第 28 卷 第 3 期
2002 年 5 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 28, No. 3
May, 2002

短文

不确定组合大系统的自适应分散镇定控制[1)]

刘粉林[1] 吴 灏[1] 刘 媛[1] 张嗣瀛[2]

[1](解放军信息工程大学信息安全学院 郑州 450002)

[2](东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110006)

(E-mail: liufenl_cn@sina.com)

摘 要 考虑具有非线性关联作用的不确定时变线性组合大系统的自适应分散镇定问题.针对系统不确定界完全未知的情形,首先从理论上证明了可设计自适应鲁棒分散控制器确保受控系统渐近稳定;进而从工程实际应用的角度,给出了确保受控系统实用稳定的自适应鲁棒分散控制器的设计方案.仿真说明该设计方案是有效的.

关键词 组合系统,不确定项的未知界,自适应控制,渐近稳定,实用稳定

中图分类号 TP273

ADAPTIVE DECENTRALIZED STABILIZATION FOR A CLASS OF LARGE SCALE COMPOSITE SYSTEMS WITH UNCERTAINTIES

LIU Fen-Lin[1] WU Hao[1] LIU Yuan[1] ZHANG Si-Ying[2]

[1](*The PLA Information Engineering University*, *Zhengzhou* 450002)

[2](*Department of Automatic Control*, *Northeastern University*, *Shenyang* 110006)

(E-mail: liufenl_cn@sina.com)

Abstract The adaptive decentralized stabilization is discussed for a class of linear time-varying large-scale systems, which are nonlinear interconnected and uncertain. Under the condition of unknown bounds of uncertainties, the adaptive decentralized controllers is obtained and it is proved in theory that the closed-loop system is asymptotically stable. Moreover, an adaptive decentralized control scheme is given such that it can ensure the closed-loop systems to be exponentially practically stable. Finally, simulations show that the control scheme is effective.

Key words Large-scale composite systems, unknown bounds of uncertainties, adaptive control, asymptotically stable, practically stable

1) 国家自然科学基金(97014508)、教育部博士点基金、国家攀登计划、河南省高校杰出科研人材创新工程项目(2001KYCX007)、河南省自然科学基金(0111060100)、河南省软科学项目(0113011800)资助

收稿日期 2000-02-28 收修改稿日期 2000-10-24

1 引言

不确定大系统的分散鲁棒控制的研究已有许多成果[1~4]. 但这些结果只适用于系统的不确定项的界是已知的情形,且控制器的设计也是基于这样的界. 但实际系统此界难以确定,尤其是互联组合大系统,各子系统之间互联项的不确定性信息是极其有限的. 若实际界超过了所估计的界,仅用估计界所得到的控制器[1~4]就难以保证系统的稳定性;若估计界过于保守,比实际界要大得多,则所设计的控制器虽然能使系统稳定,但控制器保守性较大,控制增益较高,因而是不经济的. 针对系统不确定界完全未知的情形,文[5,6]对不确定组合大系统进行了相关的讨论. 尽管如此,对输入增益不确定性(其中不确定性界未知)的讨论到目前为止还没有好的结果.

本文考虑具有非线性关联作用的不确定时变线性组合大系统的自适应分散镇定问题,不确定项满足匹配条件,可以是非线性或时变的,不确定项有界,但界是未知的,甚至它们是可以随意的. 构造自适应状态反馈控制器确保受控系统渐近稳定或实用稳定. 并保证自适应变量一致有界. 自适应变量主要是用来补偿系统不确定性的影响和关联作用. 控制器的设计具有结构简单,易实现和信息分散化等特点.

2 系统描述

考虑由下述 N 个互联不确定子系统 S_i 组成的组合大系统 S,子系统 S_i 可以由下式给出

$$\dot{x}_i(t) = A_i(x)x_i(t) + B_i(t)[I + E(t,x_i,\sigma_i)]u_i(t) + B_i(t)z_i(t,x,\sigma) \tag{1}$$

上式中 $x_i(t)\in R^{n_i}$, $u_i(t)\in R^{m_i}(n_i\geqslant m_i)$, $x=[x_1^{\mathrm{T}},x_2^{\mathrm{T}},\cdots,x_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}(i=1,2,\cdots,N)$分别是第 i 个子系统的状态和控制输入; $A_i(t)$和 $B_i(t)$是具有相应维数的时变矩阵,关于时间 t 分段连续且在 t 的任何有限子区间上是有界的;不确定性参数 $\sigma_i\in\Omega_i\subset R^{q_i}$,记 $\Omega=\Omega_1\times\Omega_2\times\cdots\times\Omega_N$,并令 $\sigma=[\sigma_1^{\mathrm{T}},\sigma_2^{\mathrm{T}},\cdots,\sigma_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\Omega\subset R^q$,其中 $q=\sum_{i=1}^{N}q_i$, Ω 为 R^q 的紧子集;不确定项 $E_i(t,x_i,\sigma_i)$: $R\times R^{n_i}\times\Omega_i\to R^{m_i\times m_i}$描述了系统输入增益的不确定性变化,不确定性关联作用 $z_i(t,x,\sigma)$: $R\times R^n\times\Omega\to R^{m_i}(n=n_1+n_2+\cdots+n_N)$是非线性的,且有 $z_i(t,0,\sigma)=0$.

关于系统(1)有如下假设.

假设 1[5]. 关于系统(1),矩阵对$(A_i(t),B_i(t))$是完全一致可控的.

假设 2. 存在非负连续有界函数 $\eta_i(t)$, $\xi_{ij}(t)(i,j=1,2,\cdots,N)$, $t\in R^+$,使得

$$\| E_i(t,x_i,\sigma_i) \| \leqslant \eta_i(t) < 1, \qquad \| z_i(t,x,\sigma) \| \leqslant \sum_{j=1}^{N}\xi_{ij}(t) \| x_j \| \tag{2}$$

其中 $\eta_i(t)$,$\xi_{ij}(t)$是未知的,并假设存在未知常数 η_i^*, ξ_{ij}^*,使得

$$\eta_i(t) \leqslant \eta_i^*, \quad \xi_{ij}(t) \leqslant \xi_{ij}^* \tag{3}$$

3 自适应分散鲁棒控制器的设计

3.1 自适应分散鲁棒渐近稳定控制器的设计

关于自适应分散鲁棒渐近稳定控制器的设计尚需如下假设.

假设 3. 对 $t\in R^+$，时变矩阵 $A_i(t)$ 和 $B_i(t)$ 是一致有界的.

考虑系统(1)满足假设 1，根据最优控制理论知下列 Riccati 矩阵方程

$$-\dot{P}_i(t)=[A_i(t)+\alpha_i I]^{\mathrm{T}}P_i(t)+P_i(t)[A_i(t)+\alpha_i I]-\beta_i P_i(t)B_i(t)B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)+\gamma_i I \quad (4)$$

有正定解，α_i,β_i 和 γ_i 是设计参数均大于零. 由文[5]知，对 $t\in R^+$，存在正常数 μ_i 和 v_i 使得

$$\mu_i I\leqslant P_i(t)\leqslant v_i I \quad (5)$$

由式(5)并根据假设 3 知 $\|\dot{P}_i(t)\|$ 关于时间 t 有界.

本小节提出如下自适应分散线性状态反馈控制器

$$u_i(t)=-w_i(t)B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t) \quad (6)$$

其中 $w_i(t)$ 是关于未知参数 $w_i^*=\frac{1}{2(1-\eta_i^*)}\left[\beta_i+\sum_{j=1}^{N}\frac{N}{\gamma_j}(\xi_{ij}^*)^2\right]$ 的估计. 采用的自适应律满足下述方程

$$\dot{w}_i(t)=\lambda_i\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2,\quad w_i(0)=w_{i0}\geqslant 0 \quad (7)$$

式中 λ_i 是设计参数且是非负的.

定理 1. 对于不确定组合大系统(1)，在假设 1～3 下，采用自适应分散鲁棒状态反馈控制器(6)，则系统(1)将渐近稳定，自适应变量 $w_i(t)$ 保持有界，且 $\lim\limits_{t\to+\infty}\dot{w}_i(t)=0$(证明略).

3.2 自适应分散鲁棒实用稳定控制器的设计

在 3.1 小节中给出了系统(1)的渐近稳定自适应控制设计方案，但并没有给出系统能否指数稳定的判定，即上述方案无法知晓系统的状态能否在有限时间内到达平衡点或其附近，而这在工程实际中是十分有意义的. 本小节将讨论使系统(1)指数实用稳定的自适应控制设计方案. 为讨论的方便，记

$$w_i(t)=\frac{1}{1-\eta_i^*}\left(\beta_i+\sum_{j=1}^{N}\frac{N}{\gamma_j}\xi_{ij}^2(t)\right) \quad (8)$$

其中可视 $w_i(t)$ 为每个子系统的集中扰动参量.

由假设 2 知 $w_i(t)$ 对 $\forall\ t\in R^+$ 也是连续有界函数，故存在未知常数 w_i^* 使得

$$w_i(t)\leqslant w_i^*=\frac{1}{1-\eta_i^*}\left(\beta_i+\sum_{j=1}^{N}\frac{N}{\gamma_j}(\xi_{ij}^*)^2\right) \quad (9)$$

如此，关于系统(1)，给出如下自适应分散鲁棒状态反馈实用稳定控制器

$$u_i(t)=-\frac{1}{2}\hat{w}_i(t)B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t) \quad (10)$$

其中控制增益函数中的 $\hat{w}_i(t)$ 是关于参量 $w_i(t)$ 的估计. 采用的自适应律构造如下：

$$\dot{\hat{w}}_i(t)=-\delta_i\lambda_i\hat{w}_i(t)+\frac{1}{2}\lambda_i\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2 \quad (11)$$

式中 $\delta_i,\lambda_i(i=1,2,\cdots N)$ 是大于零的设计参数. 另一方面，设

$$\psi_i(t)=\hat{w}_i(t)-w_i^* \quad (12)$$

则能把式(11)改写成如下误差方程

$$\dot{\psi}_i(t)=-\delta_i\lambda_i\psi_i(t)+\frac{1}{2}\lambda_i\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2-\delta_i\lambda_i w_i^* \quad (13)$$

则系统(1)和误差系统(13)及控制器(10)构成的闭环系统指数实用稳定的结果将被下述定理所证实.

定理 2. 考虑系统(1)满足假设 1 和 2. 则系统(1)与误差系统(13)及控制器(10)构成的

闭环系统的解$(x_i,\psi_i)(t;t_0,x_i(t_0),\psi_i(t_0))(i=1,2,\cdots,N)$是终极一致有界的，且保证系统(1)的状态按指数收敛于$x=0$附近的指定区域，系统的稳态满足$\|x(t)\|^2\leqslant\mu^{-1}\tilde{\mu}^{-1}\varepsilon$($\mu$和$\tilde{\mu}$在证明中给出)(证明见附录).

4 仿真研究

以轴盘转动系统为例，其系统模型为

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i[I + E_i(t,x_i,\sigma_i)]u_i + B_i z_i(t,x,\sigma) \tag{14}$$

其中$A_1=A_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$B_1=B_2=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$，$E_i=\dfrac{1-\hat{I}}{\hat{I}}$，$i=1,2$，$z_1=\omega x_{22}$，$z_2=\omega x_{12}\sin x_{21}+\dfrac{1}{\hat{I}}\left(\dfrac{1}{2}m_2+m_1\right)gl\sin x_{21}$. 令$\Delta(t)=\dfrac{1-\hat{I}}{\hat{I}}$，$\hat{I}$(转动惯量)、$m_i(i=1,2)$(质量)、$g$(重力加速度)、$\hat{l}$和$\omega$等均为不确定时变参数，其界未知. 显然，该系统满足定理 2. 若取$\alpha_i=0.2$，$\beta_i=1$和$\gamma_i=1(i=1,2)$；记不确定参数为$\omega_1=\omega$，$\omega_2=\dfrac{1}{\hat{I}}\left(\dfrac{1}{2}m_2+m_1\right)gl$，$q_i=\Delta(t)$. 由式(4)可得$P_i=\begin{bmatrix}4.2698 & 2.9256\\ 2.9256 & 2.8251\end{bmatrix}$，并可设计形如式(10)的自适应状态反馈控制器进行仿真，仿真结果如下.

图 1～4 描述了系统(14)和控制器(10)构成的闭环系统的响应. 其中系统(14)和自适应变量的初值取$x_1(0)=(0.5,-0.8)^{\mathrm{T}}$，$x_2(0)=(-0.75,0.9)^{\mathrm{T}}$，$\hat{w}_{10}=0$，$\hat{w}_{20}=0$. 图中实线部分描述了系统的不确定性参数和设计参数取$\Delta(t)=0.2\sin 10t$，$\omega_1=0.25+0.25\sin 10t$，$\omega_2=0.16+0.16\sin 10t$，$\lambda_1=1.5$，$\lambda_2=2$，$\delta_i=0.02(i=1,2)$；虚线部分描述了控制器的设计

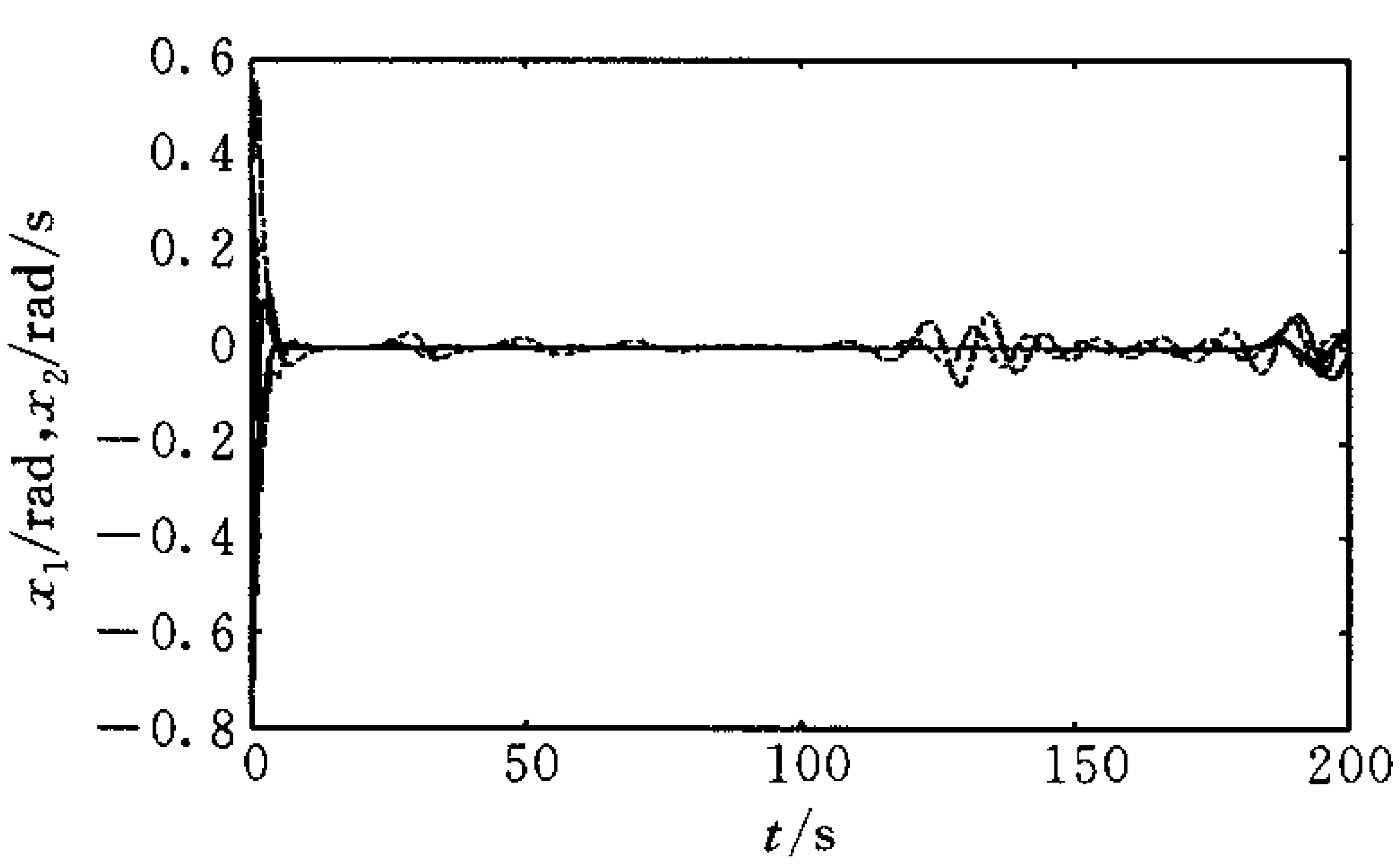

图 1　子系统1的状态响应

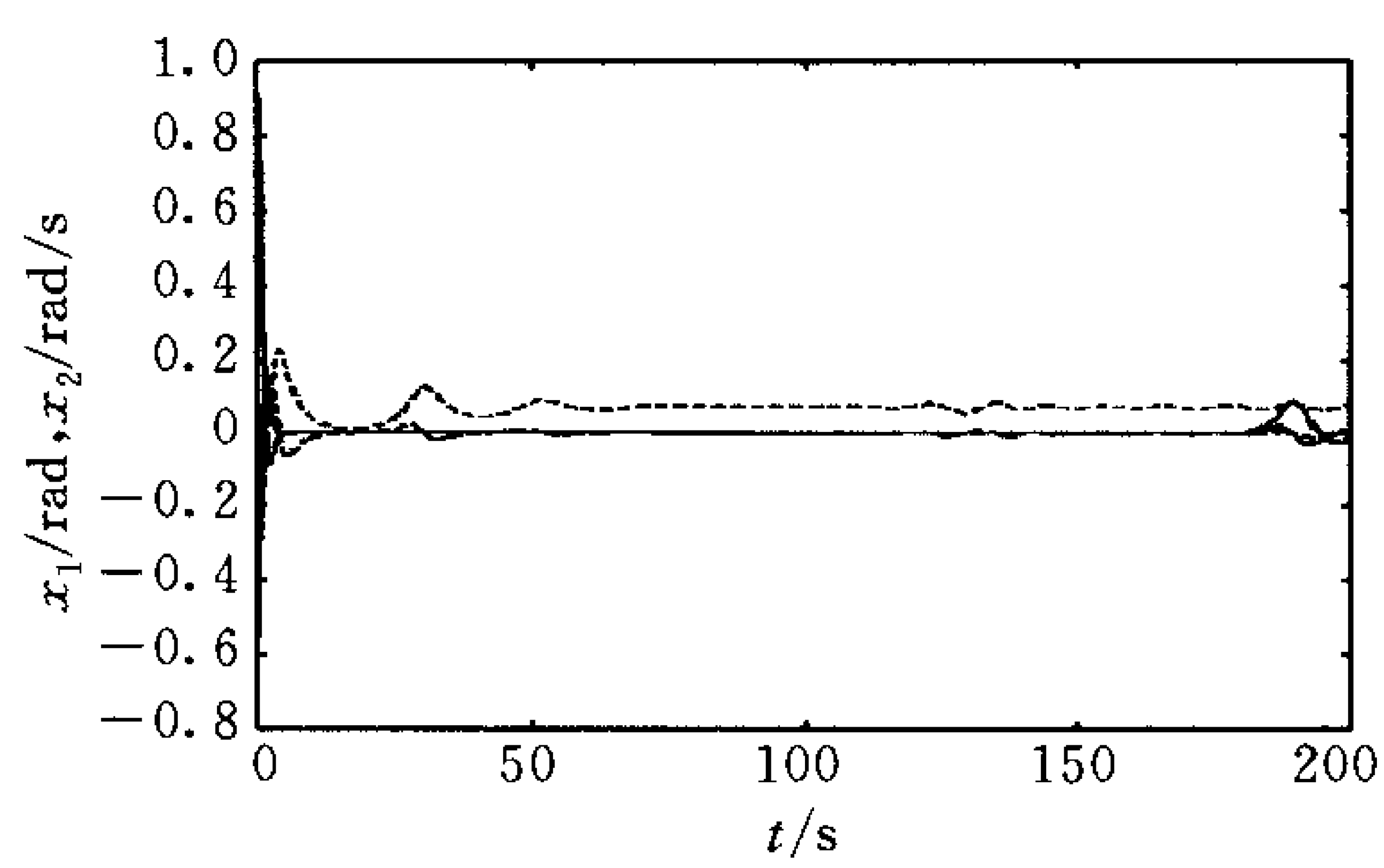

图 2　子系统2的状态响应

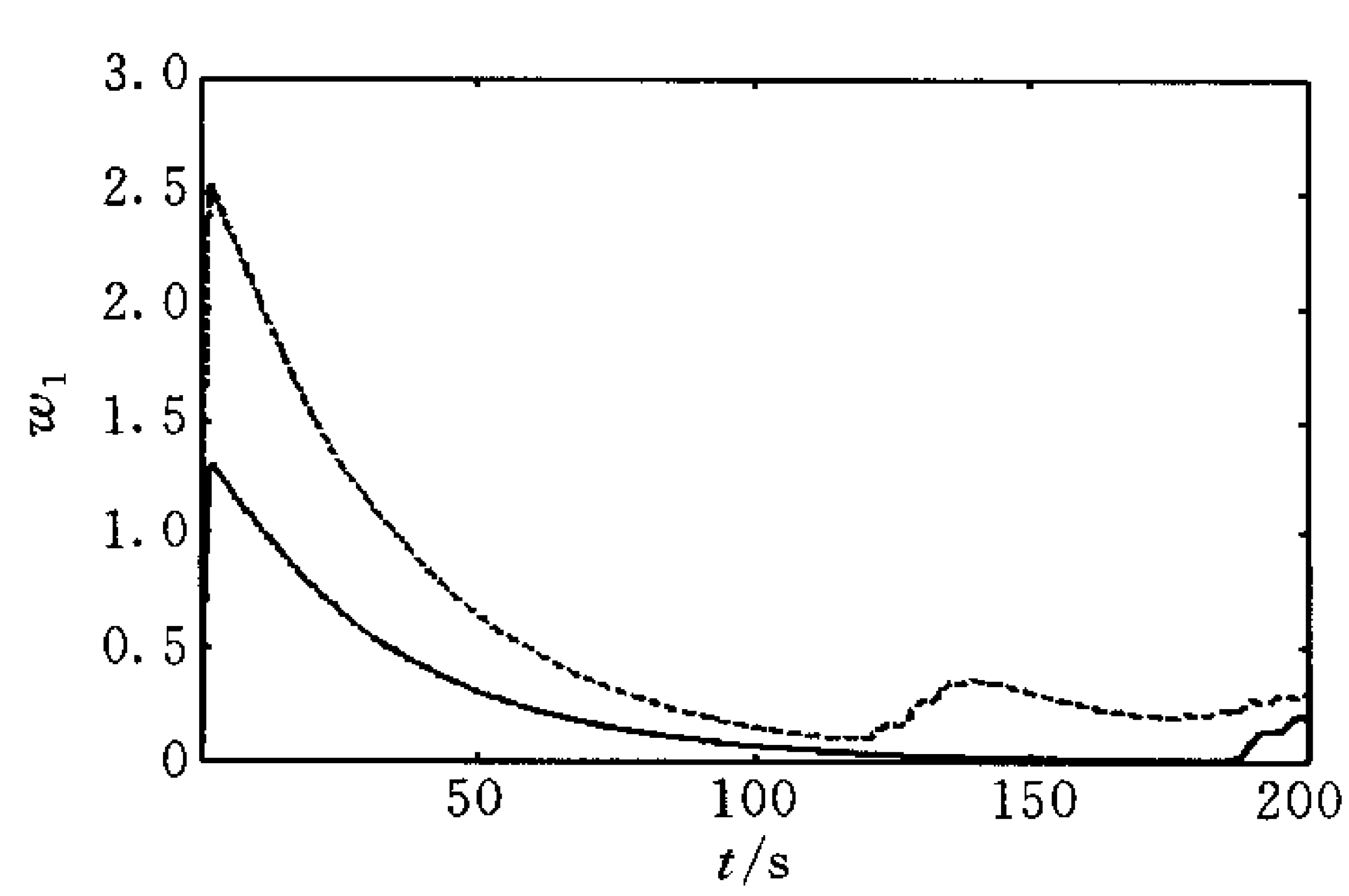

图 3　自适应变量w_1的响应

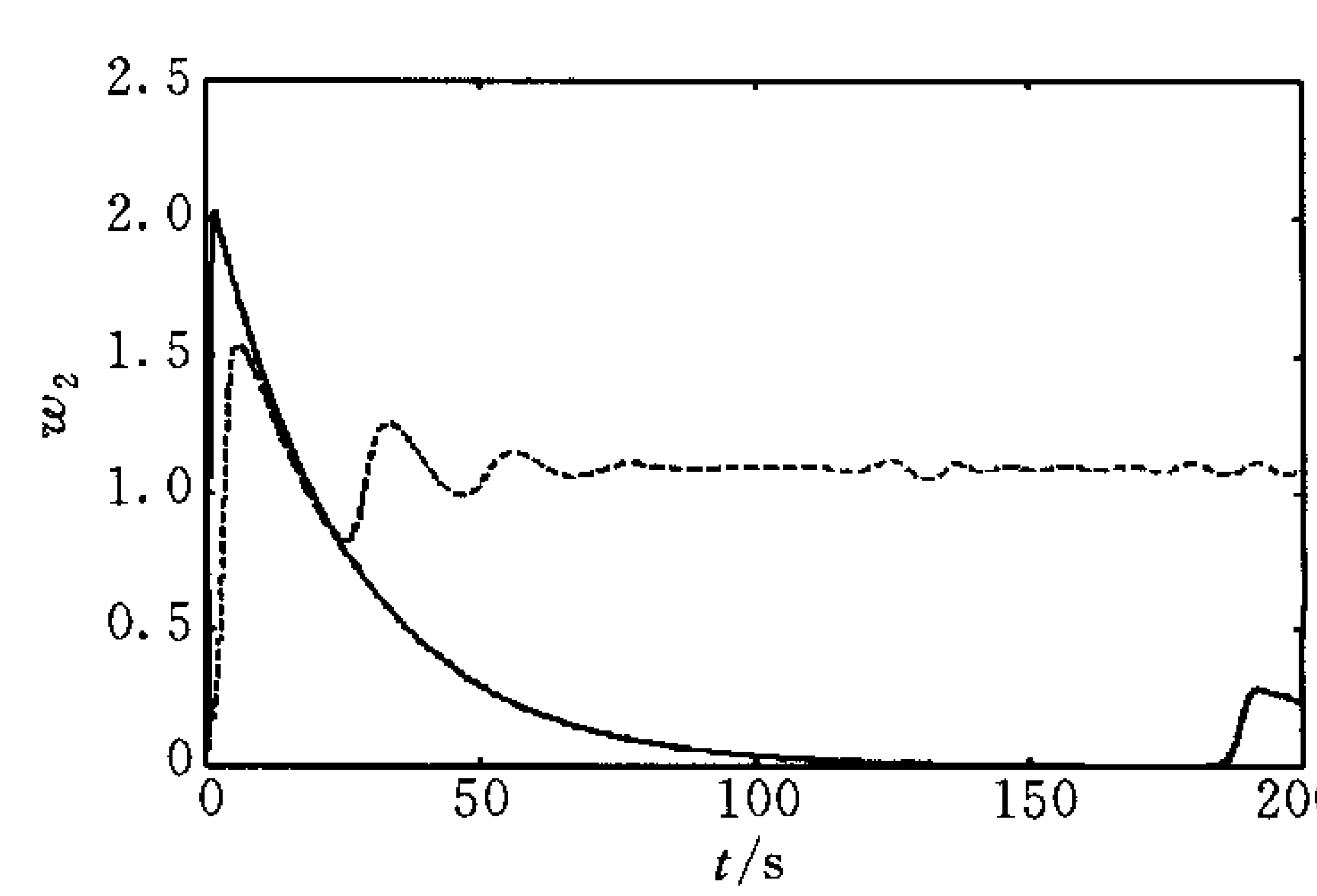

图 4　自适应变量w_2的响应

参数不变，而系统的不确定性参数取 $\omega_1=2.5+2.5\sin10t$，$\omega_2=1.6+1.6\sin10t$，$\Delta(t)=0.9\sin10t$时系统的响应.

5 结论

本文给出了一类具有非线性关联和不确定性的线性时变大系统的自适应状态反馈镇定控制器的设计方法. 研究结果表明：1)与文[1～4]的控制方案相比，本文所设计的控制器具有较强的鲁棒性；2)本文所设计的控制器从某种程度上克服了文[5,6]中所设控制器的缺陷；3)本文的方法运用范围较广，更利于工程实现.

参 考 文 献

1 Ikeda M, Silijak D D. Decentralized stabilization of linear time-varying systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1980, **AC-25**:106～107

2 Chen Y H. Decentralized robust control for large-scale uncertain systems: A design based on the bound of uncertainty. *J. Dynamic Syst. Meas. Control*, 1992, **114**:1～9

3 Gong Z. Decentralized robust control of uncertain interconnected system with prescribed degree of exponential convergence. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1995, **AC-40**:704～707

4 倪茂林，吴宏鑫. 线性不确定系统的鲁棒控制器设计. 自动化学报，1992，**18**(5):585～589

5 Gong Z, Wen C, Mital D P. Decentralized robust controller design for a class of interconnected uncertain systems: with unknown bound of uncertainty. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1996, **AC-41**:850～854

6 Shi L, Signh S K. Decentralized control for interconnected uncertain systems: extensions to higher-order uncertainties. *Int. J. Control*, 1993, **57**:1453～1468

附 录

定理 2 的证明.

关于由系统(1)、误差系统(13)和控制器(10)构成的闭环系统构造如下形式的 Lyapunov 函数

$$V(x,\psi)=\sum_{i=1}^{N}[x_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)+(1-\eta_i^*)\lambda_i^{-1}\psi_i^2(t)] \tag{A1}$$

其中 $x(t)=(x_1^{\mathrm T}(t),x_2^{\mathrm T}(t),\cdots,x_N^{\mathrm T}(t))^{\mathrm T}$，$\psi(t)=(\psi_1(t),\psi_2(t),\cdots,\psi_N(t))^{\mathrm T}$，$P_i(t)$是 Riccati 方程(4)的解. 设 $x_i(t),\psi_i(t)(i=1,2,\cdots,N)$是系统(1)和误差系统(13)关于 $t\geqslant t_0$ 的解. 则 $V(\cdot)$ 沿由系统(1)、误差系统(13)和控制器(10)构成的闭环系统的全导数为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm dV(x,\psi)}{\mathrm dt}=&\sum_{i=1}^{n}x_i^{\mathrm T}(t)[\dot P_i(t)+A_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)+P_i(t)A_i(t)-\hat w_i(t)P_i(t)B_i(t)B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)]x_i(t)-\\&\sum_{i=1}^{n}\hat w_i(t)x_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)B_i(t)E_i(t,x_i(t),\sigma_i)B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)+\\&\sum_{i=1}^{n}[2x_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)B_i(t)z_i(t,x,\sigma)+2(1-\eta_i^*)\lambda_i^{-1}\psi_i(t)\dot\psi_i(t)]\end{aligned} \tag{A2}$$

由假设 2 知

$$-\hat w_i(t)x_i^{\mathrm T}P_i(t)B_i(t)E_i(t,x_i(t),\sigma_i)B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)\leqslant\eta_i^*\hat w_i(t)\,\|B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2 \tag{A3}$$

$$\begin{aligned}2x_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)B_i(t)z_i(t,x,\sigma)\leqslant&\sum_{j=1}^{n}2\xi_{ij}(t)\,\|B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)\|\,\|x_j(t)\|\leqslant\\&\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{N}{\gamma_j}\xi_{ij}^2(t)\,\|B_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2+\frac{\gamma_j}{N}\|x_j(t)\|^2\right)\end{aligned} \tag{A4}$$

由误差系统(13)知

$$2(1-\eta_i^*)\lambda_i^{-1}\psi_i(t)\dot{\psi}_i(t)_i^* = -(1-\eta_i^*)\delta_i\psi_i^2(t) - (1-\eta_i^*)\delta_i(\psi_i(t)+w_i^*)^2 + (1-\eta_i^*)\delta_i(w_i^*)^2 + (1-\eta_i^*)\psi_i(t)\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2 \tag{A5}$$

由式(4)和(A3)～(A5),则(A2)可改写为

$$\frac{\mathrm{d}V(x,\psi)}{\mathrm{d}t} \leqslant \sum_{i=1}^{n}[-2\alpha_i x_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t) - (1-\eta_i^*)\delta_i\psi_i^2(t)] - \sum_{i=1}^{n}\left[(1-\eta_i^*)\hat{w}_i(t) - \beta_i - \sum_{j=1}^{n}\frac{N}{\gamma_j}(\xi_{ij}^*)^2\right]\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^{n}[(1-\eta_i^*)\delta_i(w_i^*)^2 + (1-\eta_i^*)\psi_i(t)\|B_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t)\|^2] \tag{A6}$$

由式(12)知上式可改写为

$$\frac{\mathrm{d}V(x,\psi)}{\mathrm{d}t} \leqslant \sum_{i=1}^{n}(-[2\alpha_i x_i^{\mathrm{T}}(t)P_i(t)x_i(t) + \delta_i\lambda_i(1-\eta_i^*)\lambda_i^{-1}\psi_i^2(t)] + (1-\eta_i^*)\delta_i(w_i^*)^2) \tag{A7}$$

另一方面,由式(5)并取

$$\delta := \min\{\delta_i\lambda_i \mid i=1,2,\cdots,N\}, \quad \alpha := \min\{\alpha_i \mid i=1,2,\cdots,N\},$$

$$\tilde{\mu} := \min\{2\alpha,\delta\}, \quad \varepsilon := \sum_{i=1}^{N}(1-\eta_i^*)\delta_i(w_i^*)^2 \tag{A8}$$

则由式(A7)和(A8)得

$$\frac{\mathrm{d}V(x,\psi)}{\mathrm{d}t} \leqslant -\tilde{\mu}V(x,\psi) + \varepsilon \tag{A9}$$

由式(A1)和(A9)知 Lyapunov 函数 $V(x(t),\psi(t))$沿由系统(1)、误差系统(13)和控制器(10)构成的闭环系统的任何解均随时间 $t\in R^+$单调减少直至闭环系统的解到达下列紧集

$$\Omega_f = ((x(t),\psi(t)) \mid V(x(t),\psi(t)) \leqslant V_f) \tag{A10}$$

其中

$$V_f = \tilde{\mu}^{-1}\varepsilon \tag{A11}$$

因此,系统(1)和(13)在控制器(10)下的解$(x_i,\psi_i)(t;t_0,x_i(t_0),\psi_i(t_0))$是终极一致有界的,其界由式(A11)给出.由式(A9)知系统(1)的稳态满足 $\|x(t)\|^2\leqslant\mu^{-1}\tilde{\mu}^{-1}\varepsilon$,收敛指数 $\tilde{\mu}$ 由式(A8)确定,即系统(1)在控制器(10)和自适应律(11)下能保证系统的状态按规定的时间到达规定的稳态区域.

刘粉林 1999 年获博士学位,解放军信息工程大学副教授.研究方向为复杂控制系统的结构分析.

吴 灏 解放军信息工程大学副教授.研究方向为仿真技术、计算机应用和信息安全.

刘 媛 解放军信息工程大学副教授,博士生.研究方向为密码学和系统结构分析.

张嗣瀛 见本刊第 26 卷第 3 期.