

# 电站并联运行的不对称非线性振荡<sup>1)</sup>

项国波

(武汉工业大学自动化系)

## 摘 要

本文给出一个结构不完全对称并联电网的等价定理, 它把双输入双输出非线性耦合的微分方程组等价于单输入单输出的非线性微分方程, 然后用渐近方法和谐波线性化方法求其一次近似解, 得到一些新的物理性质, 有助于合理选择电网结构, 以提高其结构稳定性。

**关键词**——电力系统; 等价定理, 非线性振荡, 谐波线性化方法, 渐近法。

文献[1]用渐近方法研究了对称结构并联电网的非线性振荡; 文献[2—4]用谐波线性化方法研究了不对称结构并联电网的非线性振荡。当结构不对称时, 出现了不对称分量  $\delta_0$ , 它对非线性振荡产生什么影响? 什么样的结构更有利于提高电网的稳定性? 本文用渐近方法和谐波线性化方法讨论这些问题。

## 一、等价定理

描述两台交流发电机组并联运行稳定性的微分方程组为

$$\begin{aligned} D^2\delta_1 + r_1 D\delta_1 &= f_1(\delta, t), \\ D^2\delta_2 + r_2 D\delta_2 &= f_2(\delta, t), \end{aligned} \quad (1)$$

式中算子  $D = d/dt$ ;  $\delta_i$  为发电机功率角,  $i = 1, 2$ ;  $r_i = \lambda_i/M_i$  ( $i = 1, 2$ ), 为机组的阻尼系数;

$$f_1(\delta, t) = -\frac{1}{M_1} [\beta_1 + \beta \sin(\delta - \alpha) - M_{e1}];$$

$$f_2(\delta, t) = -\frac{1}{M_2} [\beta_2 - \beta \sin(\delta + \alpha) - M_{e2}].$$

其它各种符号的含义见文献[2—4]。

式(1)是一双输入双输出非线性耦合微分方程组。当  $r_1 = r_2$ , 且有  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,  $M_1 = M_2$  时, 称这样的并联电网的结构是对称的, 有等价定理一<sup>[1]</sup>; 称  $r_1 \neq r_2$  时的并联电网的结构为不对称的, 有等价定理三<sup>[2—4]</sup>; 现称  $r_1 = r_2$ , 但  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ,  $M_1 \neq M_2$  的并联电网的结构为不完全对称, 相应地有等价定理二。利用这三个定理可以把方程组(1)等价于一个

本文于1987年1月5日收到。

1) 本文在中国自动化学会应用委员会1986年深圳年会上宣读。

单输入单输出的非线性微分方程组, 然后求其一次近似解。

**等价定理二.** 设  $\delta_1(t)$  和  $\delta_2(t)$  分别为方程 (1) 的两个解, 则  $\delta(t)$  将是一个二阶非线性方程

$$D^2\delta + rD\delta + \bar{\omega}_z^2 F_2(\delta) = F_{m2}(\delta) \quad (2)$$

的解, 式中  $\bar{\omega}_z^2 = \frac{2E_1 E_2 \cos \alpha}{\bar{M} \omega_0 z_{1z}}$ ;

$$F_2(\delta) = \sin \delta - \frac{1}{2} \Delta \bar{M}_b \operatorname{tg} \alpha \cos \delta; \quad (3)$$

$$F_{m2} = \frac{1}{\bar{M}} (\Delta \bar{M}_{bc}(\theta) - \Delta \bar{M}_{bc}), \quad (4)$$

式中各种符号的含义见文献[2—4]。

**证.** 将方程 (1.1) 减去方程 (1.2), 考虑到  $r_1 = r_2$ ,  $\lambda_1 \approx \lambda_2$ ,  $M_1 \approx M_2$  的条件, 经简化后便得式 (2), 证毕。

## 二、不对称非线性自振荡的性质

若组成并联电网的所有子系统不仅稳定而且完善<sup>[2-4]</sup>, 则等价定理二取下式

$$D^2\delta + rD\delta + \bar{\omega}_z^2 F_2(\delta) = 0. \quad (5)$$

因为  $F_2(\delta)$  不对称, 故式 (5) 的待解  $\delta$  不仅含有基波  $\delta^* = \delta_m \sin \psi$ ,  $\psi = \omega t$ , 而且含有直流分量  $\delta_0$ , 即

$$\delta = \delta_0 + \delta^*. \quad (6)$$

把式 (6) 的待解代入式 (5), 根据谐波线性化原理<sup>[5]</sup>,  $\delta$  取决于两个方程的联立解:

### 1. 缓变(直流)平衡方程

$$D^2\delta_0 + rD\delta_0 + \bar{\omega}_z^2(\delta_m) \left( \sin \delta_0 - \frac{1-m}{1+m} \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_0 \right) = 0, \quad (7)$$

式中 
$$\bar{\omega}_z^2(\delta_m) = \bar{\omega}_z^2 \left( 1 - \frac{1}{4} \delta_m^2 \right); \quad (8)$$

$$m \triangleq \frac{M_1}{M_2}, \quad M_2 > M_1.$$

因为  $\sin \delta_0 \approx \delta_0 - \frac{1}{6} \delta_0^3$ ,  $\cos \delta_0 = 1 - \frac{1}{2} \delta_0^2$ , 故式 (7) 取

$$D^2\delta_0 + \bar{\omega}_z^2(\delta_m) \delta_0 = \varepsilon f_0(\delta_0, D\delta_0), \quad (9-1)$$

式中

$$\varepsilon f_0(\delta_0, D\delta_0) = -\eta_m \bar{\omega}_z^2(\delta_m) - rD\delta_0 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_z^2(\delta_m) \left( \eta_m \delta_0^2 - \frac{1}{3} \delta_0^3 \right).$$

其中  $\eta_m = \frac{1-m}{1+m} \operatorname{tg} \alpha$ .

### 2. 基波平衡方程

$$D^2\delta^* + \bar{\omega}_{zM}^2\delta^* = \varepsilon f(\delta^*, D\delta^*). \quad (9-2)$$

式中

$$\bar{\omega}_{zM}^2 = \bar{\omega}_z^2 T_M(\delta_0, m, \alpha);$$

$$T_M = \cos \delta_0 + \frac{1-m}{1+m} \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_0;$$

$$\varepsilon f(\delta^*, D\delta^*) = -rD\delta^* + \frac{1}{8} \bar{\omega}_{zM}^2 (\delta^*)^3.$$

式(9)仍是两个非线性耦合微分方程组,求其精确解仍有困难,但是,用渐近方法<sup>[6]</sup>可以求其一次近似解为

$$\delta^* = \delta_m \cos \psi, \quad (10-1)$$

式中

$$\delta_m = \delta_{z0} e^{-\frac{1}{2}rt}; \quad (10-2)$$

$$\psi = \bar{\omega}_{zM}t + \frac{\delta_{z0}}{16r} (e^{-rt} - 1) + \vartheta_{z0}, \quad (10-3)$$

其中  $\delta_{z0}$ ,  $\vartheta_{z0}$  为初始条件决定的初振幅和初相位。式(10)指出: 尽管并联电网结构不完全对称,但是只要  $r > 0$ , 该系统便是渐近稳定的;其次,解的非等时性性质  $\psi$  不仅和  $\delta_{z0}$  有关,而且还和  $\delta_0$ ,  $m$ , 以及表示功率因数的  $\alpha$  角有关。这一性质在对称结构<sup>[1]</sup>中是没有的。

把式(10-2)代入式(9-1),可以求出直流项的解,它的稳态值为

$$\delta_0 = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{1-m}{1+m} \operatorname{tg} \alpha \right), \quad 0 \leq m \leq 1. \quad (11)$$

式(11)表明,  $m \neq 1$  时,  $\delta_0 \neq 0$ ;  $m = 1$  时,  $\delta_0 = 0$ , 这时解回到对称结构时的解<sup>[1]</sup>。因此,结构不完全对称的解具有广义性。

### 三、不对称非线性共振

若组成并联电网的调速子系统虽然是稳定的,但不是完善的,系统中会出现一种低频干扰转矩<sup>[1,3]</sup>,这时,等价定理二取下式

$$D^2\delta + rD\delta + \bar{\omega}_z^2 F_2(\delta) = F_0 + M_{cv} \sin(\nu t + \phi_\nu). \quad (12)$$

式中

$$F_0 = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} F_{m2}(\theta) d\theta, \quad \theta = \nu t, \quad (13)$$

其中  $M_{cv}$  为干扰转矩的振幅,  $\nu$  为基频。

因为  $F_2(\delta)$  不对称,故当  $\nu \approx \bar{\omega}_z$  时,式(12)的共振解  $\delta$  也是不对称的,即

$$\delta = \delta_0 + \delta_m \sin \psi, \quad \psi = \nu t + \vartheta, \quad (14)$$

式中  $\delta_0$  为不对称分量;  $\delta_m \sin \psi$  为基波;  $\vartheta$  为初相位。

根据谐波线性化原理<sup>[5]</sup>,求得共振解为

$$\delta_m = \frac{M_{cv}}{H(\delta_m, \delta_0)}, \quad (15-1)$$



$$\nu = \sqrt{\bar{\omega}_{zM}^2(\delta_m) \pm \sqrt{\left(\frac{M_{ev}}{\delta_m}\right)^2 - (r\nu)^2}}, \quad (15-2)$$

$$\vartheta = -\theta_\nu \quad (15-3)$$

式中

$$H(\delta_m, \delta_0) = \sqrt{\left[\bar{\omega}_{zM}^2\left(1 - \frac{1}{8}\delta_m^2\right) - \nu^2\right] + (r\nu)^2}, \quad (16-1)$$

$$\theta_\nu = \operatorname{tg}^{-1} \frac{r\nu}{\bar{\omega}_{zM}^2\left(1 - \frac{1}{8}\delta_m^2\right) - \nu^2}. \quad (16-2)$$

式(15)解的图像示于图1。

把这个结果和对称结构并联电网共振解的结果相比较, 得知: 1) 除了  $\bar{\omega}_z$  不同于  $\bar{\omega}_{zM}$  外, 两类结构并联电网具有相同的基本性质: 非线性振荡, 多值反应, 跳跃反相等; 2) 因为

$$\bar{\omega}_{zM} = \bar{\omega}_z \sqrt{T_M}, \quad T_M \leq 1,$$

$$\forall \delta_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],$$

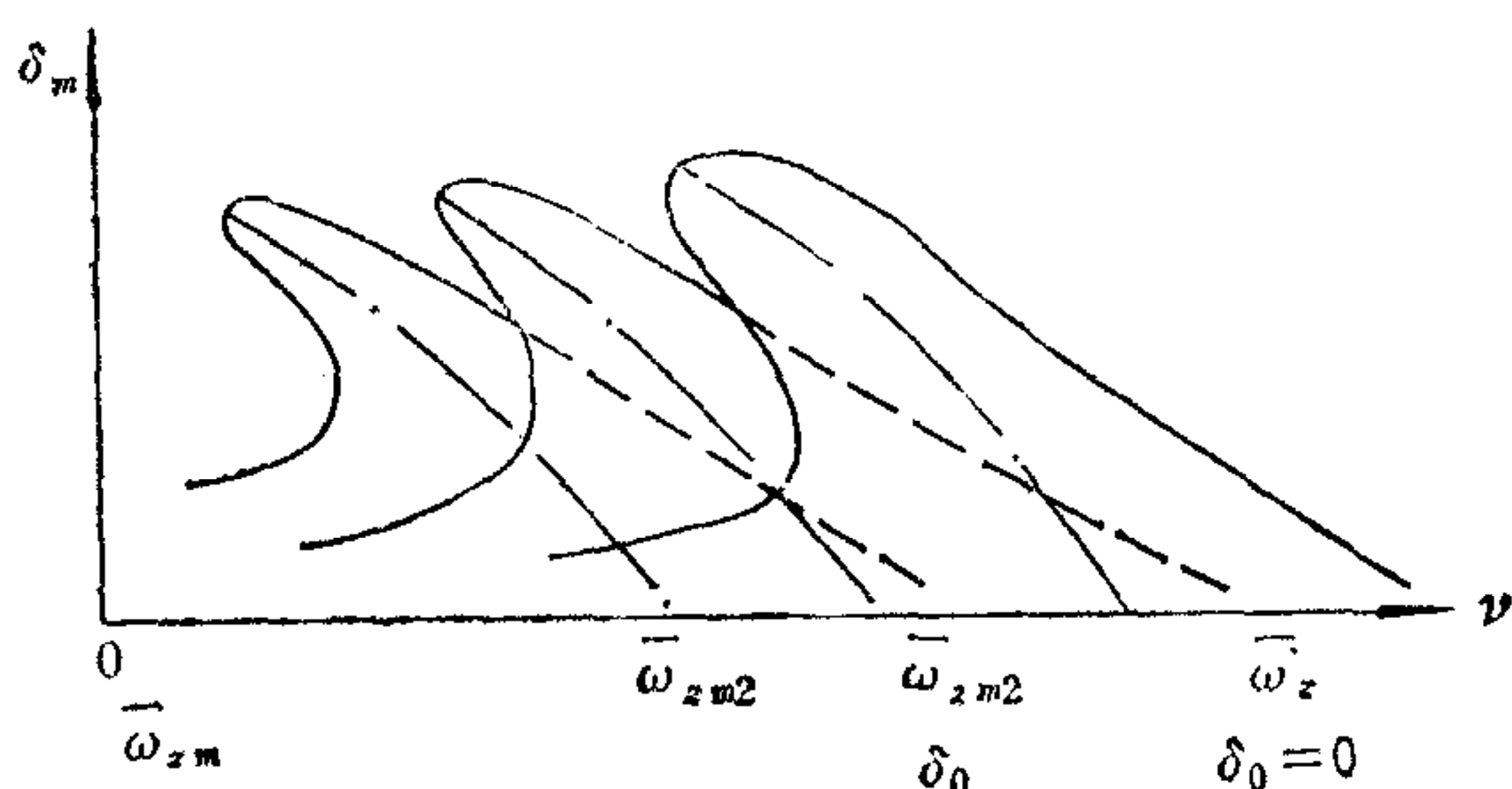


图1 不对称非线性共振解的性态

因此有:  $\delta_0$  愈大,  $\bar{\omega}_{zM}$  愈小; 共振的幅频特性带宽愈窄; 共振的骨架线愈接近纵轴, 即共振更严重。

上述两点性质很容易推广到不对称结构并联电网中去<sup>[3]</sup>; 而当  $\Delta\bar{M}_s = 0$  时,  $F_0 = 0$ ,  $\delta_0 = 0$ , 该解便回到结构对称的共振情况。

## 结 语

讨论结构不完全对称并联电网的非线性振荡性质, 不仅发现了一些新的物理性质, 为建立更加稳定的并联电网提供依据, 而且具有内取对称结构, 外推到不对称结构并联电网解的桥梁作用。

## 参 考 文 献

- [1] 项国波, 柴油机交流发电机组并联运行稳定性的探讨, 舰电通讯, 上海电器科学研究所, 1973, 4—5.
- [2] 项国波, 两台发电机组并联运行稳定性的对数特性研究法, 中国科学, 中文版, 1987, 7; 英文版, 1981, 8.
- [3] Xiang G. B., Employing Logarithmic Approach for the Stability of Diesel-Generator Sets Operating in Parallel. Proc. of the 9th Triennial World Congress of IFAC, Vol. 1, p. 135—139 Budapest, Hungary July 2—6, 1984.
- [4] Xiang G. B., Xie H. M., Nonlinear Resonance of Diesel-Generator Sets Operating in Parallel. Proc. of the 8th Triennial World Congress of IFAC, Vol. 4, p. 1867—1872, Kyoto, Japan, 24—28, Aug. 1981.
- [5] 项国波, 非线性自动控制系统中的谐波线性化原理, 信息与控制, Vol. 9 (1980), No. 1.
- [6] Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические Методы в Теории Нелинейных Колебаний, Государственное Издательство, Техничко-Теоретической литературы, Москва, 1955.

## ASYMMETRICAL NONLINEAR OSCILLATIONS OF GENERATOR SETS OPERATING IN PARALLEL

XIANG GUOBO

*(Automation Department, Wuhan University of technology)*

### ABSTRACT

We present an equivalent theorem with which two nonlinear coupled differential equations with double-input and double-output for the parallel generator sets with uncomplete symmetrical construction are made equivalent to that with single-input and single-output. Then, the asymmetrical nonlinear oscillations are analyzed by the asymmetric method and the harmonic linearized method. Some new physical properties that are helpful to the selection of power construction for improving the stability are obtained.

**Key words** ——Equivalent theorem; asymmetrical nonlinear resonances; harmonic linearized method.