第18卷 第1期 自 动 化 学 报 Vol. 18, No. 1
1992年1月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 1992

大规模不确定离散动态系统的分散控制[1)]

刘晓平 张嗣瀛
(东北工学院自控系，沈阳 110006)

摘 要

本文讨论一类大规模不确定离散动态系统的稳定控制问题．利用 Lyapunov 方法，推出分散鲁棒反馈控制器的存在条件，并导出分散鲁棒反馈控制策略．

关键词：大系统，鲁棒性，分散控制．

一、引 言

在实际工作中建立的数学模型总是近似描述实际情况的理想模型，因而，在对理想模型进行综合设计时，往往要考虑到一些不确定因素，以便使所做的综合设计更适于实际情况．有关大规模不确定连续动态系统的稳定控制问题已得到较广泛的研究[1,2]，但是由于通过直接离散化方法将连续动态系统的结论推广到离散动态系统中是不太可能的[3,4]，因此，有必要直接对大规模不确定离散动态系统进行讨论，从而推导出分散鲁棒反馈控制器存在的条件，设计分散鲁棒反馈控制策略以保证总体系统达到渐近定．

二、问题的描述

考虑一个由N个子系统组成的大规模不确定离散动态系统，其中第 i 个子系统为

$$\begin{aligned} x_i(k+1) = {} & [A_i + \Delta A_i(r_i(k))]x_i(k) \\ & + [B_i + \Delta B_i(s_i(k))]u_i(k) + C_i v_i(k) \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} [A_{ij}x_j(k) + H_{ij}(k, r_i(k), x_j(k))], \end{aligned} \tag{2.1a}$$

$$x_i(0) = x_{i0}, \tag{2.1b}$$

这里 $x_i \in R^{n_i}$ 和 $u_i \in R^{m_i}$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入；A_i, B_i, C_i 及 A_{ij} 都是适当维数的矩阵；$r_i \in R^i \subset R^{p_i}$，$s_i \in S^i \subset R^{q_i}$ 和 $u_i \in V^i \subset R^{l_i}$ 是系统中的不确定参数；$C_i v_i$ 代表输入渠道中出现的不确定性；$H_{ij} \in R^{n_i}$ 是子系统 i 与子系统 j 之间的交联不定性．

本文于 1991 年 1 月 14 日收到．
1) 该文得到国家自然科学基金资助．

在讨论之前，先做如下假设：

1) $\Delta A_i(\cdot)$ 和 $\Delta B_i(\cdot)$ 分别连续地依赖于 r_i 和 s_i；

2) R^i, S^i 及 V^i 分别是 R^{p_i}, R^{q_i} 及 R^{l_i} 的紧致子集；

3) $r_i(\cdot), s_i(\cdot)$ 和 $v_i(\cdot)$ 均是 Lebesgue 可测的；

4) 矩阵对 (A_i, B_i) 是能稳的，即存在 $m_i \times n_i$ 阶常数矩阵 G_i 使 $A_i + B_i \cdot G_i$ 的特征值均在单位圆内；

5) 存在矩阵 $D_i(\cdot)$ 和 $E_i(\cdot)$，以及常数阵 F_i 使

$$\Delta A_i(r_i(k)) = B_i D_i(r_i(k)), \tag{2.2a}$$

$$\Delta B_i(s_i(k)) = B_i E_i(s_i(k)), \tag{2.2b}$$

$$C_i = B_i F_i. \tag{2.2c}$$

6) 存在 N^2 个非负实数 r_{ij} 使 $\forall (k, r_i, x_j) \in I \times R^{p_i} \times R^{n_j}$,

$$\left\|\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} H_{ij}(k, r_i, x_j)\right\| \leqslant \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} r_{ij}\|x_j\|. \tag{2.3}$$

本文的目的是设计一个线性分散控制策略 $u_i(k) = G_i x_i(k)$ 使大规模不确定离散动态系统(2.1)渐近稳定，$i = 1, \cdots, N$。

三、分散控制策略的设计

由假设 4)，对每个子系统 i，均存在 $m_i \times n_i$ 阶常阵 G_i 使 $A_i + B_i G_i$ 稳定. 现在考虑如下分散控制策略：

$$u_i(k) = G_i x_i(k), \tag{3.1}$$

这里 G_i 可构造成如下形式：

$$G_i = -(R_i + B_i^T P_i B_i)^{-1} B_i^T P_i A_i, \tag{3.2}$$

其中 P_i 是代数 Riccati 方程

$$P_i = Q_i + A_i^T P_i A_i - A_i^T P_i B_i (R_i + B_i^T P_i B_i)^{-1} B_i^T P_i A_i \tag{3.3}$$

的解，这里 Q_i, R_i 是可任意选定的正定对称矩阵.

将控制策略(3.1)代入式 (2.1a)，并考虑假设 5)，可推得

$$\begin{aligned} x_i(k+1) = {} & \bar{A}_i x_i(k) + B_i \Phi_i(x_i(k), k) \\ & + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} [A_{ij} x_j + H_{ij}(k, r_i(k), x_j(k))], \end{aligned} \tag{3.4}$$

其中

$$\bar{A}_i = A_i + B_i G_i, \tag{3.5}$$

$$\Phi_i(x_i(k), k) = D_i(r_i(k)) x_i(k) + E_i(s_i(k)) G_i x_i(k) + F_i v_i(k). \tag{3.6}$$

对(3.6)式两边取范数得

$$\|\Phi_i(x_i(k), k)\| \leqslant a_i + b_i \|x_i\|, \tag{3.7}$$

这里

$$a_i = \max_{v_i \in V^i} \|F_i v_i(k)\|, \tag{3.8a}$$

$$b_i = \max_{r_i \in R^i} \|D_i(r_i(k))\| + \max_{s_i \in S^i} \|E_i(s_i(k))\| \cdot \|G_i\|. \tag{3.8b}$$

通过引入 Lyapunov 函数 $V(x(k),k) = \sum_{i=1}^{N} V_i(x_i(k), k)$，其中 $V_i(x_i(k), k) = x_i^T(k) P_i x_i(k)$，可推证出如下定理:

定理：考虑大规模不确定离散动态系统(2.1)，并假设 1)—6)均成立。如果测试矩阵 $L = (l_{ij})$

$$l_{ij} = \begin{cases} \lambda_m(Q_i + G_i^T R_i G_i) - 2b_i\|G_i^T R_i\| - b_i^2 \lambda_M(B_i^T P_i B_i) \\ \quad - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \lambda_M(P_j) \cdot (\|A_{ji}\| + r_{ji})^2, \quad i = j. \\ -(\|\bar{A}_i^T P_i\| + b_i\|B_i^T P_i\|)(\|A_{ij}\| + r_{ij}) \\ \quad -(\|\bar{A}_j^T P_j\| + b_j\|B_j^T P_j\|)(\|A_{ji}\| + r_{ji}) \\ \quad - \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq i \\ s \neq j}}^{N} \lambda_M(P_s) \cdot (\|A_{si}\| + r_{si})(\|A_{sj}\| + r_{sj}), \quad i \neq j. \end{cases} \tag{3.9}$$

为正定矩阵，则在区域 $\Omega^C(\eta) \times I$ 内，通过分散鲁棒反馈控制策略(3.1)，可使大系统(2.1)稳定，其中 $\Omega^C(\eta)$ 是半径为 η 的球的补集，这里

$$\eta = [\mu_1 + \sqrt{\mu_1^2 + 4\mu_0 \lambda_m(L)}]/(2\lambda_m(L))$$

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^{N} a_i^2 \lambda_M(B_i^T P_i B_i)$$

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^{N} \Big\{ [2a_i\|G_i^T R_i\| + 2a_i b_i \lambda_M(B_i^T P_i B_i)] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} 2a_j \|B_j^T P_j\| (\|A_{ji}\| + r_{ji}) \Big\}.$$

参 考 文 献

[1] Singh, M. G., Decentralized Control, New York, North-Holland, (1981).

[2] Henshen Wu, Decentralized Robust Control for a Class of Large-scale Interconnected Systems with Uncertainties, *Int. J. of Systems Sci.*, 20(1989), 2597—2608.

[3] Mahmoud, M. S. and Bahnasawi, A. A., Asymptotic Stability for a Class of Linear Discrete Systems with Bounded Uncertainties, *IEEE Trans. Auto. Control*, **AC-33**(1988).

[4] Bahnasawi, A. A., Al-Fuhaid, A. S. and Mahmoud, M. S., Linear Feedback Approach to the Stabilization of Uncertain Discrete Systems, *IEE Poc*, **136-D**(1989), 47—52.

DECENTRALIZED CONTROL FOR LARGE-SCALE UNCERTAIN DISCRETE SYSTEMS

LIU XIAOPING　　ZHANG SIYING

(*Department of Automatic Control, Northeast University of Technology* 110006)

ABSTRACT

This paper discusses the stabilization of a class of discrete-time large scale systems with uncertainties. By using Lyapunov method, the conditions for the existence of decentralized robust feedback controllers are derived and the decentralized robust feedback control strategies are designed.

Key words: Large scale system; robust; decentralized control.

第十二届 IFAC 世界大会

第十二届 IFAC 世界大会（1993年,悉尼）的第一次 IPC 会议和 IFAC 理事会于1991年8月在维也纳举行。会议通过了 IFAC 世界大会的有关议题：

一、建议举办的小型讨论会专题

1. 鲁棒控制设计；2. 建模、辨识、控制和适应性之间的相互作用；3. 控制用的实时计算；4. 用于采矿、矿产和金属加工的测量与控制；5. 化工过程控制；6. 非线性系统。

二、建议的特邀专题

1. 汽车控制；2. 赋时的离散事件系统模型；3. 智能控制系统新进展；4. 加工制造系统；5. 电站控制系统；6. 生化系统控制；7. 谐振和挠性系统控制；8. 生物医学系统控制。

三、建议的普通专题

1. 航天航空；2. 应用；3. 生物医学工程和控制；4. 元件和仪表；5. 计算机；6. 发展中国家；7. 经济和管理系统；8. 教育；9. 加工制造技术；10. 控制数学；11. 自动化的社会效果；12. 系统工程；13. 名词术语；14. 理论。

四、建议的时间表

1992年2月　发二轮通知。

1992年7月底　接受论文和特邀专题申请的截止期限。

所有投稿论文必须指明所属范畴：

1）普通论文(上述普通专题)

2）小型讨论会主题

3）特邀专题

1992年12月初　第二次 IPC 会议，拟在美国 Tucson 的 CDC 会议期间召开。正式通知作者论文录用与否。

1993年7月中旬　世界大会。

（吕勇哉　供稿）