

# 房地产价格随机波动与抵押贷款风险值(VaR)的研究

周为吉<sup>1,2</sup>, 曲福田<sup>1</sup>, 殷国新<sup>2</sup>

- (1. 南京农业大学中国土地问题研究中心, 江苏南京, 210095;  
2. 广东工业大学经济管理学院, 广东广州, 510090)

**摘要:** 借鉴金融理论中关于资产收益率的正态分布规律, 依据房地产抵押贷款中抵押人与抵押权人所拥有房地产价值的差异, 构建并修正了房地产价格对数正态分布模型。在此基础上, 给出了一种度量房地产抵押贷款风险的方法, 得出了房地产抵押贷款风险值与价格波动率、折旧率、抵押比、处置费用和置信度等因素有关的结论。

**关键词:** 房地产价格; 抵押贷款风险; 对数正态分布模型

中图分类号: F293.30

文献标识码: A

文章编号: 1672-3104(2007)02-0193-05

房地产价格是在诸多因素组成的市场作用力共同作用下产生的。因为影响房地产价格因素的复杂性和多变性使得市场作用力的大小和方向都经常发生无规则的变化, 所以, 房地产的价格也相应地随之波动。从本质上来讲, 房地产价格是一个随机变量, 用随机函数来刻画房地产价格变动将更符合实际情况。房地产价格随机波动给房地产抵押贷款带来了潜在风险, 研究房地产价格随机波动规律对于判断抵押贷款的风险值(Value at Risk, 简记 VaR), 防范抵押贷款的风险具有重要的意义。

## 一、房地产价格随机分布模型

### (一) 度量房地产价格随机波动的理论依据

早期的金融理论研究指出资产收益率服从正态分布, 而现在越来越多的实证研究已经证实资产的对数收益率并不完全服从正态分布, 而是服从“稳定帕雷托(Stable Paretian)”分布。此分布的尾部比正态分布胖, 而峰部比正态分布高, Mandelbrot、Edgar E.Peters称之为分形分布<sup>[1]</sup>。但由于该模型分布的不连续性和方差的无极限性, 使得建立基于收益率分形分布的金融模型难度极大, 其应用相应地受到限制; 而资产收益率的正态分布模型由于其数学形式的简洁性和相当的解释力, 仍受许多金融机构的青睐<sup>[2,2]</sup>。房地产抵押贷款属于金融的范畴, 而房地产价格的变动必然引起其收益率的变动, 因此, 借助现代金融理论中资产收益率的正态分布模型来度量房地产相对价格分布<sup>[3]</sup>,

进而研究房地产抵押贷款的风险是可行的。

### (二) 构建房地产价格对数正态分布模型的思想

首先, 设某宗房地产在  $t$  时刻的价格为  $S(t)$ ,  $t+\Delta t$  时刻的价格为  $S(t+\Delta t)$ 。定义房地产的相对价格  $x$  为

$$x = \frac{S(t+\Delta t)}{S(t)} \quad (1)$$

在观察期  $\Delta t$  时间内, 由于作用于该房地产的市场作用力发生不规则的变化, 这种不规则作用的结果就是使得期末房地产的价格  $S(t+\Delta t)$  为一随机变量。相应地  $x$  亦为一个随机变量, 且服从以下分布:

$$\ln(x) \sim N(\mu, \sigma) \quad (2)$$

或者写成如下形式:

$$\Phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (3)$$

式中:  $x$  是房地产价格的相对值;  $\mu$  是在  $\Delta t$  时间内该宗房地产的预期连续复合收益率;  $\sigma$  为  $\Delta t$  时间内的房地产相对价格的对数值的波动率。

其次, 进行波动率的计算<sup>[2]</sup>。 $\sigma$  是房地产相对价格波动情况的一个特征值。 $\sigma$  值越大, 表明房地产相对价格的波动越大, 相应地, 房地产抵押贷款的风险值越大。房地产抵押贷款对抵押权人来说也是一种投资, 但这种投资不同于证券投资, 证券市场可以用大量的市场交易数据来求取证券的波动率。而对于一宗房地产, 由于其交易的次数极少, 不可能从市场上获取该房地产不同时点的价格来计算其波动率。从理论

上来讲,在同一供需圈内,由于用途的相互替代性,同种用途的房地产的价格在相同市场作用力的影响下,应该有相同的波动率。因此,某种用途房地产价格的波动率,可以由其所在地同类型房地产价格指数的相对值来替代。

如:已知某城市商业房地产在*i*月的价格指数为 $I_i$ 。定义

$$u_i = \ln\left(\frac{I_i}{I_{i-1}}\right) \quad (4)$$

则该市商用房地产的波动率为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad (5)$$

$$\text{其中} \quad \bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{n} \quad (6)$$

房地产相对价格的随机波动遵循于几何布朗运动(Geometrical Brownian Motion,GBM),波动率与观察期的时间 $\sqrt{\Delta t}$ 成正比。即若设年波动率为 $\sigma$ ,月波动率为 $\sigma_1$ ,则 $\sigma = \sqrt{12}\sigma_1$ 。

### (三) 房地产相对价格分布模型说明

房地产相对价格的对数正态分布模型可以较为直观地描述房地产价格分布规律,该模型的优点体现在以下几方面。

(1) 保证了房地产相对价格为正数( $x>0$ )。若在观察期内房地产的价格向上波动则 $x>1$ ,相应地, $\ln(x)>0$ ;若房地产价格向下波动则 $x<1$ ,相应地, $\ln(x)<0$ 。价格的任何变化都可以用 $x$ 来描述,相应地, $\ln(x)$ 可以在 $(-\infty, +\infty)$ 区间取值,满足对数正态分布对自变量的取值要求。

(2) 在正态分布模型中,波动率越小,房地产相对价格值趋近于0或取很大值的可能性就越小。通常房地产相对价格的年波动率要远远低于股票等金融资产的波动率。如上海地区写字楼的相对价格年波动率约为2.2%,而中国石化(600028.SH)的相对价格年波动率约为24%。这种较小的波动率反映了房地产价格的稳定性,同时也是房地产作为最受欢迎的贷款抵押物的原因所在。

(3) 房地产相对价格的波动率越大,其概率密度函数的波峰越平坦,相对价格分布的离散度越大,房地产价格就越难准确预测。在其它条件相同的情况下,由于波动率随时间的延长而增加,故时间越长就越难

准确预测房地产的价格。

(4) 密度函数式(3)中,参数 $\mu$ 为观察期 $\Delta t$ 时间内该类房地产的预期连续复合收益率。若将该宗房地产视其价格为 $S(t)$ 的资产,则在 $\Delta t$ 时间内,该资产的价值应该满足下列关系 $S(t+\Delta t)=S(t)\exp(\mu)$ ,该公式的推导可见文献[2]。在现实的市场环境下, $\mu$ 是一个随机变量,对于某宗具体的房地产而言,其资产平均收益率的期望值为 $\mu$ ,但其资产的实际收益可能高于 $\mu$ ,也可能低于 $\mu$ 。即下式成立:

$$E\left[\ln\frac{S(t+\Delta t)}{S(t)}\right] = \mu \quad (7)$$

## 二、作为抵押物的房地产相对价格的分布模型

### (一) 抵押人与抵押权人拥有房地产价值的差异及原因

上述的模型是在未考虑折旧情形下,从房地产所有者(抵押人)的角度得出的相对价格分布模型。在抵押期末,作为抵押物的房地产,其价值对于抵押人和抵押权人(银行)而言是有差异的。对于抵押人而言的房地产价值要高于抵押权人的价值。产生这种差异的原因,一方面是由于房地产在抵押期间,使用权和收益权仍为抵押人所有,这种使用和收益对房地产所有者(抵押人)带来的价值包含在模型的期末价格 $S(t+\Delta t)$ 中,而抵押权人并没有获得这部分收益。另一方面是由于房地产在使用期间会发生建筑物折旧以及土地使用权年限的缩短。对于某一宗具体的房地产而言,抵押期初和期末的剩余法定使用寿命是有显著差异的,这种差异使得房地产的价值降低(可称之为房地产的折旧)。从抵押权人的角度来看,显然要考虑这种折旧对其价值的影响。

### (二) 相对于抵押权人的房地产价格分布模型

度量房地产抵押贷款风险值的大小,重点要分析相对于抵押权人的房地产价格分布模型。考虑到抵押人与抵押权人拥有房地产价值的差异,对模型(式(3))进行修正,从而得到抵押房地产对于抵押权人的价格分布模型<sup>[4,5]</sup>。

设 $S(t)$ 为期初房地产的价格, $M_1(t+\Delta t)$ 为在单独考虑收益率差异时的房地产期末价格, $M_2(t+\Delta t)$ 为在单独考虑折旧校正时的房地产期末价格, $M(t+\Delta t)$ 为综合考虑这两种因素之后的抵押房地产期末的价格,对式(3)进行以下两方面的修正。

#### (1) 收益率的校正

式(3)所给出的房地产社会平均收益率为

$$E\left[\ln\left(\frac{S(t+\Delta t)}{S(t)}\right)\right] = \mu \quad (8)$$

由于该房地产收益已完全为抵押人所实现, 抵押期对抵押权人(银行)而言, 其期望收益为

$$E\left[\ln\frac{M_1(t+\Delta t)}{S(t)}\right] = 0 \quad (9)$$

(2) 折旧的校正

房地产折旧的计算方法有多种, 如直线法、定率法、偿债基金法等。本文选取直线法作为房地产折旧的计算方法。

设抵押贷款期为  $\Delta t$ , 抵押期初房地产的剩余寿命为  $N$ 。在抵押期内房地产的总折旧为

$$d = \frac{\Delta t}{N} \quad (10)$$

且下式成立:

$$M_2(t+\Delta t) = S(t)(1-d) \quad (11)$$

将此式变为相对价格的对数形式如下:

$$\ln\left(\frac{M_2(t+\Delta t)}{S(t)}\right) = \ln(1-d) \quad (12)$$

为简化起见, 我们假定  $0 < \Delta t \ll N$  (即抵押期远远小于房地产法定剩余寿命), 则有  $0 < d \ll 1$ 。式(12)右边可以展开成关于  $d$  的无穷级数, 在  $d$  趋近于零时, 可以忽略高阶无穷小项, 从而下式成立:

$$\ln(1-d) \approx -d \quad (13)$$

综合式(12)和式(13), 即有:

$$\ln\left(\frac{M_2(t+\Delta t)}{S(t)}\right) = \ln(1-d) \approx -d \quad (14)$$

式(14)表明, 从收益的角度来看, 可以将房地产的折旧看作是房地产投资的“负收益”, 收益率的大小与折旧率相同。折旧的存在使得房地产相对价格的对数期望值下降了  $d$ 。

综合考虑抵押房地产的收益率和折旧率的校正, 由于式(9)结果为 0, 故  $M_2$  也就取代了  $M$ , 即  $M$  只含  $M_2$  无  $M_1$ 。对于抵押权人而言, 作为抵押物的房地产的相对价格的数学期望为

$$E\left[\ln\left(\frac{M(t+\Delta t)}{S(t)}\right)\right] = -\frac{\Delta t}{N} \quad (15)$$

式(3)中另一个参数相对价格的波动率  $\sigma$ , 是由房

地产的市场环境因素决定的, 对于抵押人和抵押权人而言都是相同的, 此参数不需修正。

综合式(8)和式(15), 我们可以得到对于债权人而言的房地产价格分布模型为

$$\ln\left(\frac{M(t+\Delta t)}{S(t)}\right) \sim N\left(-\frac{\Delta t}{N}\sigma\right) \quad (16)$$

或可写作:

$$F(y) = \int_0^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma y} \exp\left[-\frac{\left(\ln y + \frac{\Delta t}{N}\right)^2}{2\sigma^2}\right] dy \quad (17)$$

式中:  $y$  为抵押房地产对于抵押权人的相对价格;

$\frac{\Delta t}{N}$  为折旧率;  $\sigma$  为波动率。

### 三、房地产抵押贷款在险值(VaR)度量及案例分析

#### (一) 房地产抵押贷款在险值(VaR)的内涵及其度量

房地产抵押贷款通常以房地产的评估值为依据, 在一定的抵押率(通常为 0.7)下来确定贷款额的。抵押率在一定的程度上保证了抵押贷款的安全性(抵押率越低安全性越高)。如前所述, 由于房地产价格的波动、抵押期价格折旧以及处置变现费用等因素的影响, 可能使得贷款期末房地产的变现值低于抵押贷款的还款余额, 从而给抵押权人带来潜在的风险。可以利用 VaR(在险价值: Value at Risk)来度量风险值的大小。所谓 VaR 是指在一定的市场条件下, 一笔抵押贷款在未来某段时间内置信水平为  $P$ (通常为 95%~99%)的预期最大损失值。在一定的置信水平上, VaR 值越大, 则表明该笔贷款的风险值越高。

当还款方式确定时, 根据房地产价格分布模型可以计算出一定置信水平下抵押贷款的 VaR。

定义  $M'$  为房地产的变现价值:

$$M' = M(t+\Delta t)(1-c) \quad (18)$$

式中:  $c$  为变现税费率(包括房地产交易和处置过程中的各项税费率);  $M(t+\Delta t)$  为贷款期末相对于抵押权人而言的房地产价格。

又设  $L'$  为抵押贷款期末还款余额, 则在置信度为  $P$  的情况下, 该笔抵押贷款的 VaR 为:

$$\text{VaR} = \begin{cases} L' - M' & (M' < L') \\ 0 & (M' \geq L') \end{cases} \quad (19)$$

即在某置信度下, 变现值高于抵押贷款余额则此时该笔抵押贷款的在险价值为 0, 反之变现值低于还款余额则该笔贷款的在险值(VaR)为  $L'-M'$ 。

(二) 度量房地产抵押贷款在险值(VaR)的案例分

析  
 设有一宗上海的写字楼, 其剩余法定使用年限为 38 年, 2004 年初抵押时经评估机构评定的市场价值为 100 万元, 抵押贷款额为 80 万元(即抵押比为 0.8), 贷款期限为 3 年。贷款条件为: 贷款年利率为 5%, 还款方式为第一、二年年末偿还每年的利息, 第三年还本和最后一年的利息。又设上海地区房地产处置的税费率  $c$  为处置时房价的 10%。试求在 99% 的置信度下的该笔抵押贷款的 VaR。

(1) 求出式(17)式中的各参数

由于  $\Delta t=3$  年,  $N=38$  年, 可以认为  $\Delta t \ll N$ , 即:

$$\mu = \frac{\Delta t}{N} = \frac{3}{38} = 0.078$$

又根据中房指数系统(CREI)给出的上海办公楼价格指数 2001 年 11 月到 2005 年 5 月, 共 42 个月的数据, 运用式(4)(5)(6), 可以计算出其月波动率  $\sigma_1=0.641\%$ , 年波动率为  $\sigma_2 = \sqrt{12}\sigma_1 = 2.22\%$ 。由于贷款期限为 3 年, 故参数  $\sigma = \sigma_2 \times \sqrt{\Delta t} = 2.22\% \times \sqrt{3} = 3.846\%$ 。

(2) 确定该写字楼在 99% 置信度下的变现值

$$\text{由 } P\left\{\frac{M(t+\Delta t)}{S(t)} \geq z\right\} = 99\%, \text{ 查标准对数分布表可}$$

知  $z=0.8449$ , 故  $M(t+\Delta t)=S(t) \times z=100 \times 0.8449=84.49$  (万元)。即对于抵押人而言, 该宗写字楼在抵押期末的价值高于 84.49 万元的概率为 99%。

其变现价值:  $M'=M(t+\Delta t) \times (1-c)=84.49 \times 0.9=76.04$  (万元)

(3) 计算抵押贷款的还款余额

还款余额为第三年的本利之和:  $L'=80 \times (1+5\%)=84$  (万元)

(4) 计算 VaR

由于  $L' > M'$ , 故  $\text{VaR}=L'-M'=84-76.04=7.96$  (万元)。即在 99% 的概率下该笔抵押贷款的最大损失值为 7.96 万元。

为了更直观地描述不同参数下的 VaR 值, 通过计算可以得到表 1~2 (仍以上例的数据为基础, 除置信度及波动率变化外其它不变)。

表 1 波动率、置信度与 VaR(万元)的关系

置信度 P \ 波动率	波动率							
	1%	1.5%	2%	2.5%	3.0%	4.0%	5.0%	6.0%
95%	2.19	2.87	3.54	4.20	4.85	6.14	7.42	8.67
	2.45	3.24	4.03	4.81	5.58	7.10	8.60	10.06
	2.75	3.69	4.62	5.54	6.45	8.23	9.98	11.68
	2.94	3.98	5.00	6.00	7.00	8.97	10.86	12.72

表 2 折旧率(由贷款期决定)、抵押比与 VaR(万元)的关系(置信度为 99%)

VaR \ 抵押比	折旧率				
	0.0263 ( $\Delta t=1$ )	0.0526 ( $\Delta t=2$ )	0.0789 ( $\Delta t=3$ )	0.1052 ( $\Delta t=4$ )	0.1315 ( $\Delta t=5$ )
0.70	0	0	0	0.39	3.41
0.75	0	0	2.65	5.64	8.39
0.78	0	2.49	5.80	8.79	11.54
0.80	0.72	4.59	7.90	10.89	13.64

从表 1、表 2 的计算结果可知, 置信度一定时, VaR 随波动率的增加而迅速增加; 在折旧率一定时, VaR 随抵押比的增加而增加; 在抵押比一定时, VaR 随折旧率的增加而增加。

四、结语

(1) 房地产价格波动必然引起收益率的变化, 运用对数正态分布模型进行研究是可行的。在其它条件相同的情况下, 价格波动率随时间的延长而增加, 故时间越长就越难准确预测房地产的价格。

(2) 房地产抵押贷款中抵押人与抵押权人拥有房地产的价值是存在差异的, 主要是由于抵押期间房地产存在建筑物折旧、剩余法定土地使用年限的缩短以及变现处置费用的增加。

(3) 房地产抵押贷款的在险价值(VaR)与相对价格的波动率( $\sigma$ )、抵押比( $\alpha$ )、抵押贷款的处置费用( $c$ )、抵押期的折旧率( $\frac{\Delta t}{N}$ )、置信度(P)等因素有关。房地产的价格波动率越大、抵押期间的折旧率越高、剩余法定使用寿命越短、置信度越高, 则该类房地产抵押贷款的在险值越高, 抵押期末房地产变现值越低, 风险越大。因此, 要减少房地产抵押贷款的在险值, 除了

政府要出台相关政策法规, 以稳定房地产的宏观环境外, 抵押权人也要适当降低抵押期( $\Delta t$ )、确定合适的抵押比( $\alpha$ )以及掌握恰当的置信度。

(4) 本文构建的模型是在某些假使条件下导出的。如式(15)是在假定抵押贷款的抵押期远远低于房地产的法定剩余使用年限( $\Delta t \ll N$ )以及房地产减价修正以直线折旧且不计残值等条件下成立的。如果所给条件不满足上述假设, 则要根据实际情况作相应的数学处理。

(5) 本文的抵押风险值(VaR)是在假定贷款人违约情况下计算得出的。从法律上讲, 抵押房地产的处置只有当抵押人在规定的期限内无能力偿还债务时才发生。如果考虑到抵押人的还款能力及资信水平等因素, 对抵押权人而言, 一笔房地产抵押贷款的实际风险值(VaR)要较用上述方法计算得出的值低。如果假定抵押人违约概率为  $P$ , 则实际的  $(VaR)_1 = P \times VaR$ 。

(6) 房地产价格的随机波动给房地产抵押贷款和房地产开发投资带来了风险, 研究其波动规律对于防范此类风险就有重要的意义。本文借鉴了前人的研究

成果, 结合我国的实际情况, 区分了房地产对于抵押人和抵押权人的价值的差异, 给出了修正后的相对于抵押权人的房地产价值分布模型。以此模型为基础, 提出了度量抵押贷款风险的一种方法, 分析了抵押风险因素, 并给出了一个算例。目前, 对于房地产价格波动模型的研究还不多见, 随着研究的深入, 一定会提出更富有指导意义的模型。

#### 参考文献:

- [1] Terry J Watsham. Futures and Options in Risk Management [M]. Second Edition International Thomas Press, 1996.
- [2] Pietro Penza, Vipul K Bansal. 用 VaR 度量市场风险 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2001.
- [3] Antnoy Saunders. 信用风险度量[M].北京: 机械工业出版社, 2001.
- [4] Edgar E.Peters. 资本市场的混沌与秩序[M]. 北京: 经济科学出版社, 1999.
- [5] 殷国新, 周为吉, 朱传宝. 关于房地产价格随机波动与评估、抵押风险的研究[J]. 南方经济, 2003, (3): 31-33.

## A study on price stochastic volatility of real estate and value at risk of mortgage loan

ZHOU Weiji<sup>1,2</sup>, QU Futian, YIN Guoxin

(1. China Center for Land Policy, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210095, China;

2. College of Economics and Management, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

**Abstract:** This paper draws lessons from the law of the normal distribution in the property rate of return of the financial theories, it sets up and revises the model of logarithm normal distribution according to the difference of the value of the real estate owned between the mortgagor and the mortgagee in the real estate mortgage loan. Based on the above analysis, the authors suggest a method of computation on the risk of real estate mortgage loan risk, and draw the conclusion that Real Estate Value at Risk of Mortgage Loan is related with the rate of price stochastic volatility, the rate of depreciation, the rate of mortgage, the fee of disposition and believability.

**Key words:** price of real estate; risk of mortgage loan; model of logarithm normal distribution

[编辑: 汪晓]