



非线性时滞系统输出反馈镇定¹⁾

伏玉笋 田作华 施颂椒

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

(E-mail: fuyusun@huawei.com)

摘要 该文首次研究了一类非线性时滞系统的镇定问题. 用 Backstepping 技术, 给出了输出反馈控制器的构造性设计方法.

关键词 非线性时滞系统, 输出反馈, 递推设计, 镇定

中图分类号 TP273

OUTPUT FEEDBACK STABILIZATION FOR TIME-DELAY NONLINEAR SYSTEMS

FU Yu-Shun TIAN Zou-Hua SHI Song-Jiao

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(E-mail: fuyusun@huawei.com)

Abstract The authors present the result on output feedback stabilization for a class of time-delay nonlinear systems. A constructive output feedback design is described to achieve asymptotic stability.

Key words Time-delay nonlinear system, output feedback, backstepping procedure, stabilization

1 引言

众所周知, 时间延迟问题广泛存在于各种工程系统中, 例如化工过程、液压系统等. 它的存在, 常常是造成控制系统设计品质变坏的原因之一. 因此, 时间延迟系统的控制问题一直备受关注. 无论是对不带有还是带有不确定项的线性时滞系统, 人们已经做了较为充分的研究, 但因非线性时滞系统这一对象本身的复杂性, 人们研究得比较少, 成果也不多. 主要的困难在于时滞系统的状态应该在无穷维空间中研究^[1].

近年来, 在非线性系统鲁棒与自适应控制的文献中^[2], 人们努力探索输出反馈的设计方

1) 国家自然科学基金(60004005)资助

收稿日期 2000-06-13 收修改稿日期 2000-11-18

法. 本文用 Backstepping 技术, 首次对一类非线性时滞系统, 给出输出反馈控制器的设计算法. 尽管用输出反馈难以解决一般非线性时滞系统的镇定问题, 但在本文所给出的条件下, 确保了解决这一问题的可能性.

2 系统描述

考虑如下非线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + f_i(y(t)) + h_i(y(t-d)), & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n(t) = u + f_n(y(t)) + h_n(y(t-d)) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中 x_i, u, y 分别表示系统状态、控制输入和输出. 函数 f_i 和 h_i 是不确定项, 且 $f_i(0) = 0$, $h_i(0) = 0$.

因为系统状态 x_2, \dots, x_n 是不可测量的, 所以首先设计观测器对状态进行估计. 本文构造如下观测器

$$\dot{\hat{x}}_i = \hat{x}_{i+1} + k_i(y - \hat{x}_1), \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

其中 $\hat{x}_{n+1} = u$. 观测误差 $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 满足

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + f(y(t)) + h(y(t-d)) \quad (3)$$

其中 $A = \begin{bmatrix} -k_1 & & & \\ \vdots & I & & \\ -k_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$, $f(y(t)) = \begin{bmatrix} f_1(y(t)) \\ \vdots \\ f_n(y(t)) \end{bmatrix}$, $h(y(t-d)) = \begin{bmatrix} h_1(y(t-d)) \\ \vdots \\ h_n(y(t-d)) \end{bmatrix}$, A 要

被设计成稳定阵. 这样整个系统表示如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + f(y(t)) + h(y(t-d)) \\ \dot{y}(t) = \hat{x}_2(t) + \tilde{x}_2(t) + f_1(y(t)) + h_1(y(t-d)) \\ \dot{\hat{x}}_i = \hat{x}_{i+1} + k_i(y - \hat{x}_1), & i = 2, \dots, n-1 \\ \dot{\hat{x}}_n = u + k_n(y - \hat{x}_1) \end{cases} \quad (4)$$

本文通过 Backstepping 方法对系统 $(y, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$ 进行输出反馈控制器设计. 在 Backstepping 设计中, 误差变量 z_i 给定如下:

$$z_1 = y, \quad z_i = \hat{x}_i - \alpha_{i-1}(\tilde{x}_{i-1}, y), \quad i = 2, \dots, n \quad (5)$$

其中 $\tilde{x}_i = [\hat{x}_2 \quad \dots \quad \hat{x}_i]^T$. 求导可以得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \hat{x}_2 + \tilde{x}_2 + f_1(y(t)) + h_1(y(t-d)) \\ \dot{z}_i = \hat{x}_{i+1} + k_i \tilde{x}_1 - \sum_{l=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{x}_1} (\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \\ \quad \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} (\hat{x}_2 + \tilde{x}_2 + f_1(y(t)) + h_1(y(t-d))) \end{cases} \quad (6)$$

本文不用逐步引进稳定化函数 α_i , 可以同时得到它们. 在开始设计之前, 先做一些准备工作. 因为 $f(0) = 0$ 和 $h(0) = 0$, 所以 $f(y(t))$ 和 $h(y(t-d))$ 可以分别表示成

$$f(y(t)) = y(t)\bar{f}(y(t)), \quad h(y(t-d)) = y(t-d)\bar{h}(y(t-d)) \quad (7)$$

其中 $\bar{f}(y(t)) = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(y(t)) \\ \vdots \\ \bar{f}_n(y(t)) \end{bmatrix}$, $\bar{h}(y(t-d)) = \begin{bmatrix} \bar{h}_1(y(t-d)) \\ \vdots \\ \bar{h}_n(y(t-d)) \end{bmatrix}$. 不确定函数 \bar{f}_i 和 \bar{h}_i 满足如下

假设.

假设 1. $|\bar{f}(y(t))| \leq \rho_{fi}(y(t))$, 其中 $\rho_{fi}(y(t))$ 是已知光滑函数.

假设 2. $|\bar{h}(y(t-d))| \leq \rho_{hi}(y(t-d))$, 其中 $\rho_{hi}(y(t-d))$ 是已知光滑函数.

3 主要结果

本节进行 Backstepping 设计. 选取如下李雅普诺夫函数

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n z_i^2 + \int_{t-d}^t q(y(\tau)) d\tau \quad (8)$$

其中 P 是正定阵, 满足 $A^T P + P A = -I$, $q(y)$ 是需要待定的非负函数.

下面选择 α_i 使得 \dot{V} 负定. 沿着系统(3)和(6)的轨迹, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\|\tilde{x}\|^2 + (f(y) + h(y(t-d)))^T p \tilde{x} + \tilde{x}^T P (f(y) + h(y(t-d))) + \\ & y(\hat{x}_2 + \tilde{x}_2 + f_1(y) + h_1(y(t-d))) + \sum_{i=2}^n z_i(\hat{x}_{i+1} + k_i \tilde{x}_1 - \\ & \sum_{l=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{x}_1}(\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y}(\hat{x}_2 + \tilde{x}_2 + f_1(y) + h_1(y(t-d)))) + \\ & q(y(t)) - q(y(t-d)) \leq \\ & \left(-1 + \left(\frac{1}{\epsilon_f^2} + \frac{1}{\epsilon_h^2} \right) \|P\|^2 + \frac{1}{2\epsilon_1^2} + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n \frac{1}{\eta_i^2} \right) \|\tilde{x}\|^2 + \\ & y \left(\alpha_1 + \frac{1}{2} \delta_1^2 + \frac{1}{2} \epsilon_1^2 + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \rho_{f1}(y) + \left(\epsilon_f^2 + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2\lambda_i^2} \|\rho_f(y(t))\|^2 \right) \right) + \\ & \sum_{i=2}^{n-1} z_i \left(\alpha_i + \frac{1}{2} \delta_i^2 z_i + \frac{1}{2\delta_{i-1}^2} z_i + k_i \tilde{x}_1 - \sum_{l=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{x}_1}(\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \right. \\ & \left. \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \hat{x}_2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i + \frac{1}{2} \lambda_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i + \frac{1}{2} \gamma_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i \right) + \\ & z_n \left(u + \frac{1}{2\delta_{n-1}^2} z_n + k_n \tilde{x}_1 - \sum_{l=2}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{x}_1}(\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \right. \\ & \left. \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \hat{x}_2 + \frac{1}{2} \eta_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n + \frac{1}{2} \lambda_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n + \frac{1}{2} \gamma_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n \right) + \\ & q(y(t)) - q(y(t-d)) + \left(\epsilon_h^2 + \frac{1}{2\epsilon_1^2} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2\gamma_i^2} \right) y^2(t-d) \|\rho_h(y(t-d))\|^2. \end{aligned}$$

上面的不等式可由 Young 不等式^[3]导出. 可以看出, 如果我们选择 $q, u, \alpha_i, \epsilon_f, \epsilon_h, \epsilon_1, \eta_i$ 使得下面的式子成立

$$-a = -1 + \left(\frac{1}{\epsilon_f^2} + \frac{1}{\epsilon_h^2} \right) \|P\|^2 + \frac{1}{2\epsilon_1^2} + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n \frac{1}{\eta_i^2} < 0 \quad (9)$$

$$q(y(t)) = \left(\epsilon_h^2 + \frac{1}{2\epsilon_1^2} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2\gamma_i^2} \right) y^2(t) \|\rho_h(y(t))\|^2 \quad (10)$$

$$\alpha_1 = -c_1 y - \left(\frac{1}{2} \delta_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} \xi_1^2 \right) y - y \rho_{f1}(y) - \left(\varepsilon_f^2 + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2\lambda_i^2} \right) y \| \rho_f(y(t)) \|^2 - \left(\varepsilon_h^2 + \frac{1}{2\xi_1^2} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2\gamma_i^2} \right) y \| \rho_h(y(t)) \|^2 \quad (11)$$

$$\alpha_i = -c_i z_i - \left(\frac{1}{2} \delta_i^2 z_i + \frac{1}{2\delta_{i-1}^2} z_i + k_i \tilde{x}_i - \sum_{l=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{x}_1} (\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \hat{x}_2 + \frac{1}{2} \eta_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i + \frac{1}{2} \lambda_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i + \frac{1}{2} \gamma_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i \right) \quad (12)$$

$$u = -c_n z_n - \left(\frac{1}{2\delta_{n-1}^2} z_n + k_n \tilde{x}_1 - \sum_{l=2}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{x}_1} (\hat{x}_{l+1} + k_l \tilde{x}_1) - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \hat{x}_2 + \frac{1}{2} \eta_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n + \frac{1}{2} \lambda_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n + \frac{1}{2} \gamma_n^2 \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y} \right)^2 z_n \right) \quad (13)$$

其中 $\rho_f(y(t)) = \begin{bmatrix} \rho_{f1}(y(t)) \\ \vdots \\ \rho_{fn}(y(t)) \end{bmatrix}$, $\rho_h(y(t-d)) = \begin{bmatrix} \rho_{h1}(y(t-d)) \\ \vdots \\ \rho_{hn}(y(t-d)) \end{bmatrix}$, $c_i > 0$. 那么, 沿着闭环系统

(3), (6)和(13), 有

$$\dot{V} \leq -a \| \tilde{x} \|^2 - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 \quad (14)$$

因此有下面的结果.

定理 1. 存在基于观测器的输出反馈控制器, 使得非线性时滞系统(1)渐近稳定.

4 结束语

本文首次研究了非线性时滞系统的输出反馈镇定问题, 给出了控制器的构造性设计算法. 尽管系统的非线性项仅仅依赖于输出, 但输出反馈控制器的设计要比状态反馈控制器的设计复杂得多.

参 考 文 献

- 1 李森林, 温立志. 泛函微分方程. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1987
- 2 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995
- 3 Hardy G, Littlewood J E, Polya G. Inequalities. 2nd ed. London: Cambridge University Press, 1989
- 4 Deng H, Krstic M. Output-feedback stochastic nonlinear stabilization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1999, **44**(2): 328~333

伏玉笋 博士研究生. 目前从事鲁棒与非线性控制的研究.

田作华 教授, 系主任. 目前从事新型监控技术的研究.

施颂椒 教授, 博士生导师. 目前从事鲁棒控制、自适应控制及非线性控制的研究.