - |m_p^{(1)}|)(pr_2 \quad M_p^{(1)}(pr_2) \\ - |m_p^{(2)}|) \dots (pr_n \quad M_p^{(1)}(pr_n) - |m_p^{(n)}|)]. \quad (5)$$

以后谓词多重集间的加减运算, 不经特别说明, 都指按 S_p 的加减运算.

定义2.5. 设有对象化高级 Petri 网 (O-net)

$$Q = (P, T, F, \Sigma, D, D_0, PE, C, \lambda, \gamma, K, M_0), \quad (6)$$

对 $t \in T, c \in C(t)$, 令

$$1) M' = \{M'(p) \mid p \in {}^{(p)}t; M'(p) \in \mu(D); M'(p) \leq M(p); M'(p) \cong \lambda(p, t)(c)\}; \quad (7)$$

$$2) {}^{(p)}t = \{p \mid (p, t) \in F\} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}; \quad (8)$$

$$3) t^{(p)} = \{p \mid (t, p) \in F\}; \quad (9)$$

$$4) R(M_0, Q) = \{M(p) \mid p \in P, M(p) \in \mu(D), M(p) \text{ 由 } M_0(p) \text{ 可达}\}. \quad (10)$$

如果 $\exists SP = \{S(p) \mid S(p) \subset \pi(D), p \in P\}$, 使以下条件同时成立:

$$1) (\forall p \in P)[(\forall M(p) \in R(M_0, Q))M(p)/S(p) \text{ 存在}]; \quad (11)$$

$$2) (\forall p \in {}^{(p)}t)[M'(p)/S(p) \text{ 唯一存在}]; \quad (12)$$

$$3) (\forall p \in t^{(p)})[\gamma(t, p)(c, M'(p_1), M'(p_2), \dots, M'(p_n))/S(p) \text{ 唯一存在}]. \quad (13)$$

则称变迁节 t 在 c 上对 SP 具有引发一致性。如果 $\forall c \in C(t)$, t 皆对 SP 具有引发一致性, 则称 t 具有引发一致性。

定理 2.1. 设 Q 是式(6)所示的一个 O-net, 又设对 $p \in {}^{(p)}t, \exists S_p = (pr_1, pr_2, \dots, pr_n) \subset \pi(D)$ 使 $\forall M(p) \in R(M_0, Q), M(p)/S_p$ 存在, 并且 $\forall pr \in \lambda(p, t)(c), \exists pr' \in S_p$, 使 $pr \rightarrow pr'$, 则对式(7)所定义的 M' , 有 $M'(p)/S_p$ 唯一存在。

证明. 因为 $M(p)/S_p$ 存在, 则对所有 $M'(p) \leq M(p), M'(p)/S_p$ 存在. 根据定义 2.2, 令

$$M'(p)/S_p = M'_p(p) = [(pr_1 k_1)(pr_2 k_2) \cdots (pr_n k_n)]. \quad (14)$$

其中

$$k_i = \sum_{\{d | pr_i(d)=1\}} M'(d), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

$$\text{设 } PR_i = \{pr | pr \in \lambda(p, t)(c), pr \rightarrow pr_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (16)$$

$$PE_i = \bigvee_{PR_i} pr. \quad (17)$$

显然, $\{PR_i\}$ 构成了 $\lambda(p, t)(c)$ 的一个完全分解。

因为 $M'(p) \cong \lambda(p, t)(c)$, 且 $pr' \wedge pr'' = 0$, 如果 $pr' \in PE_i, pr'' \in PE_j, i \neq j$, 所以 $\forall i \in (1, 2, \dots, n)$, 则有

$$\sum_{\{d | PE_i(d)=1\}} M'(p)(d) = \sum_{PR_i} \lambda(p, t)(c)(pr). \quad (18)$$

又根据式(16)及题设条件, 可得

$$\sum_{\{d | PE_i(d)=1\}} M'(p)(d) \leq \sum_{\{d | pr_i(d)=1\}} M'(p)(d). \quad (19)$$

现在证明其等号成立. 反设

$$\sum_{\{d | PE_i(d)=1\}} M'(p)(d) < \sum_{\{d | pr_i(d)=1\}} M'(p)(d). \quad (20)$$

因为 $M'(p)/S_p$ 存在, 所以有

$$\begin{aligned} |M'(p)| &= \sum_{\{d | \exists pr_i \in S_p, pr_i(d)=1\}} M'(p)(d) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{\{d | pr_i(d)=1\}} M'(p)(d) \right) \\ &> \sum_{i=1}^n \left(\sum_{\{d | PE_i(d)=1\}} M'(p)(d) \right) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{PR_i} \lambda(p, t)(c)(pr) \right) = |\lambda(p, t)(c)|, \end{aligned}$$

此式与题设 $M'(p) \cong \lambda(p, t)(c)$ 相矛盾. 因此, 必然有

$$\sum_{\{d | pr_i(d)=1\}} M'(p)(d) = \sum_{\{d | PE_i(d)=1\}} M'(p)(d) = \sum_{PR_i} \lambda(p, t)(c)(pr). \quad (21)$$

上式表明 $M'_p(p)$ 的各项指数完全取决于 S_p 与 $\lambda(p, t)(c)$, 而与 $M'(p)$ 无关. 所以无论 $M'(p)$ 的选择方式如何, $M'(p)/S_p$ 唯一存在. 证毕。

3 一致性网络

定义3.1. 对由式(6)定义的 O-net \mathcal{Q} , 若

- 1) $\forall p \in P \{ \exists S_p^c(p) \subset \pi(D) [\forall M(p) \in R(M_0, \mathcal{Q}) (M(p)/S_p^c(p) \text{ 存在})] \}$;
- 2) $\forall p \in P (K(p) \triangleright M(p)/S_p^c(p))$;
- 3) $\forall t \in T, \forall p \in {}^{(p)}t, \forall c \in C(t), \lambda(p, t)(c)$ 均为简单谓词多重集;
- 4) $\forall t \in T, t$ 对 $SP^c = \{S_p^c(p)\}$ 皆具引发一致性.

则定义 \mathcal{Q} 上的一个一致性网络 \mathcal{Q}^c 为

$$\mathcal{Q}^c = \{P, T, F, SP^c, PE, C^c, \lambda^c, \gamma^c, M_0^c\}. \quad (22)$$

其中 P, T, F, PE 与 \mathcal{Q} 中的相应项完全相同,

$$SP^c = \{S_p^c(p) \mid p \in P, S_p^c(p) \subset \pi(D)\}, \quad (23)$$

称 SP^c 为 \mathcal{Q}^c 的一致性分类谓词集合.

$$C^c: T \cup P \rightarrow \text{Pow}\{\mu(PE)\} \cup SP^c, \quad (24)$$

$$\forall t \in T, C^c(t): t \mapsto C(t), C^c(t) = C(t), \quad (25)$$

$$\forall p \in P, C^c(p): p \mapsto S_p^c(p) \in SP^c, \quad (26)$$

$$\forall t \in T, \forall c \in C(t), \forall p \in {}^{(p)}t, \lambda^c(p, t)(c) = \lambda(p, t)(c), \quad (27)$$

$$\forall t \in T, \forall p \in {}^{(p)}t, \forall c \in C(t), \gamma(t, p): C(t) \rightarrow \mu(S_p^c(p)), \quad (28)$$

不失一般性, 假设 ${}^{(p)}t = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 则

$$\gamma^c(t, p)(c) = \gamma(t, p)(c, M'(p_1), M'(p_2), \dots, M'(p_n))/S_p^c(p), \quad (29)$$

$$M_0^c = \{M_0^c(p) \mid p \in P, M_0^c(p) = M_0(p)/S_p^c(p)\}. \quad (30)$$

对 \mathcal{Q} 设 $M_1[t(c)] > M_2$, 则在 \mathcal{Q}^c 上有 $M_1^c[t(c)] > M_2^c$ 满足:

$$M_2^c(p) = \begin{cases} M_1^c(p) - \lambda^c(p, t)(c), & \forall p \in {}^{(p)}t/t^{(p)}; \\ M_1^c(p) - \lambda^c(p, t)(c) + \gamma^c(t, p)(c), & \forall p \in {}^{(p)}t \cap t^{(p)}; \\ M_1^c(p) + \gamma^c(t, p)(c), & \forall p \in t^{(p)}/t; \\ M_1^c(p), & \text{其它 } p \in P. \end{cases} \quad (31)$$

由于模加、减的唯一性, 可以看出一致性网络的标识演变具有确定性.

根据文[4]定义 2.3 及本文定义 2.3, 不难得出以下定理.

定理3.1. 设 \mathcal{Q} 是式(6)所定义的某 O-net, 并满足定义 3.1 所规定的各项条件, \mathcal{Q}^c 是由式(22)所定义的 \mathcal{Q} 的某一致性网络. 如果 $M(p)$ 是 \mathcal{Q} 位置 p 上的标识, 并且 $M(p) \succ \lambda(p, t)(c)$, 则在 \mathcal{Q}^c 上必然有 $M^c(p) \triangleright \lambda(p, t)(c)$.

定义3.2. 设 \mathcal{Q} 是某 O-net, 它的某个一致性网络 \mathcal{Q}^c 如式(22)所定义. 将 $\lambda^c(p, t)(c)$ 按以下等价关系划分为各等价类:

$\forall pr', pr'' \in \lambda^c(p, t)(c), pr' \equiv pr''$ 当且仅当

$$\exists pr \in S_p^c(p) [(pr' \rightarrow pr) \wedge (pr'' \rightarrow pr) = 1]. \quad (32)$$

令 $\lambda^i(p, t)(c) = [(pr_1, n(pr_1))(pr_2, n(pr_2)) \cdots (pr_k, n(pr_k))]$. 其中 $n(pr_i) = |\lambda^c(p, t)(c)/pr_i|, i = 1, 2, \dots, k, pr_i \in S_p^c(p)$. $n(pr_i)$ 表示 $\lambda^c(p, t)(c)$ 中属于 pr_i 等价类的谓词总数. 称网络

$$Q^i = (P, T, F, SP^c, PE, C^c, \lambda^i, \gamma^c, M_0^c, K) \quad (33)$$

为 Q 的一个独立一致性网络。并称 $t(c), t \in T, c \in C^c(t)$ 在 M_0^c 下是可以引发的, 若

$$1) \forall p \in {}^{(p)}t / t^{(p)} (M_0^c(p) \geq \lambda^i(p, t)(c)); \quad (34)$$

$$2) \forall p \in t^{(p)} / {}^{(p)}t (M_0^c(p) + \gamma^c(t, p)(c) \leq K(p)); \quad (35)$$

$$3) \forall p \in {}^{(p)}t \cap t^{(p)} (M_0^c(p) - \lambda^i(p, t)(c) + \gamma^c(t, p)(c) \leq K(p)) \wedge (M_0^c(p) \geq \lambda^i(p, t)(c)). \quad (36)$$

因为 $t(c)$ 引发时的 Q^i 标识演化方程式与式(31)形式上完全相同, 不在此重复。但其中的“加”、“减”运算对 Q^i 而言应是普通多重集代数运算。

比较 Q^i 的定义及加色网的定义^[2], 显然有

定理3.2. O-net Q 的一个独立一致性网络完全等价于一个加色网。

根据定理 3.1 及 3.2, 又有

定理3.3. 设 Q 是某 O-net, $L(Q)$ 是 Q 中所有引发变迁的序列集合, 即

$$L(Q) = \{t_1(c_1)t_2(c_2)\cdots \mid \forall M_0 [t_1(c_1) > M_1 [t_2(c_2) > \cdots]\}. \quad (37)$$

又设 Q^i 是 Q 的一个独立一致性网络, 令

$$L(Q^i) = \{t_1(c_1)t_2(c_2)\cdots \mid \forall M_0 [t_1(c_1) > M_1 [t_2(c_2) > \cdots]\}, \quad (38)$$

则必然有

$$L(Q) \subseteq L(Q^i). \quad (39)$$

此定理表明, 可以用一个与 Q 之独立一致性网络等价的加色网来分析 Q 的性质。从而可以借用现有的不变量、可达树等分析手段。当然分析的结果不是绝对精确的。与加色网模型相比, O-net 能以较低的维数, 方便而精确地描述各类非固定流程系统, 又保持了一定精度的可分析性。

4 一致性网络的构造过程

对由式(6)所定义的 O-net Q , 设 $\forall t \in T, \forall c \in C(t), \lambda(p, t)(c)$ 均为简单谓词多重集。在位置 $p \in P$ 上, 按以下步骤构造一致性分类谓词集合 $S_p^c(p)$:

$$1) \text{ 令 } S'_p = \{pr \mid pr \in \lambda(p, t)(c), \forall c \in C(t), \forall t \in p^{(t)}\}.$$

2) 对 $t \in {}^{(t)}p$, 设 S_p 是能使 $\gamma(t, p)(c, \cdots) / S_p = \gamma(t, p)(c) / S_p$ 成立的、互不相容的谓词集合, 令

$$S''_p = \bigcup_{\forall t \in {}^{(t)}p} S_p. \quad (40)$$

3) 令 $S_p^{(3)} = S'_p \cup S''_p$, 在 $S_p^{(3)}$ 上构成以下等价关系: 对 $pr, pr' \in S_p^{(3)}$, $pr \equiv pr'$, 当且仅当 $(\exists d \in D)(pr(d) \wedge pr'(d) = 1)$ 成立。按照此等价关系将 $S_p^{(3)}$ 分解为若干个等价类之和, 设为

$$S_p^{(3)} = \bigcup_{i=1}^h EC_i. \quad (41)$$

4) 在每个等价类上, 求所有谓词的析取谓词, 即对 EC_i , 求

$$pr_i = \bigvee_{\forall pr \in EC_i} pr, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \quad (42)$$

则位置 p 上的一致性分类谓词集合 $S_p^c(p)$ 可写为

$$S_p^c(p) = \{pr_i\}. \quad (43)$$

注意: $S_p^c(p)$ 的分类粗细程度取决于第2)步中 S_p 的选择.

5 算例

例. 参阅文献[4]例, 各谓词的定义保持不变. 在各位置上设定以下一致性分类谓词结构:

$$S_p^c(p_1) = (pr_1, \neg pr_1), S_p^c(p_2) = (pr_2, \neg pr_2), S_p^c(p_3) = (pr_1), S_p^c(p_4) = (pr_2), S_p^c(p_5) = (U), \\ S_p^c(p_6) = (pr_6).$$

在各变迁节上定义以下多重集谓词结构:

$$C(t_1) = \{[(pr_1, 1)]\}, C(t_2) = \{C(pr_2, 1)\}, C(t_3) = \{[(pr_1, 1)]\}, C(t_4) = \{[(pr_2, 1)]\}, C(t_5) = \\ \{[(pr_3, 1)][(pr_4, 1)]\}, C(t_6) = \{[(pr_3, 1)][(pr_5, 1)]\}, C(t_7) = \{[(pr_1, 1)]\}, C(t_8) = \{[(pr_2, 1)]\}, \\ C(t_9) = \{[(pr_6, 1)]\}, C(t_{10}) = \{[(pr_6, 1)]\}.$$

弧上的运算 $\lambda^c = \lambda = id$.

$$\gamma^c(t_1, p_1)(c) = [(\neg pr_1, 1)], \gamma^c(t_2, p_2)(c) = [(\neg pr_2, 1)], \gamma^c(t_3, p_3)(c) = c, \gamma^c(t_4, p_4)(c) = c, \\ \gamma^c(t_5, p_1)(c) = [(pr_1, 1)], \gamma^c(t_6, p_2)(c) = [(pr_2, 1)], \gamma^c(t_7, p_1)(c) = c, \gamma^c(t_8, p_2)(c) = c, \gamma^c(t_9, p_6) \\ (c) = \gamma^c(t_{10}, p_6)(c) = c.$$

根据式(22), 已经构成了文[4]例中图2所示 O-net 的一个一致性网络. 从位置 p_1 上的 $S_p^c(p_1)$ 看, $\neg pr_1$ 实际上覆盖了 pr_5 与 pr_6 , 而具有这两种性质的 token 路径是完全不同的, 这一点在该一致性网络代数结构中无法区分. 所以, 一致性网络不能充分描述系统进程的演化行为, 但这是为了降低网络描述规模所必须付出的代价. 另外, 为了使一致性网络对系统的描述不太过于宽泛, 对 $C(t_5)$ 与 $C(t_6)$ 作了进一步细划.

6 结论

一致性网络的精度低, 但维数亦低, 且其语言是原 O-net 语言的超集. 这给予我们一种控制算法的启示, 使 O-net 参照一致性网络来运行, 以简化系统行为.

参 考 文 献

- [1] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class of discrete event processes. SIAM J. on Control and Optimization. 1987, 25: 206—230
- [2] Jesen K. Coloured petri nets: A high level language for system design and analysis. Advances in Petri Nets 1990, Lecture notes on Computer Science, Springer-Verlag, Newyork: 1990 483: 342—416.
- [3] Reisig W. Petri Nets. Springer-Verlag, Newyork: 1985.
- [4] 姜旭升. DEDS 对象化高级PETRI网模型研究(上)——柔性生产线对象化高级 PETRI 网模型. 自动化学报, 1994, 20(5): 553—559.

MODELING DEDS WITH OBJECT-ORIENTED HIGH-LEVEL PETRI NETS—CONSISTENT NETS ON OBJECT- ORIENTED HIGH-LEVEL PETRI NETS

JIANG XUSHENG

(*Department of Computer Sciences, Ningbo University Ningbo 315211 China*)

ABSTRACT

In this paper, in order to deal with the non-determinism of the firings of transitions in O-nets, predicates are used to classify the markings at places. Consistent nets, which are exactly equivalent to colored Petri nets, are formed upon O-nets. The language of an O-net is a sublanguage of any of its consistent nets, which means that the invariants of O-nets can be defined and analyzed with respects to conventional coloured Petri nets.

Key words: Object-oriented high-level Petri nets, coloured nets, consistent nets

姜旭升 照片、简介见本刊第 20 卷第 5 期。