

# 局部几何矩在图像处理中的应用

胡之惠, 王耀明, 李 莉

(上海师范大学 数理信息学院, 上海 200234)

**摘 要:** 由几何矩引申出另一个概念——局部几何矩, 根据其良好的性质, 对它进行图像平滑、边缘检测和纹理分割方面的应用, 均取得了较好的效果。

**关键词:** 局部几何矩; 图像平滑; 边缘检测; 纹理分割

**中图分类号:** TP751   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1000-5137(2003)04-0043-05

矩在统计学中用于表征随机量的分布, 而在力学中用于表征物体的空间分布. 若把二值图或灰度图看作是二维密度分布函数, 就可把矩技术应用用于图像分析中. 一个从一幅数字图像中计算出来的矩集, 通常描述了该图像形状的全局特征, 并提供大量关于该图像不同类型的几何特征信息. 图像矩的这种特性描述能力被广泛地应用于各种图像处理、计算机视觉中. 其中几何矩由于计算非常简单, 而成为提取图像形状特征的一个非常有效的工具. 在以往的文献中, 图像平滑、边缘检测可以用很多不同方法来实现, 本文尝试用局部几何矩来进行图像平滑和边缘检测, 取得了理想的效果. 同时还介绍了局部几何矩在纹理分割中的应用<sup>[1]</sup>.

## 1 几何矩

几何矩定义于基本集  $\{x^p y^q\}$ .  $p+q$  阶二维几何矩用  $m_{pq}$  表示, 其表达式为

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) x^p y^q dx dy, \quad (1)$$

其中  $f(x, y)$  为某一限定区域  $R$  中的亮度函数.

矩集  $\{m_{p,q}, p+q=0, 1, \dots\}$  是由  $f(x, y)$  唯一确定的, 反过来亦是如此:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi(ux + vy)) \left[ \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} m_{p,q} \frac{(j2\pi)^{p+q}}{p!q!} u^p v^q \right] du dv. \quad (2)$$

零阶几何矩  $m_{00}$  代表一幅图像的总亮度. 对于剪影图像,  $m_{00}$  是目标区域的几何面积, 一阶几何矩  $m_{10}$ ,  $m_{01}$  是图像关于  $x$  轴和  $y$  轴的亮度矩. 其亮度的“矩心” $(x_0, y_0)$  为

$$x_0 = \frac{m_{10}}{m_{00}}; \quad y_0 = \frac{m_{01}}{m_{00}}, \quad (3)$$

$m_{20}, m_{11}, m_{02}$  可以用来计算区域延伸, 以及获得主坐标轴的方向.

收稿日期: 2002-11-30

作者简介: 胡之惠(1979-), 女, 上海师范大学数理信息学院硕士研究生; 王耀明(1945-), 男, 上海师范大学数理信息学院教授; 李莉(1962-), 女, 上海师范大学数理信息学院副教授.

## 2 局部几何矩

### 2.1 定义

局部几何矩是围绕每一个像素的一个小窗口上计算出来的,一个大小为 $(2N+1) \times (2N+1)$ ,以像素点 $(x,y)$ 为中心的小窗口 $W$ ;  $W$ 上像素点的 $p+q$ 阶局部几何矩定义为:

$$w_{pq}(x,y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N i^p j^q f(x+i,y+j) \quad (4)$$

若将上式看成是一个在限定正方形窗口中的离散邻域运算,则它可以被理解成图像和一个模板之间的卷积.下面给出对应窗口尺寸为3的模板,它们用于计算最多为二阶的局部几何矩.

$$w_{00} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad w_{10} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad w_{01} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$w_{20} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad w_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad w_{02} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 2.2 性质

从以上几个模板可以看出,局部几何矩有很好的性质.  $w_{00}$  对应于一个平均窗,可以用来计算该窗内的总能量,  $w_{10}$  和  $w_{01}$  分别对通常的图像的水平边缘或垂直边缘响应最大.  $w_{11}$  类似于一个交叉检测器.  $w_{20}$  和  $w_{02}$  反映图像的一些其他特征.

### 2.3 应用

#### 2.3.1 图像平滑

一般情况下,图像在传送和转换过程中,会不可避免地受到噪声的污染.对加噪图像求它的零阶局部几何矩  $w_{00}$ ,然后除以窗口的尺寸 $(L \times L)$ ,这样可以实现图像的平滑,达到较好的去噪声效果.实验结果如图1所示.

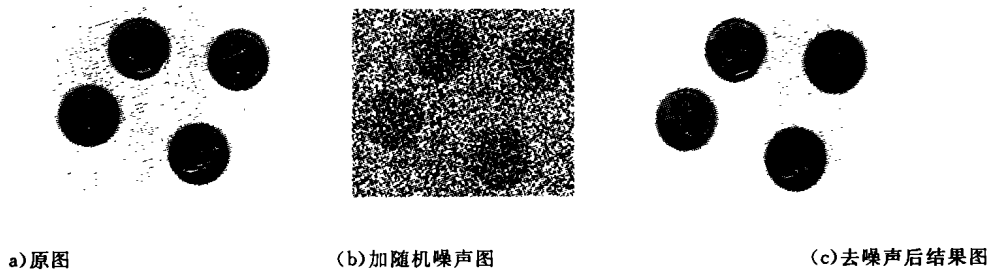


图1 利用  $w_{00}$  实现去噪声

#### 2.3.2 边缘检测

对一幅图像光照的强弱会影响目标的灰度值,但目标均发生在灰度不连续的位置,这就是边缘的定义,因此可以通过边缘检测技术将目标检测出来.为提取边缘特征,必须考虑图像中灰度在空间上的变化形式,一般将灰度变化分为3类:阶跃型、房顶型和凸缘型,如图2所示.对不同的边缘形式应采用不同方法来检测其灰度变化.

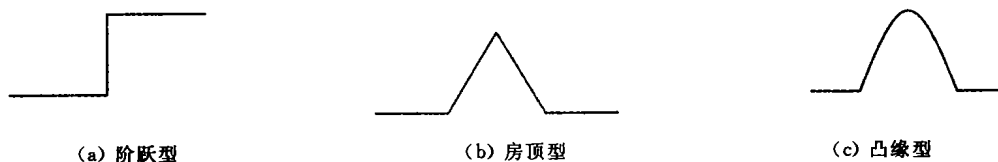
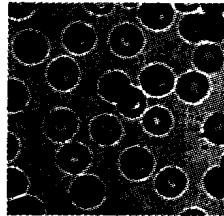


图2 灰度变化形式

## (1) 阶跃型边缘检测.

对图像  $I$  分别求它的一阶局部几何矩  $w_{10}$  和  $w_{01}$ , 并令  $I_1(i, j) = \max(w_{10}(i, j), w_{01}(i, j))$ , 这样得到的新图像  $I_1$  能很好的检测出阶跃型边缘. 实验结果如图 3 所示.



(a) 原图



(b) 边缘检测结果

图 3 阶跃型边缘的检测

## (2) 凸缘型边缘检测.

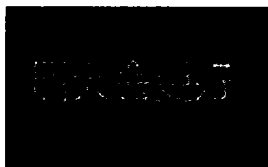
字迹的骨架比较细, 灰度变化基本上属于凸缘型, 采用传统的算子会检测出双边缘, 不适合提取字迹. 对字迹图像  $I$  先求它的零阶局部几何矩  $w_{00}$ , 再除以窗口尺寸  $(L \times L)$ , 并与原图像  $I$  进行差分, 即  $I_1 = w_{00}/(L \times L) - I$ , 这样得到的新图像  $I_1$  能很好的检测字迹. 这相当于一个(邻域平均灰度 - 灰度)的差分算子. 具体选择该算子时有以下考虑:

① 此算子各向同性, 与字迹笔画的无方向性相适应.

② 窗口大小直接影响检测结果, 窗口过小, 字迹经模板后输出幅值不大, 难以判别, 断裂现象严重; 窗口过大, 运算量较大, 考虑到字迹笔画一般在 4 个像素以内, 折中选择  $7 \times 7$  的窗口.

③ 算子由于采用邻域平均灰度与灰度做差分运算, 实质上是一种空域高通滤波.

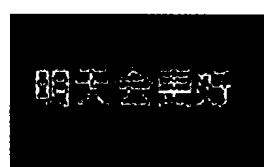
本实验对“明天会更好”几个字进行检测, 结果如图 4 所示.

(a) 用  $w_{00}$  检测

(b) 用 prewitt 算子检测



(c) 用 sobel 算子检测



(d) 用 roberts 算子检测

图 4 凸缘型边缘检测

## 2.3.3 纹理分割

由局部几何矩的性质可知, 它与一个像素的邻域中的图像特征相联系, 因而可以通过计算局部几何矩, 从灰度级图像直接得到纹理特性, 进而实现图像的纹理分割. 其中窗口的尺寸是一个非常重要的参数, 大的纹理标志要用大尺寸的窗, 反之, 小纹理要用小的窗. 本文采用以下的算法进行纹理分割:

步骤 1: 对纹理图像分别求各阶局部几何矩  $w_{00}, w_{10}, w_{01}, w_{11}, w_{20}$  和  $w_{02}$ ; 并把所求得每一阶次矩值作为一幅矩特征图, 分别对应  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  和  $M_6$ .

步骤 2: 对纹理分别引入一个非线性转换器, 把矩特征图映射为纹理特征图. 对应于矩特征图  $M_k$  的纹理特征图  $F_k$  从下式中求得,

$$F_k(i, j) = \frac{1}{L^2} \sum_{(a,b) \in w_{ij}} |\tanh(\sigma(M_k(a,b) - M_0))| \quad (5)$$

这里  $M_0$  为均值,  $w_{ij}$  是以  $(i, j)$  为中心的  $L \times L$  的平均窗口,  $\sigma$  是一常数, 决定逻辑函数的形状, 本文中取  $L = 3, \sigma = 0.01$ .

步骤 3: 对每个像素  $(i, j)$  的  $n$  个纹理值, 构造纹理特征向量  $\Xi_{ij}$ , 本文中  $n$  取 6.

$$E_{ij} = \langle F_1(i, j), F_2(i, j), \dots, F_n(i, j) \rangle \quad (6)$$

步骤 4: 对图像中随机选取的点的纹理特征向量进行非监督聚类, 以此结果分类图像中的每个像素.

本实验将对图 5 中的两种不同纹理进行分割, 分割结果如图 6 所示, 两种不同的纹理分别用不同的颜色表示. 图 7 和图 8 分别列出了各阶局部几何矩以及各阶纹理特征图.

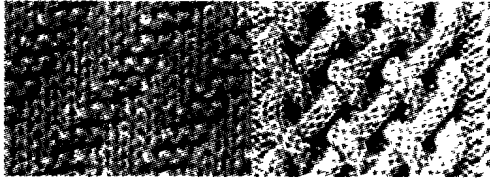


图 5 原图



图 6 纹理分割结果

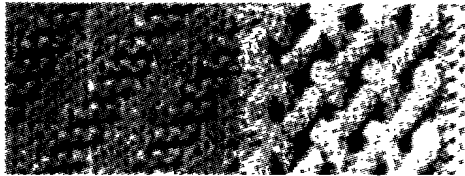
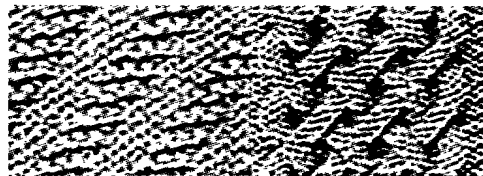
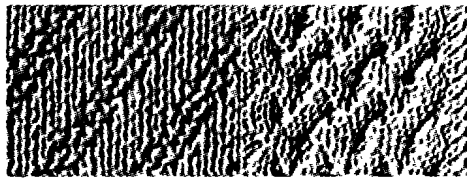
(a)  $w_{00}$ (b)  $w_{10}$ (a)  $w_{01}$ (b)  $w_{11}$ 

图 7 各阶局部几何矩

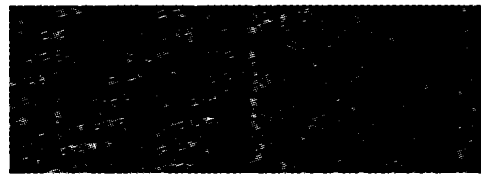
(a)  $F_{00}$ (b)  $F_{10}$ (a)  $F_{01}$ (b)  $F_{11}$ 

图 8 各阶纹理特征图

### 3 结 论

局部几何矩不仅计算简单,而且能准确、唯一地提供图像的各种特征,特别是能提供反映图像纹理特性的一些有效特征,因而具有一定的研究和应用价值.

#### 参考文献:

- [1] MIHRAN TUCERYAN. Moment Based Texture Segmentation[J]. Pattern Recognition Letters, 1994, 15(7): 659-668.
- [2] JAIN A K, DUBES R C. Algorithms for Clustering Data[M]. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [3] 王耀明. 图像的矩函数—原理、算法及应用[M]. 上海:华东理工大学出版社,2002.
- [4] 赵雪松, 陈淑珍. 综合全局二值化与边缘检测的图像分割方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2001,13(2): 118-121.

## The Local Geometric Moment and its Application in Image Processing

HU Zhi-hui, WANG Yao-ming, LI Li

(Mathematics and Sciences College, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China)

**Abstract:** The local geometric moment is derived from the geometric moment. According to its special nature, the local geometric moment is applied to image smoothness, edge detection and texture segmentation. The results are acceptable.

**Key words:** the local geometric moment; image smoothness; edge detection; texture segmentation