第21卷 第4期 自 动 化 学 报 Vol. 21, No. 4
1995年7月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 1995

反馈可线性化系统的一种新的自适应调节器设计

叶旭东 蒋静坪
(浙江大学电机系 杭州 310027)

摘 要

针对反馈可线性化系统,利用含估计参数的非线性反馈及微分同胚变换,给出一种新的自适应调节器设计方案. 它不要求线性化微分同胚变换后系统具有特定形式, 对系统所含非线性也不作限制, 它只要求变换后系统的两个特定函数矩阵在点点均为能控(稳)对. 该算法的渐近稳定性由文中定理证明.

关键词: 反馈可线性化系统,参数不确定性,自适应调节, 点点能控(稳)对.

1 引言

非线性系统的自适应控制,是近年来开始研究的课题. 目前的非线性自适应控制,一般包含两类限制性假定之一,一类假定限制不确定性[1-5],它通常以匹配条件的形式给出;另一类假定限制非线性[6-10], 它通常对非线性的类型施加限制, 如限制非线性的增长率(growth of nonlinearity) 等.

限制不确定性的非线性自适应控制, 近几年逐步得到发展. 针对反馈可线性化系统[3-5],假定,系统在实现其标称部分反馈线性化的微分同胚变换作用下,具有特定的部分线性形式 (如文献[5]的 parametric-pure-feedback form), 据此解决了一类非线性系统的自适应控制,并且文献[3—5]依次减弱了对变换后系统形式的限制. 尽管如此,要求系统在既定同胚变换下具有特定形式,这样的限制仍旧较强,为此本文提出一种新的自适应控制方案,它对变换后系统的形式不作限制,而只要求变换后系统的两个特定函数矩阵在点点均为能控(稳)对.

2 对象与设计模型

考虑非线性对象

$$\dot{x} = f(x, p^*) + g(x, p^*)u \qquad x \in R^n,\ p^* \in R^q,\ u \in R^m \tag{2.1}$$

本文于1993年1月3日收到

式中，$\boldsymbol{p}^*$ 为未知常值参数矢量，$f(\cdot,\cdot)$ 和 $g(\cdot,\cdot)$ 在 $B_x \times \bar{B}_p$ 上光滑，且有

$$f(0,\boldsymbol{p}) = 0, \qquad \forall \boldsymbol{p} \in \bar{B}_p \tag{2.2}$$

其中，B_x 表示状态空间中包含原点的开球，$\bar{B}_p$ 表示参数空间中包含 $\boldsymbol{p}^*$ 的闭球。

严格地说，要求 $\bar{B}_p$ 包含 $\boldsymbol{p}^*$ 也就要求预先知道参数 $\boldsymbol{p}^*$ 的不确定范围，但这不是自适应算法引起的，经常可定义 $\bar{B}_p$ 为整个参数空间。

记 $\boldsymbol{p}$ 表示 $\boldsymbol{p}^*$ 的估计值，则设计模型为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\boldsymbol{u}. \tag{2.3}$$

式(2.2)意味着对 $\bar{B}_p$ 中的每个 $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{x} = 0$ 是其平衡点。

假设 A(反馈线性化假设)：对一切 $\boldsymbol{x} \in B_x$ 和每个固定的 $\boldsymbol{p} \in \bar{B}_p$，设计模型(2.3)是反馈可线性化的，即存在：

1) 微分同胚变换 $\tilde{\boldsymbol{x}} = \phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$，$\phi(0,\boldsymbol{p}) = 0$ (2.4)

2) 非线性反馈 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) = \alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + \beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\boldsymbol{v}$，$\alpha(0,\boldsymbol{p}) = 0$ (2.5)

使对每个固定的 $\boldsymbol{p}$ 有

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}[f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\boldsymbol{v}] = A\phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + B\boldsymbol{v}, \tag{2.6}$$

式中 $\{A,B\}$ 为能控对。进一步假设 $\phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$ 在 $B_x \times \bar{B}_p$ 上对 $\boldsymbol{p}$ 具有连续的一阶偏导数。

假设 A 要求设计模型(2.3)不仅在 $\boldsymbol{p}^*$ 点，而且在包含 $\boldsymbol{p}^*$ 的 $\bar{B}_p$ 上都满足反馈可线性化条件，这通常符合实际。另外，由于 $\{A,B\}$ 能控，故总能再通过反馈使 A 稳定。下面不妨就设 A 为稳定矩阵。

假设 B(线性参数假设)：记 $\Delta f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*,\boldsymbol{p}) = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*) - f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$，$\Delta g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*,\boldsymbol{p}) = g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*) - g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$，则存在 $m+1$ 个 $n \times q$ 维函数矩阵 $\psi_i(\boldsymbol{x})$，使对一切 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) \in B_x \times \bar{B}_p$，满足

$$\Delta f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*,\boldsymbol{p}) = \psi_0(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}), \tag{2.7}$$

$$\Delta g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}^*,\boldsymbol{p}) = \psi_i(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}), \qquad (i = 1,2,\cdots,m) \tag{2.8}$$

这里，Δg_i 为 Δg 的第 i 列。

线性参数假设尽管是对不确定性的一个较强限制，但被大多数文献引用[1,3-7]，而且也有较广的实际背景，如机械手[11]等。

设计自适应调节器的任务，就是寻找合适的参数 $\boldsymbol{p}^*$ 的估计律及控制律 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})$，使对象(2.1)在原点渐近稳定。

3 自适应调节器设计

3.1 参数估计律设计

利用(2.3)(2.5)(2.7)(2.8)，非线性系统(2.1)可改写为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} = {} & f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})[\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + \beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\boldsymbol{v}] + \psi_0(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}) \\ & + \sum_{i=1}^{m} \psi_i(\boldsymbol{x})[\alpha_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + \gamma_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})](\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p})\end{aligned} \tag{3.1}$$

式中，

$$\gamma_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v}) = \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})v_j. \quad (i = 1,2,\cdots,m)$$

而 α_i、β_{ij} 分别是矩阵 α 和 β 的第 i 个和第 $i \times j$ 个元素.

由于估计参数 $\boldsymbol{p}$ 是不断变化的,微分(2.4)两边得

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \frac{\partial \phi}{\partial x}\dot{\boldsymbol{x}} + \frac{\partial \phi}{\partial p}\dot{\boldsymbol{p}}$$

代入(3.1)并利用(2.6)可得

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = A\tilde{\boldsymbol{x}} + B\boldsymbol{v} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\left[\phi_0(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \phi_i(\boldsymbol{x})(\alpha_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + \gamma_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v}))\right](\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}) + \frac{\partial \phi}{\partial x}\dot{\boldsymbol{p}}.$$

记

$$\Omega^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v}) = \frac{\partial \phi}{\partial x}\left[\phi_0(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \phi_i(\boldsymbol{x})(\alpha_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + \gamma_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v}))\right],$$

则

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = A\tilde{\boldsymbol{x}} + B\boldsymbol{v} + \Omega^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}) + \frac{\partial \phi}{\partial p}\dot{\boldsymbol{p}}. \tag{3.2}$$

由于 A 稳定,故总存在对称正定阵 P_s，满足李亚普诺夫方程:

$$P_sA + A^{\mathrm{T}}P_s = -I. \tag{3.3}$$

选取李亚普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) &= \phi^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})P_s\phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) + (\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}) \\ &= \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}P_s\tilde{\boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}). \end{aligned}$$

利用(3.2)(3.3)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= -\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{x}} + 2\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}P_s\left[B\boldsymbol{v} + \Omega^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p}) + \frac{\partial \phi}{\partial p}\dot{\boldsymbol{p}}\right] - 2(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p})^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{p}} \\ &= -\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{x}} + 2\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}P_s\left[B\boldsymbol{v} + \frac{\partial \phi}{\partial p}\dot{\boldsymbol{p}}\right] + 2(\boldsymbol{p}^* - \boldsymbol{p})^{\mathrm{T}}[\Omega(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})P_s\tilde{\boldsymbol{x}} - \dot{\boldsymbol{p}}]. \end{aligned}$$

取参数估计律为:

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \Omega(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})P_s\tilde{\boldsymbol{x}}, \tag{3.4}$$

则可得

$$\dot{V}_s = -\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{x}} + 2\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}P_s\left[\frac{\partial \phi}{\partial p}\Omega(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},\boldsymbol{v})P_s\tilde{\boldsymbol{x}} + B\boldsymbol{v}\right]. \tag{3.5}$$

不难看出,此时 $\dot{V}_s$ 已与未知参数 $\boldsymbol{p}^*$ 无关,进一步希望选取合适的控制 $\boldsymbol{v}$，使 $\dot{V}_s \leqslant 0$.

3.2 控制律设计

记 $\tilde{\boldsymbol{y}} = P_s\tilde{\boldsymbol{x}}$，由(3.5)得

$$\dot{V}_s = -\tilde{x}^{\mathrm{T}}\tilde{x} + 2\tilde{y}^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial\phi}{\partial p}\Omega(x,p,v)\tilde{y} + Bv\right].$$

展开 $\frac{\partial\phi}{\partial p}\Omega(x,p,v)\tilde{y}$ 可得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\phi}{\partial p}\Omega(x,p,v)\tilde{y} &= \frac{\partial\phi}{\partial p}\left[\phi_0^{\mathrm{T}}(x) + \sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\right]\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{y} \\
&\quad + \frac{\partial\phi}{\partial p}\left[\sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{m}\beta_{ij}(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\right)v_j\right]\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{y} \\
&= \frac{\partial\phi}{\partial p}\left[\phi_0^{\mathrm{T}}(x) + \sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\right]\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{y} + \\
&\quad \sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\partial\phi}{\partial p}\sum_{i=1}^{m}\beta_{ij}(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{y}\right]v_j \\
&= M(x,p)\tilde{y} + N(x,p)v,
\end{aligned} \tag{3.6}$$

式中，

$$M(x,p) = \frac{\partial\phi}{\partial p}\left[\phi_0^{\mathrm{T}}(x) + \sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\right]\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}$$

$$N(x,p) = \frac{\partial\phi}{\partial p}\sum_{i=1}^{m}\beta_{ij}(x,p)\phi_i^{\mathrm{T}}(x)\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}}\tilde{y}.$$

代入(3.6)可得:

$$\dot{V}_s = -\tilde{x}^{\mathrm{T}}\tilde{x} + 2\tilde{y}^{\mathrm{T}}[M(x,p)\tilde{y} + (N(x,p) + B)v].$$

假设 c (能控性假设)：对每个 $(x,p)\in B_x\times\bar{B}_p$，对 $\{M(x,p),N(x,p)+B\}$ 能控．即： $\mathrm{rank}[N(x,p)+B \mid M(x,p)\cdot(N(x,p)+B)\mid\cdots\mid M^{n-1}(x,p)(N(x,p)+B)] = n$，$\forall(x,p)\in B_x\times\bar{B}_p$．事实上，假设 c 中的能控性还能减弱为能稳定性．

因为对 $\{M(x,p),N(x,p)+B\}$ 能控(稳)，故存在 $m\times n$ 维函数矩阵 $K(x,p)$，使对每个 $(x,p)\in B_x\times\bar{B}_p$，$M(x,p)+(N(x,p)+B)K(x,p)$ 的特征值均在左半平面，从而为(半)负定阵．

取控制律为

$$v = K(x,p)\tilde{y}, \tag{3.7}$$

则

$$\dot{V}_s = -\tilde{x}^{\mathrm{T}}\tilde{x} + 2\tilde{y}^{\mathrm{T}}[M(x,p) + (N(x,p)+B)K(x,p)]\tilde{y} \leqslant 0. \tag{3.8}$$

至此，自适应调节器设计完毕，归结为：

$$\begin{cases}
u(x,p) = \alpha(x,p) + \beta(x,p)K(x,p)P_s\phi(x,p), \\
\dot{p} = \bar{\Omega}(x,p)P_s\phi(x,p), \\
p(0) = p_0.
\end{cases} \tag{3.9}$$

其中，$\bar{\Omega}(x,p) = \Omega(x,p,K(x,p)P_s\phi(x,p))$

4　稳定性分析

定理． 系统(2.1)的平衡点 $x=0$ 在(3.9)式给出的自适应律调节下渐近稳定．吸引

域的一个估计为 $S_p=\{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})|V_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\leqslant c\}$，其中 c 为使 S_p 包含于 $B_x\times\bar{B}_p$ 的最大正数.

由于 $\dot{V}_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\leqslant 0$，故对一切 $(\boldsymbol{x}(0),\boldsymbol{p}(0))\in S_p$，当 $t\geqslant 0$ 时均有 $(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{p}(t))\in S_p\subset B_x\times\bar{B}_p$.

首先给出如下引理

引理. 记集 $W=\{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})|\dot{V}_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})=0\}$，若 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\in W$，则 $\tilde{\boldsymbol{x}}=\phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})=0$.

证明. 由(3.8)有

$$-\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{x}}+2\tilde{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}}[M(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})+(N(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})+B)K(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})]\tilde{\boldsymbol{y}}=0.$$

由于方程左边两项同号，从而有

$$\begin{cases}-\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{x}}=0,\\ 2\tilde{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}}[M(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})+(N(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})+B)K(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})]\tilde{\boldsymbol{y}}=0.\end{cases}$$

即 $\tilde{\boldsymbol{x}}=0$，$\tilde{\boldsymbol{y}}=P_s\tilde{\boldsymbol{x}}=0$. ■

由 $\dot{V}_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\leqslant 0$ 及引理，应用 Lasalle 不变性原理[12]可得:

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{x}}(t)=0,\qquad \forall(\boldsymbol{x}(0),\boldsymbol{p}(0))\in S_p. \tag{4.1}$$

值得指出，一般情况并没有 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(t)=\boldsymbol{p}^*$，甚至也不能保证 $\boldsymbol{p}(t)$ 的极限存在，由 $\dot{V}_s(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})\leqslant 0$ 仅知 $\boldsymbol{p}(t)$ 有界.

下面证明 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)=0$:

由假设 A 知，存在微分同胚变换 $\phi(\cdot,\boldsymbol{p})$ 的逆变换 $\boldsymbol{x}=\phi^{-1}(\tilde{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{p})$，满足:

1) $\phi^{-1}(0,\boldsymbol{p})=0$，$\forall\boldsymbol{p}\in\bar{B}_p$ (4.2)

2) ϕ^{-1} 在 $B_x\times\bar{B}_p$ 上对 $\tilde{\boldsymbol{x}}$ 无穷光滑，对 $\boldsymbol{p}$ 具有连续的一阶偏导数.

由(4.1)及 $\boldsymbol{p}(t)$ 的有界性知: $\boldsymbol{x}(t)=\phi^{-1}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t),\boldsymbol{p}(t))$ 有界，今反设 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)\neq 0$，则由 $\boldsymbol{x}(t)$ 的有界性知必存在序列 $\{t_k\}$ $(\lim\limits_{k\to\infty}t_k=\infty)$，使 $\lim\limits_{k\to\infty}\boldsymbol{x}(t_k)=\boldsymbol{a}\neq 0$. 由 $\boldsymbol{p}(t)$ 的有界性知存在子序列 $\{t_{k_j}\}$，使得 $\lim\limits_{k_j\to\infty}\boldsymbol{p}(t_{k_j})=\bar{\boldsymbol{p}}$. 由 $\bar{B}_p$ 的闭性知 $\bar{\boldsymbol{p}}\in\bar{B}_p$. 最后，由 ϕ^{-1} 的连续性可得:

$$\boldsymbol{a}=\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{x}(t_k)=\lim_{k_j\to\infty}\boldsymbol{x}(t_{k_j})=\lim_{k_j\to\infty}\phi^{-1}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t_{k_j}),\boldsymbol{p}(t_{k_j}))=\phi^{-1}(0,\bar{\boldsymbol{p}}).$$

这与(4.2)矛盾，从而定理得证.

不难看出，如果假设 A、B、C 全局成立，则对象(2.1)在自适应律(3.9)作用下全局渐近稳定，因为 **3.1** 节定义的李亚普诺夫函数 V_s 径向无穷.

5 算例与仿真

考虑如下二阶系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-\cos x_1+e^{0.1x_2}+15x_2+p^*\sin x_2\\ \dot{x}_2=\sin x_1x_2+(e^{0.1x_2}-1)p^*+(1+x_1^2+x_2^2)u,\end{cases}$$

其中，p^* 是未知常数. 不难看出，对一切 $p^*\in R$，$x_1=0$，$x_2=0$ 是其平衡点.

以估计参数 p 代替 p^*，便可得设计模型，而 $\phi_0(x) = [\sin x_2 \ \ e^{0.1x_2} - 1]^T$. 记 $f(\boldsymbol{x},p) = [-\cos x_1 + e^{0.1x_2} + 15x_2 + p\sin x_2 \ \ \sin x_1 x_2 + (e^{0.1x_2} - 1)p]^T$, $g(\boldsymbol{x}, p) = [0 \ \ 1 + x_1^2 + x_2^2]^T$, 由[13]，对每个固定的 p，设计模型在点 $(\bar{x}_1,\bar{x}_2)$ 邻域反馈可线性化的充要条件是

$$\mathrm{rank}[g(\bar{x}_1,\bar{x}_2) \ \ ad_f g(\bar{x}_1,\bar{x}_2)] = 2$$

不难验证，上式成立的充要条件是

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1,\bar{x}_2) = 0.1e^{0.1\bar{x}_2} + p\cos\bar{x}_2 + 15 \neq 0$$

记 $\bar{B}_p = [-15,15]$，则对每个固定的 $p \in \bar{B}_p$，设计模型在每个点 $(\bar{x}_1,\bar{x}_2) \in R^2$ 的邻域均可反馈线性化，并且在如下微分同胚及非线性反馈作用下可化为 Brunovsky 标准形：

$$\begin{cases} u(\boldsymbol{x},p) = \alpha(\boldsymbol{x},p) + \beta(\boldsymbol{x},p)v, \\ \phi(\boldsymbol{x},p) = [x_1 \ \ L_f x_1]^T. \end{cases}$$

其中，

$$\alpha(\boldsymbol{x},p) = -\frac{L_f^2 x_1}{L_g L_f x_1}, \quad \beta(\boldsymbol{x}, p) = \frac{1}{L_g L_f x_1}$$

可以直接验证，对每个固定的 $p \in \bar{B}_p$，上述微分同胚是全局成立的，从而反馈线性化全局有效，还可验证 $\phi(0,p) = [0 \ \ 0]^T$, $\alpha(0,p) = 0$. $\forall p \in \bar{B}_p$. 至此假设 A 成立.

假设 B 显然成立.

因不确定量不进入系统的控制通道，从而

$$M(\boldsymbol{x}, p) = \frac{\partial\phi}{\partial p}\phi_0^T\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{x}}\right)^T, \qquad N(\boldsymbol{x},p) = 0.$$

直接运算可得

$$M(\boldsymbol{x}, p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$$

其中，$m_{21} = \sin^2 x_2$, $m_{22} = \sin x_1 \sin^2 x_2 + (e^{0.1x_1} - 1)(0.1e^{0.1x_2} + p\cos x_2 + 15)\sin x_2$.
因 $\boldsymbol{b} = [0 \ \ 1]^T$，则对 $\{M(x,p),\boldsymbol{b}\}$ 显然点点能稳，从而假设 c 成立.

最后，假设已知参数 p^* 的不确定范围是[$-10,+10$]，从而 $p^* \in \bar{B}_p$，应用本文的方法可取如下控制律：

$$\begin{cases} u(\boldsymbol{x},p) = -\dfrac{L_f^2 x_1}{L_g L_f x_1} - \dfrac{\lambda(\boldsymbol{x},p)\sin x_2 + 2(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) + \tilde{y}_2}{L_g L_f x_1} \\ \dot{p}(t) = \lambda(\boldsymbol{x},p) \\ p(0) = p_0 \end{cases}$$

式中：

$$\begin{cases} \lambda(\boldsymbol{x},p) = \sin x_2 \cdot \tilde{y}_1 + (0.1e^{0.1x_2} + 15 + p\cos x_2)(e^{0.1x_1} - 1)\tilde{y}_2 + \sin x_1 \sin x_2 \tilde{y}_2 \\ [\tilde{x}_1 \ \ \tilde{x}_2]^T = \phi(\boldsymbol{x},p) \\ \tilde{y}_1 = \dfrac{5}{4}\tilde{x}_1 + \dfrac{1}{4}\tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 = \dfrac{1}{4}\tilde{x}_1 + \dfrac{3}{8}\tilde{x}_3 \end{cases}$$

仿真中取 $p_0 = 0$, $p^* = 1.0$, 仿真结果示于下图,它显示了本文算法的有效性。

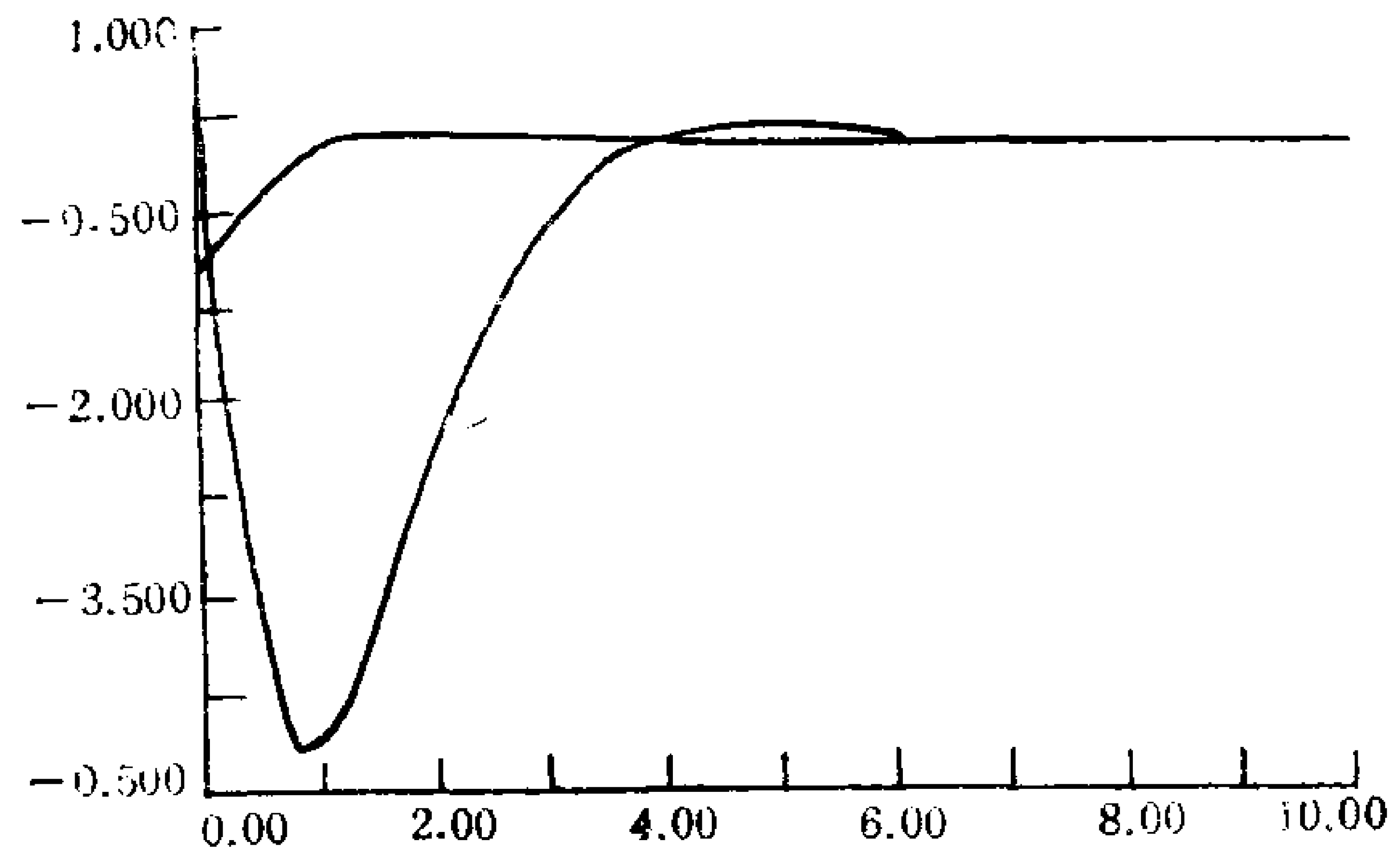

图 1 状态曲线

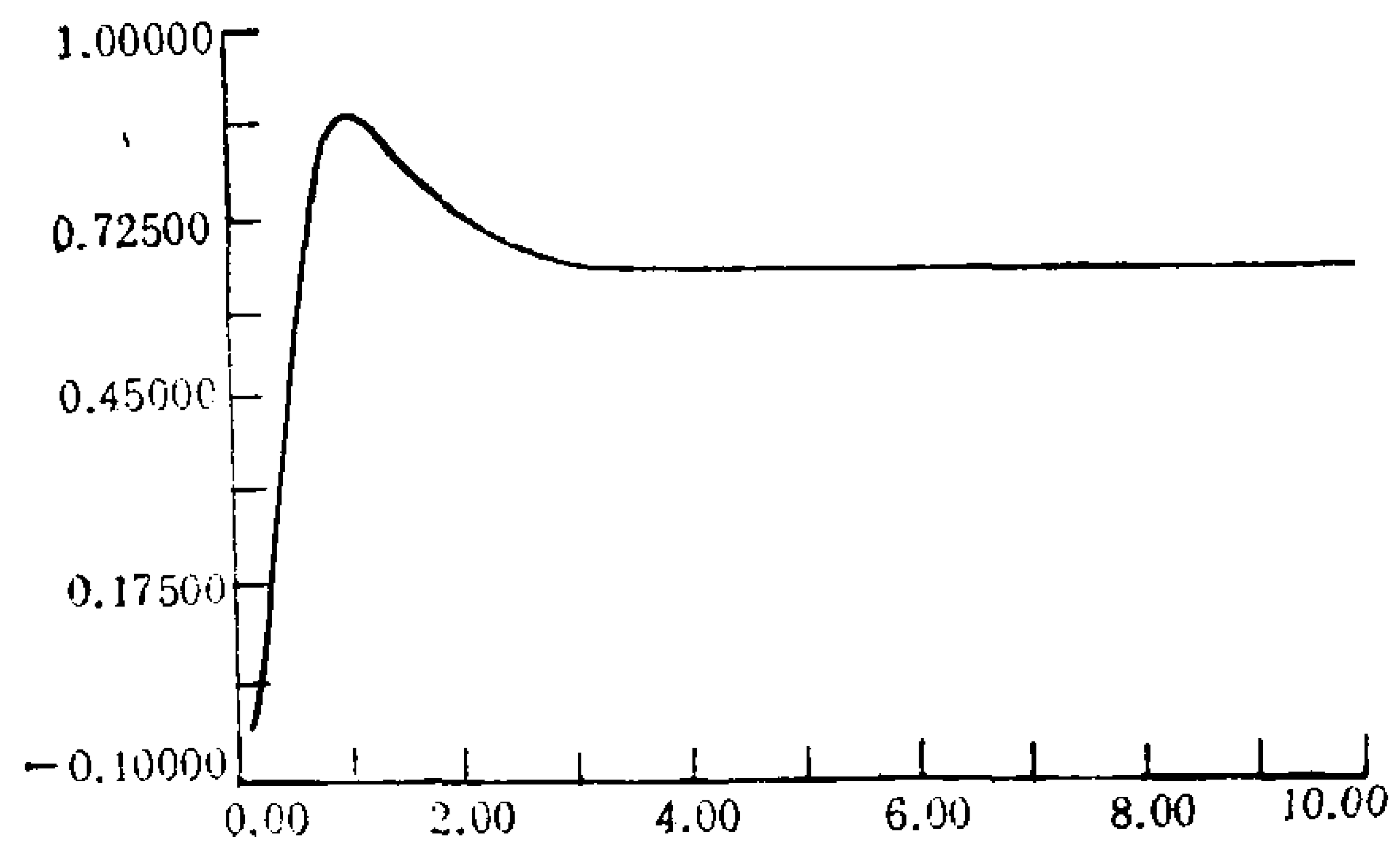

图 2 估计参数曲线

参 考 文 献

[1] Campion G and Bastin G. Indirect Adaptive State Feedback Control of Linearly Parametrized Nonlinear Systems. *Int. J. Adapt. Contr. Signal Proc.*, 1990, **4**:345—358.

[2] Slotine J J E and Coetsee J A. Adaptive Sliding Controller Synthesis for Nonlinear Systems. *Int. J. Contr.*, 1986, **43**: 1631—1651.

[3] Taylor DG, Kokotovic P V, Marino R and Kanellakopoulos I. Adaptive Regulatonof No nlinear Systems with Unmodeled Dynamics. *IEEE Trans.*, 1989, **AC-34**: 405—412.

[4] Kanellakopoulos I, Kokotovic PV and Morse AS. An Extended Direct Scheme for Robust Adaptive Nonlinear Control. *Automatica*, 1991, **27**:247—255.

[5] Kanellakopoulos I, Kokotovic PV and Morse AS. Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems. *IEEE Trans.*, 1991, **AC-36**:1241—1253.

[6] Sastry SS and Isidori A. Adaptive Control of Linearizable Systems. *IEEE Trans.*, 1989,**AC-34**: 1123—1131.

[7] Pomet JB and Praly L. Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from Lyapunov Equation. *IEEE Trans.*, 1992, **AC-37**: 729—740.

[8] Nam K and Arapostathis A.A Model-reference Adaptive Control Scheme for Pure-feedback Nonlinear Systems. *IEEE Trans.*, 1988, **AC-33**: 803—811.

[9] Praly L, Bastin G, Pomet JB and Jiang ZP. Adaptive Stabilization of Nonlinear Systems. in

Foundations of Adaptive Control, Kokotovic PV Ed. Springer-Verlag, 1991.
[10] Teel A, Kadlyala R, Kokotovic PV and Sastry SS. Indirect Techniques for Adaptive Input-output Linearization of Nonlinear Systems. *Int.J. Contr.*, 1991, **53**:193—222.
[11] Craig J J. Adaptive Control of Mechanical Manipulators. Addison-Wesley, 1988.
[12] 廖晓昕. 稳定性的数学理论及应用. 华中师范大学出版社, 1988.
[13] Isidori A. Nonlinear Control Systems. Springer-Verlag, 1989.

A NEW DESIGN OF ADAPTIVE REGULATORS FOR FEEDBACK LINEARIZABLE SYSTEMS

YE XUDONG JIANG JINGPING
(Department of Electrical Engineering, Zhejiang University 310027)

ABSTRACT

In this paper, a new design method of adaptive regulators is presented for feedback linearizable systems by using nonlinear feedback and diffeomorphic transformation containing estimated parameters. The transformed systems need not to have special forms and there are no restrictions on the types of nonlinearity contained in systems. The only requirement is that the two matrice defined in the paper should be a controllable (stabilizable) pair at every point. The scheme is shown to be asymptotic stable.

Key words: Feedback linearizable system, parameter uncertainty, adaptive regulation, pointwise controllable (stabilizable) pair.

叶旭东 1967 年生于浙江衢州，分别于 1989 年、1991 年在浙江大学获学士、硕士学位，现为该校电机系博士研究生，主要研究方向为非线性系统的鲁棒控制及自适应控制.

蒋静坪 1935 年生于浙江宁波. 1958 年毕业于浙江大学电机系，现为该校电机系教授，长期从事工业电气自动化及计算机实时控制教学与研究工作，主要研究方向为智能控制和计算机控制.