

# 迭加法减小 数字辐射成像系统 噪声的研究

刘锡明, 吴志芳

(清华大学 核能技术设计研究院, 北京 100084)

**摘要:** 数字辐射成像(-DR)系统的主要噪声源是由射线与物质相互作用的随机性产生的统计涨落噪声,对采样信号进行多次迭加平均是减小噪声的有效方法。本工作从理论上推导了迭加法降噪效果的影响因素,得到了迭加后噪声强度与迭加次数和采样周期之间的关系,并用实验进行了验证。研究结果应用于钴-60 集装箱检测系统的降噪处理,取得了良好的效果。

**关键词:** 数字辐射成像系统;噪声;迭加

中图分类号: TL99

文献标识码: A

文章编号: 1000-6931(2003)01-0091-03

## Study on Reducing the Noise of $\gamma$ -digital Radiography System by Add-up Method

LIU Xi-ming, WU Zhi-fang

(Institute of Nuclear Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The main noise of  $\gamma$ -digital radiography (-DR) system is the statistical noise caused by the randomness of interaction between  $\gamma$  ray and matter. It's an efficient method to reduce the noise by using average value of sampling signals. The factors which influence the noise-reducing effect of add-up method is deduced theoretically, and relationship between noise intensity and add-up times and sampling period is acquired, and the result is verified by experiment. The result has been successfully applied in the noise reduction of Co-60 container inspection system.

**Key words:**  $\gamma$ -digital radiography system; noise; add-up

数字辐射成像(-DR)系统是采用放射性同位素作为射线源对客体进行扫描成像的系统。在-DR系统中,由射线发射过程及射线与物质相互作用过程的随机性引起的统计涨落噪声是系统噪声的主要来源。这种统计涨落噪

声一般可通过增加射线源的强度、提高探测器探测效率、多次采样迭加取平均值等多种方法来减小。但射线源强度的增加会使防护难度增大,探测器的探测效率一般也难以有很大程度的改善。因此,在-DR系统中主要采用多次

收稿日期:2001-09-27;修回日期:2001-11-15

作者简介:刘锡明(1973-),男,湖北钟祥人,助理研究员,博士,核技术及应用专业

采样迭加取平均值的方法降低统计涨落噪声。

根据概率论的原理,如果每次采样值彼此独立,  $n$  次采样迭加后平均值的方差应为迭加前的  $n$  分之一。但在  $\gamma$ -DR 系统中,由于采样值之间有一定的相关性,因此,在进行采样迭加取平均值时,迭加平均值的方差不能简单地认为是原来的  $n$  分之一,迭加效果还应该和系统的脉冲响应函数和采样点之间的时间间隔有关,必须选用合理的迭加次数和采样时间间隔进行扫描成像,才能最大程度降低噪声,获得最佳的图像效果。因此,有必要对多次采样迭加法对系统的降噪作用进行深入研究。

### 1 降噪效果影响因素的理论推导

在对迭加法降噪效果的影响因素进行研究前,先做如下假设:1) 系统的脉冲响应函数为指数衰减函数(进行如此假设,是因为  $\gamma$ -DR 系统通常采用的电流灵敏前置放大器的脉冲电流响应可以用指数衰减函数近似),并记为  $e^{-t/\tau}$ ,其中,  $t$  为时间,  $\tau$  为衰减时间常数;2) 系统的输入信号是平稳随机信号。

如图 1 所示,  $A_0 \sim A_{N-1}$  为进行某次迭加的  $N$  个输出信号采样值,  $t_0 \sim t_{N-1}$  为各采样值对应的采样时刻,  $a_k$  为  $t_{k-1} \sim t_k$  时间内进入探测器的射线对  $A_k$  的贡献。将采样时间间隔记为  $T$ ,上述采样值之间有如下关系:

$$A_{k+1} = a_{k+1} + A_k e^{-T/\tau}$$

即:

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 + A_0 e^{-T/\tau} \\ A_2 &= a_2 + A_1 e^{-T/\tau} \\ &= a_2 + (a_1 + A_0 e^{-T/\tau}) e^{-T/\tau} \\ &= a_2 + e^{-T/\tau} a_1 + e^{-2T/\tau} A_0 \end{aligned}$$

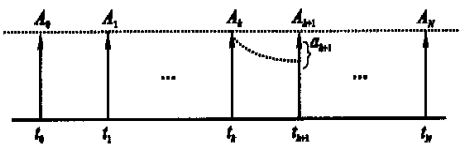


图 1  $n$  个连续采样信号的迭加

Fig. 1 Add-up with  $n$  continuous signal

依次递推,得:

$$\begin{aligned} A_k &= A_{k-1} e^{-T/\tau} + a_k \\ &= A_0 e^{-kT/\tau} + a_1 e^{-\frac{(k-1)T}{\tau}} + \dots + a_k \\ & \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned}$$

$A_0, A_1, \dots, A_{N-1}$  的迭加平均值为:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{1}{N} (A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_{N-1}) \\ &= \frac{1}{N} (A_0 + \sum_{k=1}^{N-1} (A_0 e^{-kT/\tau} + a_1 e^{-\frac{(k-1)T}{\tau}}) + \dots + a_k) \\ &= \frac{1}{N} (A_0 \frac{1 - e^{-NT/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} + \sum_{k=1}^{N-1} a_k \frac{1 - e^{-\frac{(N-k)T}{\tau}}}{1 - e^{-T/\tau}}) \end{aligned} \tag{1}$$

上式中,  $A_0, a_1, a_2, \dots, a_{N-1}$  是相互独立的随机变量,因此,  $\bar{A}$  可视作独立随机变量的线性组合,其方差是各独立随机变量方差的线性组合。如果假设  $A_0$  和  $a_k$  的方差分别为  $\sigma_0^2$  和  $\sigma_k^2$ ,则迭加平均值的方差等于:

$$\sigma_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{N^2} [ \sigma_0^2 (\frac{1 - e^{-NT/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}})^2 + \sum_{k=1}^{N-1} \sigma_k^2 (\frac{1 - e^{-\frac{(N-k)T}{\tau}}}{1 - e^{-T/\tau}})^2 ] \tag{2}$$

$A_0$  和  $a_k$  的方差可通过下式求得<sup>[1]</sup>:

$$\sigma_0^2 = \overline{n} (\overline{M^2} + F\overline{M}) \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{\overline{n} (\overline{M^2} + F\overline{M})}{2} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \sigma_k^2 &= \overline{n} (\overline{M^2} + F\overline{M}) \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt \\ &= \frac{\overline{n} (\overline{M^2} + F\overline{M})}{2} (1 - e^{-2T/\tau}) \\ &= \sigma_0^2 (1 - e^{-2T/\tau}) \end{aligned} \tag{4}$$

式中:  $\overline{n}$  是单位时间内射入探测器的光子数的平均值;  $\overline{M}$  是每个光子产生的离子对数的平均值;  $F$  是法诺因子。

将式(3)、(4)代入式(2),得迭加平均值的方差与迭加次数和采样时间间隔的关系:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{A}}^2 &= \frac{\sigma_0^2}{N^2 (1 - e^{-T/\tau})^2} \cdot \\ & \quad \{ (1 - e^{-NT/\tau})^2 + (1 - e^{-T/\tau}) [ N - 1 - \\ & \quad 2e^{-T/\tau} \frac{1 - e^{-\frac{(N-1)T}{\tau}}}{1 - e^{-T/\tau}} + e^{-2T/\tau} \frac{1 - e^{-\frac{2(N-1)T}{\tau}}}{1 - e^{-T/\tau}} ] \} \end{aligned} \tag{5}$$

上式中,当  $T \gg \tau$  时,  $e^{-T/\tau} \rightarrow 0$ ,式(5)变为:

$$\sigma_{\bar{A}}^2 = \frac{1}{N} \sigma_0^2 \tag{6}$$

式(6)即为独立随机变量迭加平均值的方差计算公式。实际上,当  $T \gg$  时,进行迭加的各采样值之间的相互影响已经可以忽略,因此,可以看作是独立随机变量的迭加。

$NT \ll$  时,  $e^{-\frac{NT}{T}} \rightarrow 1$  且  $e^{-\frac{T}{NT}} \rightarrow 1$ , 则式(5)变为:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_0^2}{N} \quad (7)$$

此时,虽然迭加了  $N$  次,但因为进行迭加的  $N$  个采样值具有极强的相关性,因此,迭加后输出信号的方差几乎不变。

在这两个极限情况外,当  $NT$  一定时,噪声方差随迭加次数的增加而减少,但迭加次数增加对减小噪声的效果越来越不明显。

### 2 降噪效果影响因素的实验验证

在钴-60 集装箱检测系统样机上进行了实验,测量了不同采样周期和迭加次数下的系统噪声强度,并将实验结果和理论推导结果进行对比(图 2、3、4)。从图 2、3、4 可看出,理论推导结果和实验结果基本符合。

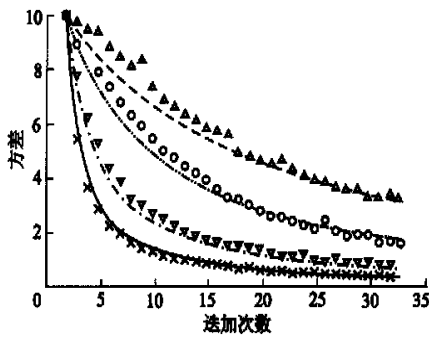


图 2 噪声方差与迭加次数的关系

Fig. 2 Relationship between noise variance and add-up times

实线 ——  $T=50$  ms, 理论值;  $\times$  ——  $T=50$  ms, 实验值;  
 点划线 ——  $T=18$  ms, 理论值;  $\nabla$  ——  $T=18$  ms, 实验值;  
 双点划线 ——  $T=6$  ms, 理论值;  $\circ$  ——  $T=6$  ms, 实验值;  
 虚线 ——  $T=3$  ms, 理论值;  $\triangle$  ——  $T=3$  ms, 实验值

### 3 结束语

从上述结果可见,用多次迭加平均法减小 -DR 系统的噪声时,其降噪效果不仅与迭加次数有关,而且与采样周期有关。采样周期越长、迭加次数越多,降噪效果就越好。但对一般的

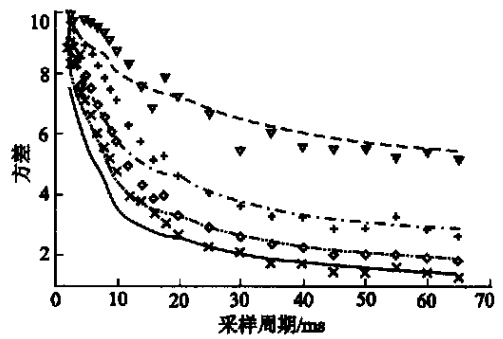


图 3 噪声方差与采样周期的关系

Fig. 3 Relationship between noise variance and sampling period

虚线 ——  $N=2$ , 理论值;  $\nabla$  ——  $N=2$ , 实验值;  
 点划线 ——  $N=4$ , 理论值;  $+$  ——  $N=4$ , 实验值;  
 双点划线 ——  $N=6$ , 理论值;  $\circ$  ——  $N=6$ , 实验值;  
 实线 ——  $N=8$ , 理论值;  $\times$  ——  $N=8$ , 实验值

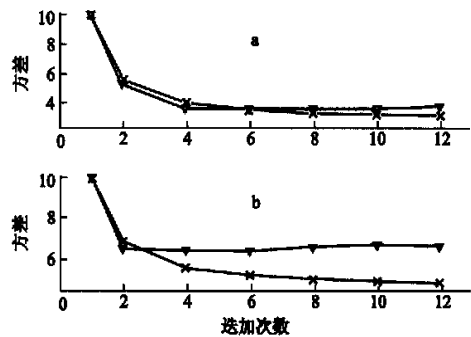


图 4 噪声方差与迭加次数的关系

Fig. 4 Relationship between noise variance and add-up times

采样周期与迭加次数的乘积一定

$\nabla$  —— 实验值;  $\times$  —— 理论值

a ——  $NT=100$  ms; b ——  $NT=50$  ms

-DR 系统,由于受扫描速率的限制,采样周期和迭加次数不可能无限大,它们的乘积往往是一定的,因此,需要在采样周期和迭加次数之间进行平衡,以实现最大的降噪效果。利用本工作的理论和实验分析结果对钴-60 集装箱检测系统进行降噪处理时,取得了良好的降噪效果。

### 参考文献:

[1] 安继刚. 电离辐射探测器[M]. 北京:原子能出版社,1995. 58 ~ 61.