第18卷 第5期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 5
1992 年 9 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Sep., 1992

研究简讯

MSLS 法的一个注记

姚 福 来
(熙康机电有限公司，石家庄 050091)

关键词: 多步最小二乘法，精度，分析.

一、 MSLS 法

多步最小二乘法 (MSLS 法)[1]由于其运算简单，不存在收敛性问题，而一直受到人们的重视. 在这个方法中，系统模型和噪声模型的辨识是分成三步来完成的，每一步所采用的方法都是简单的最小二乘法. 第一步是辨识一个辅助模型参数；第二步是估计原始系统模型的参数；第三步是估计噪声模型的参数. 如果不需要求噪声模型的参数，第三步也可以省略.

考虑一个稳定的 n 阶线性离散时间系统，其模型为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + (1/C(q^{-1}))v(k), \tag{1}$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \cdots + a_nq^{-n},$$
$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \cdots + b_nq^{-n},$$
$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \cdots + c_mq^{-m}.$$

$y(k)$，$u(k)$ 和 $v(k)$ 分别为 k 时刻的系统输出、输入和 $(0,\lambda^2)$ 的正态白噪声.

假定系统模型阶次 n 和噪声模型阶数 m 为已知，(1) 式两边同乘 $C(q^{-1})$ 得一 $(m+n)$ 阶的辅助模型

$$C(q^{-1})A(q^{-1})y(k) = C(q^{-1})B(q^{-1})u(k) + v(k). \tag{2}$$

令多项式 $E(q^{-1})$ 和 $F(q^{-1})$ 分别为

$$E(q^{-1}) = C(q^{-1})A(q^{-1}),$$
$$F(q^{-1}) = C(q^{-1})B(q^{-1}).$$

于是式 (2) 化为

$$E(q^{-1})y(k) = F(q^{-1})u(k) + v(k). \tag{3}$$

式 (3) 可用一普通最小二乘法得出其无偏一致估计 $\hat{E}(q^{-1})$ 和 $\hat{F}(q^{-1})$，利用恒等式

$$A(q^{-1})F(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}),$$

令两边 q^{-1} 的同次幂系数相等，按幂次从低到高的原则排列 $(2n + m + 1)$ 个关系式得

$$\boldsymbol{g}(\hat{e},\hat{f}) = G(\hat{e},\hat{f})\theta + \boldsymbol{\eta}. \tag{4}$$

这里，$\boldsymbol{g}(\hat{e},\hat{f})$ 表示以 $\hat{e}_i,\hat{f}_i$ 为元素的 $(2n + m + 1)$ 维向量，$G(\hat{e},\hat{f})$ 表示以 $\hat{e}_i,\hat{f}_i$ 为

本文于1990年9月17日收到.

元素的 $(2n+m+1)\times(2n+1)$ 维矩阵，$\boldsymbol{\eta}$ 是方程组中随机误差向量，$\theta=[a_1, a_2,\cdots a_n, b_0, b_1,\cdots b_n]^T$.

方程 (4) 可由普通最小二乘法进行估计，得出结果 $\hat{A}(q^{-1})$ 和 $\hat{B}(q^{-1})$.

一般资料中[1-3]对于 (4) 式的最小二乘估计通常是把所有的 $(2n+m+1)$ 个方程全部算完，其实这样做往往得不到最好结果，有时甚至差得很远，并且噪声越大，这种差别就越明显。而只取前 $2n$ 个等式进行运算，得出的结果反而最好.

二、实验结果

例 1. 设一系统为

$$y(k)+1.1y(k-1)+0.38y(k-2)+0.04y(k-3)$$
$$=u(k-1)+2u(k-2)+0.96u(k-3)+1/c(q^{-1})\cdot v(k),$$

其中 $C(q^{-1})=1+0.3q^{-1}+0.2q^{-2}+0.1q^{-3}$.

$v(k)$ 为 (0,0.1) 的正态白噪声。利用多步最小二乘在 IBM-PC/XT 机上进行仿真实验，先得出中间结果 $\hat{e}_i$ 和 $\hat{f}_i$ 如表 1 所示.

表 1

i	1	2	3	4	5	6
$\hat{e}_i$	1.477789	1.058975	0.661174	0.340414	0.082524	0.010415
$\hat{f}_i$	0.989902	2.377433	1.982461	1.072790	0.656978	0.196194

进而得出 $\hat{a}_i$ 和 $\hat{b}_i$ 如表 2 所示.

表 2

运算次数	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{a}_3$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$	$\hat{b}_3$
$2n$	1.141891	0.406979	0.038198	0.989902	2.044937	1.029845
$2n+1$	4.793391	1.773785	0.298975	0.994222	5.543451	5.753844
$2n+m+1$	0.083320	−0.029720	−0.018470	0.989113	1.031751	−0.347937

例 2. 上例中取

$$C(q^{-1})=1/A(q^{-1})=1/(1-0.3q^{-1}-0.11q^{-2}-0.007q^{-3}).$$

其它条件不变，先得出中间结果 $\hat{e}_i$ 和 $\hat{f}_i$ 如表 3 所示.

表 3

i	1	2	3	4	5	6
$\hat{e}_i$	0.877302	0.002908	−0.298434	−0.184449	−0.049035	−0.004230
$\hat{f}_i$	0.999659	1.777514	0.382791	−0.586816	−0.349188	−0.113430

进而得出 $\hat{a}_i$ 和 $\hat{b}_i$ 如表 4 所示.

表 4

运算次数	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{a}_3$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$	$\hat{b}_3$
$2n$	1.130374	0.391594	0.042287	0.999659	2.030500	0.999242
$2n+1$	1.062066	0.366196	0.036388	0.999541	1.967684	0.916134
$2n+m+1$	1.526576	0.585005	0.057936	1.0007773	2.460419	1.553561

从以上两个例子可以看出只取前 $2n$ 个方程得出的结果最好，而取全部等式运算得出的结果反而很差。

笔者对许多系统进行了仿真实验，结果都是如此。

参　考　文　献

[1] Hsia, T.C., On Multistage Least Squares Approach to Systems Identification, Proc. IFAC Sixth World Congress, Boston, 1975, 18. 2.

[2] 徐南荣，系统辨识导论，电子工业出版社，北京，1986.

[3] 徐宁寿，系统辨识技术及应用，机械工业出版社，北京，1986.

A REMARK ON MSLS METHOD

YAO FULAI

(*Hebei Institute of Chemical Technology and Light Industry*, 050091)

Key words: Multistage Least Squares; accuracy; anlysis.