矢介子为主过程和MIT口袋近似

张民生　　沈建国　　朱　伟
(上海师院)　(中科院原子核研究所)　(华东师大)

本文在口袋的波包展开的基础上讨论了类时虚光子转化为矢介子的过程（矢介子为主过程），指出这种方法的优点在于可以在夸克层次上统一分析类时虚光子的软硬过程。

e^+e^- 湮没为强子的过程已有不少作者研究过，当虚光子的 $\sqrt{q^2}$ 接近某个中性矢介子的质量时($\sqrt{q^2}\sim m_v$)，此过程可以用矢介子为主(VDM)模型描述[1]，这个模型假定强子的电磁流算符可以写为：

$$J_\mu^3=\frac{m_v^2}{f_v}V_\mu^0 \tag{1}$$

从而

$$\langle 0|J_\mu^3(\boldsymbol{x})|v(p)\rangle^{t=0}=\frac{m_v^2}{f_v}\in_\mu\frac{e^{iP\cdot x}}{\sqrt{2w}} \tag{2}$$

而当 $\sqrt{q^2}$ 远离矢介子质量壳时，实验证实强子来自部分子的喷注[2]。如何统一分析上述过程，显然是一种很有意义的事情。近年来，对 MIT 口袋模型的研究使得这种统一成为可能。因为当 $q^2\gg m_v^2$ 时，虚光子产生的夸克对具有足够的动量使口袋分裂[3]，从而形成喷注。而当 $q^2\approx m_v^2$ 时，虚光子产生的夸克对受到口袋的禁闭，形成一个具有一定质量的矢介子[4]（图 1）。

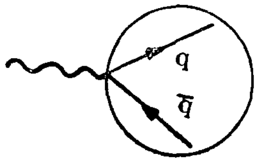

图 1

可是在文献[4]中，却忽略了一个重要因素，即静态口袋不是动量本征态。最近 Donoghue 等指出[5]，$|V(\boldsymbol{x}_0)\rangle_{bag}^{t=0}$ 和动量本征态 $|V(\boldsymbol{p})\rangle^{t=0}$ 之间有如下关系

$$|V(\boldsymbol{x}_0)\rangle_{bag}^{t=0}=\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{2w}\,\phi(p)e^{-ip\cdot x_0}|V(p)\rangle^{t=0} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{x}_0$ 为球腔中心，$\phi(\boldsymbol{p})$ 是动量空间中粒子的波包函数，它在 $p\sim R_v^{-1}$ (R_v 为口袋半径）内不为零。上式中各量的归一化条件是

$${}_{bag}^{t=0}\langle V(x_0)|V(x_0)\rangle_{bag}^{t=0}=1 \tag{4.1}$$

$${}^{t=0}\langle V(\boldsymbol{p}')|V(\boldsymbol{p})\rangle^{t=0}=(2\pi)^3\delta^3(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}')2w \tag{4.2}$$

$$\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{2w}(2\pi)^3|\phi(\boldsymbol{p})|^2=1 \tag{4.3}$$

本文在(3)式的基础上重新讨论 VDM 模型。从(2),(3)两式可得

$$\langle O|J_\mu^3(\boldsymbol{x})|V(\boldsymbol{x}_0)\rangle_{bag}^{t=0}=\frac{m_v^2}{f_v}\in_\mu\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2w)^{3/2}}\,\phi(\boldsymbol{p})e^{ip(x-x_0)} \tag{5}$$

经过逆 Fourier 变换，并取 $\boldsymbol{p}=0$，可得

$$\langle O|J_\mu^3(x)|V(o)\rangle^{t=0}=\frac{2m_v}{\phi(o)}\int\frac{d^3\boldsymbol{x}'}{(2\pi)^3}\langle O|J_\mu^3(x)|V(\boldsymbol{x}')\rangle_{bag}^{t=0} \tag{6}$$

为了在上式的右边能用口袋模型进行计算，必须把 QCD 真空 $|0\rangle$ 换成空口袋 $|0\rangle_{bag}$（并取 $\boldsymbol{x}=0$）

本文 1981 年 11 月 13 日收到

$$\langle 0|\, J^3_\mu(0)|\, V(\boldsymbol{p})\rangle^{t=0}=\frac{2m_v}{\phi(0)}A\int\frac{d^3\boldsymbol{x}'}{(2\pi)^3}\,{}_{bag}\langle 0\,|J^3_\mu\,(0)\,|V(\boldsymbol{x}')\rangle^{t=0}_{bag} \tag{7}$$

A 是因变换引入的因子。由于目前我们还难以从理论上导出 $|0\rangle_{bag}$ 与 $|0\rangle$ 之间的关系，因此根据量纲分析我们假定变换因子为

$$A=\beta E_v^{-1/2},\ E_v=\frac{4}{3}\pi R_v^3 B \tag{8}$$

其中 B 为 MIT 口袋模型中的真空压强，而参数 β 由实验数据确定。至于 $\phi(\boldsymbol{p})$ 的形式，为简单起见，我们取为

$$\phi(\boldsymbol{p})=ce^{-R_v|\boldsymbol{p}|} \tag{9}$$

c 由归一化条件(43)确定为

$$c=(m_vR_v^3/4\pi^4)^{1/2} \tag{10}$$

在 e^+e^- 的质心系中，可用球腔近似的口袋波函数代入(7)式进行计算。由文献[6]，最低模式的夸克波函数是

$$q(\boldsymbol{x})=\frac{N}{\sqrt{4\pi}}\begin{pmatrix}\sqrt{\dfrac{w+m}{w}}\;ij_0(\chi_r/Rv)u\\ -\sqrt{\dfrac{w-m}{w}}\;j_1(\chi_r/R_v)\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{r}u\end{pmatrix} \tag{11}$$

其中

$$N^{-2}=R_v^2\,j_0^2\,(x)\frac{2w\left(w-\dfrac{1}{R_v}\right)+m/Rr}{\omega(w-m)} \tag{12}$$

且 $w=\dfrac{1}{R_v}[\chi^2+(mR_v)^2]^{1/2}$，$u$、$d$ 夸克的质量为零。将(9)，(11)代入(7)式，然后根据

$$\Gamma_{v\to e+e-}=\frac{4\pi\alpha^2}{3}\,|\langle 0|\,J^3_\mu(0)\,|V(0)\rangle^{t=0}\,|^2/m_v^2 \tag{13}$$

并采用 MIT 口袋模型的质量谱，可计算 $\Gamma_{v\to e+e-}$，最后结果见表。

矢 介 子	$\Gamma_{v\to e+e-}$-理论值(Kev)	$\Gamma_{v\to e+e-}$-实验值(Kev)
ρ	6.67 (输入)	6.67
ω	0.741	0.77 ± 0.18
ϕ	1.48	1.27 ± 0.4

结论：我们应用 MIT 口袋模型，计算了类时虚光子转化为矢介子的过程。需要强调的是这种方法与过去的 VDM 模型的处理方法不同，除了参数 β 有待进一步探讨外，计算中出现的其它参数都是亚强子层次的夸克质量，夸克电荷，真空压强 B 等，它们均由强子谱决定，因此不是任意的。口袋半径，矢介子的质量都是口袋模型理论本身的结果。由于这个特点，我们认为把 MIT 口袋作为强子的一种模型，可以在夸克层次上统一分析类时虚光子的软硬过程。

参 考 文 献

[1] M. Gell-Mann et al, Phys, Rcv. **124**, 953 (1961)
[2] R. P. Feynman, Photon-Hadron Interactions, Benjamin, Reading, Mass. (1972)
[3] F. E. Low, Phys, Rev, **D12**, 163 (1975)
[4] P. Hays, et al Phys, Rev, **D13**, 1339, (1976). W. Gundtc, et al Phys, Rev, **D21**, 271 (1980)
[5] J. F. Donoghue, K. Johnson, Phys, Rev, **D21** 1975 (1980)
[6] A. Chodos. et al Phys. Rev, **D9** 3471 (1974). T. Degrand, et al, Phys, Rev, **D12**, 2060 (1975).