

## 跟踪机动再入飞行器的交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波方法

张树春<sup>1</sup> 胡广大<sup>1</sup>

**摘要** 对于目标发生机动时的再入飞行器的跟踪问题,传统跟踪方法是采用机动模型的扩展卡尔曼滤波.本文在提高机动目标跟踪精度的探索中做了两方面的努力,一是在描述目标运动模型方面采用了更符合机动目标运动特性的多模型方法;另一方面,采用了隐含高阶精度的 Unscented 卡尔曼匹配滤波方法.对于交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波器在仿真中易出现数值问题,给出了基于平方根滤波的数值鲁棒性的解决方法.

**关键词** 再入目标, 机动, Unscented 变换, 平方根滤波  
**中图分类号** TP202+.4

## Target Tracking for Maneuvering Reentry Vehicles with Interactive Multiple Model Unscented Kalman Filter

ZHANG Shu-Chun<sup>1</sup> HU Guang-Da<sup>1</sup>

**Abstract** When tracking maneuvering reentry vehicles, an extended Kalman filter with maneuvering reentry vehicle (MaRV) model is usually used in a traditional method. To increase the performance of maneuvering target tracking two efforts are made. On the one hand, a more appropriate multiple model method is used in describing movement properties of the maneuvering target, on the other hand, the Unscented Kalman filter implying higher order precision is adopted in respective matching model. For numerical problems which are often encountered in implementing this interactive multiple model Unscented Kalman filter, a numerical robust solution is given by using square root filtering.

**Key words** Reentry vehicle, maneuvering, Unscented transformation, square root filtering

### 1 引言

从雷达量测实时跟踪再入机动目标是非线性滤波应用领域中一个高度复杂的问题,不仅飞行器的非线性运动方程意味着过量的运算负担,而且为跟踪方所不知晓的机动力的引入使得问题变得更为复杂.在目标不发生机动和已知目标阻力参数的情况下,利用卡尔曼滤波器和它在非线性情况下的形式推广卡尔曼滤波器能够比较好地解决此弹道滤波问题,但是在目标的阻力参数未知和目标发生机动的时候,简单的滤波方法已经不能满足精确跟踪的需求.

回溯针对再入目标跟踪研究的历史,所采用滤波方法可以宽泛地分为以下两种:即基于多项式动态模型的多项式滤波器和基于飞行器非线性运动微分方程的滤波器<sup>[1]</sup>.对于发生机动的目标跟踪,不考虑空气动力因素的多项式滤波器和只考虑阻力因素的弹道再入目标 (Ballistic reentry vehicle,

收稿日期 2006-6-23 收修改稿日期 2006-11-8

Received June 23, 2006; in revised form November 8, 2006

1. 哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心 哈尔滨 150001

1. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

DOI: 10.1360/aas-007-1220

BRV) 扩展卡尔曼滤波器已经证明是不可行的. 作为 BRV 滤波器的合理推广, 将在发生机动时的升力因素也考虑在内, 这就是 Chang 等人提出的机动再入目标 (Maneuvering reentry vehicle, MaRV) 推广卡尔曼滤波器<sup>[1]</sup>, 并在一定程度上能够有效跟踪目标位置、速度和其他关键参数. 但是应该看到上述方法存在一个共同的局限, 即所提到的滤波器都是基于一种轨道模型, 目标的运动只有符合所设定的动态模型, 跟踪精度才比较理想, 如果目标改变轨迹, 特别是发生不可预知的机动时, 由于模型的不匹配跟踪效果就会恶化. 当然可以采用混合滤波器法在发生机动时切换滤波器来完成对目标的跟踪, 但是由于缺少合适的交接算法, 在切换滤波器时会有很大的暂态误差, 因而也被认为是过时的算法<sup>[2]</sup>. 在一般情况下一般采用多模型法来提高跟踪精度, 即采用多个并行运行的滤波器对可能在多个模式下运行的目标进行跟踪, 这当中又以交互多模型法 (Interacting multiple model, IMM) 最为现实可行.

多模型滤波中的每个匹配滤波器, 都要进行各自模式下的非线性滤波, 除了主流的扩展卡尔曼滤波方法可以考虑之外, 最近发展起来的 Unscented 卡尔曼滤波器 (Unscented Kalman filter, UKF) 值得关注. 和推广的卡尔曼滤波的逼近非线性函数不同, JULIER 等人提出的 Unscented 卡尔曼滤波采用了一种完全不同的思想<sup>[5]</sup>, 即: 逼近一个概率分布比逼近一个非线性函数或变换来得容易. 因而, 此方法采用一组满足特定条件 (如满足给定的均值和方差) 的点 (Sigma points), 这些点一一通过非线性变换, 然后再用这些得到的点逼近非线性变换的概率密度特性. 由于不必要计算非线性变换的导数而隐含具有二阶滤波器的精度, UKF 算法短时间内在非线性的滤波领域获得了广泛认同.

本文针对发生机动的再入目标跟踪问题进行了深入的探讨, 其中结合了交互多模型和 Unscented 变换的卡尔曼滤波器是我们设计的重点. 本文整体安排如下: 第 2 节建立了再入目标跟踪问题的运动模型并给出典型解决方案, 第 3 节提出具有数值鲁棒性的交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波器, 第 4 节是仿真试验, 文末给出了结论.

## 2 运动模型及典型解决方案

### 2.1 坐标系定义及动力学方程的建立

当飞行器被视为点目标沿弹道轨迹再入大气层时, 有两个力作用在目标上, 即重力和空气阻力. 空气阻力和运动目标速度的方向相反, 大小和空气密度及速度平方成正比. 而当目标发生机动时, 就引入一个升力, 升力位于和速度方向垂直的面内, 可以分解为与地面平行的转弯力和与转弯力垂直的爬升力. 具体的坐标系建立方案如下 (见图 1):

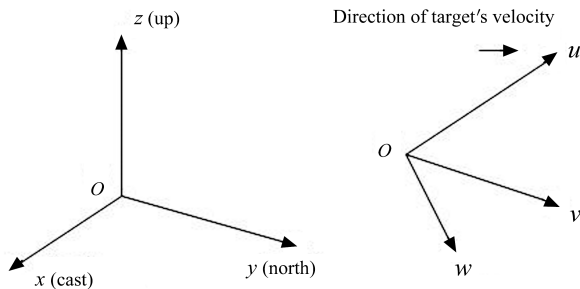


图 1 坐标系定义

Fig. 1 Definition of coordinate system

1) 北天东直角坐标系: 雷达位于原点,  $xyz$  轴分别指向东北天.

2) 运动坐标系: 雷达位于原点, 速度方向为  $u$  轴正方向, 指向右和地平面平行为  $v$  轴正方向, 和  $uv$  组成平面垂直方向向下的为  $w$  轴正方向. 在此条件下, 北天东直角坐标系和运动坐标系存在如下关系:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 \cos \theta_2 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

此处

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{\dot{x}(k)}{\dot{y}(k)} \\ \theta_2 &= \tan^{-1} \frac{\dot{z}(k)}{\sqrt{\dot{x}^2(k) + \dot{y}^2(k)}} \end{aligned} \quad (2)$$

跟踪滤波器以此运动模型为基础, 搭建不同的滤波器结构. 对运动模型的逼近程度直接影响滤波器的跟踪精度, 由于实时性的要求和计算能力的局限, 需要对以上模型作一定程度的近似, 本文认为地面平坦, 忽略地球旋转, 重力加速度恒定, 考虑飞行目标飞行区域在 100 km 以下, 以上假设在引入不大模型误差的基础上极大简化了运动方程.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \dot{z} &= v_z \\ \dot{v}_x &= -\frac{1}{2}\rho v v_x \alpha - \frac{1}{2}\rho v^2 \beta \frac{v_y}{v_p} - \frac{1}{2}\rho v \gamma \frac{v_x v_y}{v_p} \\ \dot{v}_y &= -\frac{1}{2}\rho v v_y \alpha + \frac{1}{2}\rho v^2 \beta \frac{v_x}{v_p} - \frac{1}{2}\rho v \gamma \frac{v_y v_z}{v_p} \\ \dot{v}_z &= -\frac{1}{2}\rho v v_z \alpha + \frac{1}{2}\rho v v_p \gamma - g \\ \dot{\alpha} &= n_\alpha \\ \dot{\beta} &= n_\beta \\ \dot{\gamma} &= n_\gamma \end{aligned} \quad (3)$$

$\rho(h)$  是空气密度,  $h$  是目标距地面高度, 如果雷达位于地面, 则  $h$  就是  $z$ , 它的表达式是  $\rho = \rho_0 e^{-r h}$ ,  $r = 0.00005$ ,  $v_p = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  为面速度,  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  是飞行器的实际速度, 对于三个空气动力参数, 由于和其他参数之间没有简单、明确的模型关系, 此处将其建模为 Gauss Markov 过程,  $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$  都是零均值白噪声过程, 这在参数辨识中是常用的建模方法. 综上得到系统状态模型

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \mathbf{w} \quad (4)$$

观测模型如下

$$h(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} R \\ s1 \\ s2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ x/R \\ y/R \end{pmatrix} \quad (5)$$

据此可以得到在离散时刻观测模型

$$\mathbf{z}(k) = h(\mathbf{x}(k)) + v(k) \quad (6)$$

其中  $w(k)$  和  $v(k)$  为过程噪声和量测噪声.

## 2.2 典型跟踪滤波器设计

### 2.2.1 弹道目标滤波器

弹道目标滤波器的运动模型可以通过将  $\beta$  和  $\gamma$  设为零来获得. 这样系统的状态模型向量就可以描述为

$$\mathbf{x} = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \alpha]^T \quad (7)$$

我们选取有代表性的几种滤波器来实施对目标的跟踪.

#### 1) 扩展卡尔曼滤波器

$$\mathbf{x}(k+1) = \phi(k)\mathbf{x}(k) + w(k) \quad (8)$$

其中,  $\phi(k) = I + F(k)\Delta t$ ,  $F(k) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)}$ . 这样传统的扩展卡尔曼滤波算法可以完整地表示如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \phi(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k) \\ P(k+1|k) &= \phi(k)P(k)\phi^T(k) + Q(k) \\ W(k) &= P(k+1|k)H^T(k)[H(k)P(k+1|k)H^T(k) + R(k)]^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + W(k)[\mathbf{z}(k) - h(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k))] \\ P(k+1|k+1) &= [I - W(k)H(k)]P(k+1|k) \end{aligned} \quad (9)$$

#### 2) Unscented 卡尔曼滤波器

##### a) 初始化. 给定

$$\mathbf{x}_0 = E[\mathbf{x}(0)], \quad P_0 = E[(\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0)(\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0)^T] \quad (10)$$

的基础上, 按照如下规则选取采样点和它们的权值

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \mathbf{x}_0 & \omega_0 &= \kappa / (n_x + \kappa) & i &= 0 \\ \chi_i &= \mathbf{x}_0 + (\sqrt{(n_x + \kappa)P_0})_i & \omega_i &= 1 / [2(n_x + 1)] \\ & & & & i &= 1, \dots, n_x \\ \chi_i &= \mathbf{x}_0 - (\sqrt{(n_x + \kappa)P_0})_i & \omega_i &= 1 / [2(n_x + 1)] \\ & & & & i &= n_x + 1, \dots, 2n_x \end{aligned} \quad (11)$$

##### b) 将各个采样点分别通过非线性系统模型

$$\xi_i(k+1|k) = f(\chi_i) \quad (12)$$

##### c) 计算预测状态均值和方差

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i \xi_i(k+1|k) \\ P(k+1|k) &= Q + \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i [\xi_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)] \times \\ & \quad [\xi_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)]^T \end{aligned} \quad (13)$$

##### d) 预测量测量采样点

$$s_i(k+1|k) = h(\xi_i(k+1|k)) \quad (14)$$

##### e) 预测量测量、方差和其与状态的互协方差

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i s_i(k+1|k) \\ P_{zz} &= R(k+1) + \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i [s_i - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)] \times \\ & \quad [s_i - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)]^T \\ P_{zx} &= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i [\xi_i(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)] [s_i - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)]^T \end{aligned} \quad (15)$$

##### f) 计算 UKF 增益, 更新状态和方差

$$\begin{aligned} W(k+1) &= P_{zx} P_{zz}^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + W(k+1) \times \\ & \quad [z(k+1) - \hat{\mathbf{z}}(k+1|k)] \\ P(k+1|k+1) &= P(k+1|k) - W(k+1) P_{zz} W(k+1)^T \end{aligned} \quad (16)$$

### 2.2.2 机动目标滤波器

机动目标滤波器和弹道目标滤波器的结构类似, 只是将由升力产生的两个动力学参数加到状态变量的向量中. 机动目标滤波器也可以用来跟踪弹道目标, 在利用此滤波器跟踪非机动目标的时候, 可以预期的优点是当弹道目标发生机动的时候, 此滤波器仍然可以保证目标不丢失, 它的缺点是在弹道轨迹阶段, 跟踪精度比 BRV 滤波器的精度差. 另外, 冗余的机动参数的估计不必要地增加了滤波器的计算负担.

上述基于扩展卡尔曼滤波的滤波器结构已经在一定程度上被证明为有效的, Unscented 卡尔曼滤波在理论上也可以提供精度上的改进, 但是这些方法的共性缺点在于都是基于一种假定的轨道, 一旦在跟踪过程中飞行器轨迹和设定的运动模型不匹配, 上述滤波器精度就会恶化. 对于此类问题多模型方法是较好的解决方案.

## 3 交互多模型滤波器设计

多模型方法的基本思想是, 假定系统工作在给定模型集合中的某个模型, 在计算递推滤波时, 同时使各个模型并行地进行独立的滤波, 最后根据贝叶斯规则对它们的估计结果作概率加权求和处理而求得系统的状态估计. 与单模型高斯滤波类似的是, 系统在模型集合中的每个给定模型下状态的条件概率分布仍假定为高斯分布. 但由于高斯和滤波的子滤波项随着时间的递推而指数增加, 需要做一些较粗糙的截取处理, 从而不可避免地引起估计误差. 由于这个原因, 它在实际应用中受到了一定程度的限制. 在许多应用场合, 系统随机地运行在有限个工作模式下, 并可随机切换, 此时物理系统可以建模为切换马尔可夫系统, 亦称跳跃马尔可夫状态空间模型<sup>[9]</sup>. 它的特点是包含有限个工作模式和连续状态, 其主要特征归纳为:

1) 每个工作模式对应系统的一种运行模型. 系统每个时刻处于在给定模式集合中的某一个工作模式, 而且每一时刻系统只能工作在一种模式下, 工作模式随时间的转移具有马尔可夫性, 即模式转移序列为有限状态马尔可夫链;

2) 系统具有连续值物理状态.

以上系统又叫混叠系统, 工程界对此提出了两类常用的动态滤波解决办法: 广义伪贝叶斯 (GPB) 算法 (包括一阶 GPB 和二阶 GPB 算法, 简记为 GPB1 和 GPB2) 和交互多模型方法 (IMM). 这类方法的特点是: 考虑到系统有多个工作模式, 用一个滤波器难以满足估计要求, 这时, 用一组滤波器并行处理系统在多种工作模式下的滤波, 然后用全概率方法将这些滤波器各自的估计组合起来得到所要求的输出估计.

由于 IMM 滤波方法性能类似于 GPB2, 而算法复杂度又小得多, 因而它在工程应用中最受欢迎, 已成功地运用于目标机动检测与跟踪及多目标跟踪<sup>[6]</sup>、空中交通监控<sup>[7]</sup> 和容错控制<sup>[8]</sup> 等领域中.

本文设计了一个具有两个模式的交互多模型滤波器 IMM2, 这个算法由一个未发生机动的目标模式和一个已发生机动的目标模式组成. 在前面分析的基础上, 这应该是多模型对此问题最顺理成章的解决方法.

### 3.1 交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波

- 1) 非机动七维状态模型
- 2) 机动九维状态模型

模式之间的马尔可夫链状态转移矩阵也是滤波器设计的一部分, 在这里取

$$Pr(m(k)|m(k-1)) = P_{ij} = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.05 & 0.95 \end{bmatrix} \quad (17)$$

最终的结果对这些转移概率值并不十分敏感 (例如  $P_{11}$  可以在 0.8 到 0.98 之间取值), 这个取值低 (或高) 往往使得机动期间峰值误差变小 (或增大), 但非机动期间均方根 (RMS) 误差变大 (或小).

由于交互多模型思想和不同的滤波结构结合会产生不同的 IMM 滤波器, 这里只结合标准的 UKF 算法, 给出解决本文具体问题的 UIMM 算法, 具体算法实现如下<sup>[2]</sup>

#### a) 计算交互概率

$$\mu_{i|j}(k-1|k-1) = Pr(m(k-1)|m(k), z(1:k-1)) = \frac{Pr(m(k)|m(k-1))\mu_j(k-1)}{\bar{\mu}(m(k))} \quad (18)$$

上式计算的是从 1 一直到  $k-1$  时刻量测数据,  $k$  时刻处于  $j$  模式的情况下,  $k-1$  时刻处于  $i$  模式的概率. 此步需要将预设的马尔可夫链的状态转移矩阵代入, 同时预设滤波初始阶段机动和非机动模式的概率各占 50%.

#### b) 计算输入估计的交互

$$\begin{aligned} \bar{y}^{0j}(k-1|k-1) &= \sum_{i=1}^2 \mu_{i|j}(k-1|k-1) \bar{y}^i(k-1|k-1) \\ P^{0j}(k-1|k-1) &= \sum_{i=1}^2 \mu_{i|j}(k-1|k-1) \{P^i(k-1|k-1) + \\ & [\bar{y}^i(k-1|k-1) - \bar{y}^{0j}(k-1|k-1)] \times \\ & [\bar{y}^i(k-1|k-1) - \bar{y}^{0j}(k-1|k-1)]^T\} \\ & \quad j = 1, 2 \end{aligned} \quad (19)$$

这一步需要注意的是由于两个模型的维数不同, 因此在处理交互时要作相关的处理, 如本问题中七维的系统交互到

九维就要将七维的状态向量和  $7 \times 7$  协方差矩阵扩充到相应的高维状态, 不足的成分由零补足.

#### c) 模式匹配滤波

i) 在得到输入估计交互后, 根据标准 Unscented 变换 Sigma 点选取策略取采样点, 然后在此基础上进行模式匹配滤波 (参考标准算法);

ii) 求解似然函数利用的是正态分布

$$\Lambda_j(k) = N(z(k); \hat{z}^j(k|k-1), P_{zz}^j) \quad j = 1, 2 \quad (20)$$

iii) 模式概率修正

$$\mu_j(k) = \frac{\bar{\mu}(m(k))\Lambda_j(k)}{C} \quad (21)$$

其中归一化常数  $C$  满足

$$C = \sum_{j=1}^2 \bar{\mu}(m(k))\Lambda_j(k) \quad (22)$$

### 3.2 关于 UIMM 滤波的数值鲁棒性问题

对于 BRV 滤波器和 MaRV 滤波器两种结构, 我们并行地给出了扩展卡尔曼滤波和减少点的 Unscented 卡尔曼滤波方法, 同时针对单模型方法无法很好处理机动目标的问题, 推出基于 Unscented 变换的交互多模型滤波方法, 但在实际应用中我们发现, 在 UIMM 方法进行输入估计交互的时候, 容易引发滤波器的输入估计协方差矩阵失去正定, 无法进行 Cholesky 分解, 从而使滤波器失效. UKF 方法不具有象扩展卡尔曼滤波那样的能够保证更新协方差对称正定的形式 (Joseph 形式), 因而对于交互输入协方差矩阵的数值积累误差比较敏感.

本文采用平方根滤波的思想来解决这个问题. 不直接计算  $\mu_1 P_1 + \mu_2 P_2$  的值, 然后传递给匹配滤波器, 而是计算它的矩阵平方根, 然后利用和平方根滤波类似的处理方法, 将平方根传递给匹配滤波器.

与此对应, 匹配滤波器要采用平方根滤波器. 根据文 [4] 对于这种数值鲁棒性滤波方法的探讨, 可以看到, 它不但能够保证协方差矩阵的对称正定, 同时由于其隐含的双精度, 对于滤波精度也有一定程度的改善. 这种改善具有普遍性, 它既可以和扩展卡尔曼滤波结合也可以和 Unscented 卡尔曼滤波结合来改善滤波精度. 进一步推广, 它同样也可以在交互多模型的匹配滤波中取得较好的滤波性能. 下面仅给出匹配滤波器的算法.

1) 初始化:  $\bar{x} = E[x_0]$ ,  $S_0 = qr\{\{\sqrt{\mu_1}S_1 \quad \sqrt{\mu_2}S_2\}\}$ ;

2) 按照标准方法选取 Sigma 点  $\chi_i$ ;

3) 将各个点通过系统模型:  $\xi_i(k+1|k) = f(\chi_i)$ ;

4) 计算预测状态均值和

$$\hat{x}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i \xi_i(k+1|k)$$

$$S_k^- = qr\{\{\sqrt{\omega_1}(\chi_{1:2n_x, k|k-1} - \hat{x}_k^-) \quad \sqrt{Q}\}\}$$

$$S(k+1|k) = cholupdate\{S_k^-, \chi_{0, k} - \hat{x}_k^-, \omega_0\} \quad (23)$$

5) 预测量测量采样点

$$\begin{aligned} \varsigma_i(k+1|k) &= h(\chi_i(k+1|k)) \\ \hat{z}(k+1|k) &= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i \varsigma_i(k+1|k) \end{aligned} \quad (24)$$

6) 量测更新方程

$$\begin{aligned} S_{k+1}^- &= qr\{\sqrt{\omega_1}(\varsigma_{1:2n_x,k} - \hat{z}(k+1|k)) \quad \sqrt{R}\} \\ S(k+1|k+1) &= cholupdate\{S_{k+1}^-, \varsigma_{0,k} - \hat{z}(k+1|k), \omega_0\} \\ P_{xx} &= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_i [\chi_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)] \times \\ &\quad [\varsigma_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)]^T \\ W(k+1) &= (P_{xx}/S^T(k+1|k+1))/S(k+1|k+1) \\ \hat{x}(k+1|k+1) &= \hat{x}(k+1|k) + W(k+1)(z(k+1) - \\ &\quad \hat{z}(k+1|k)) \\ U &= W(k+1)S(k+1|k+1) \\ S(k+1) &= cholupdate\{S(k+1|k+1), U, -1\} \end{aligned} \quad (25)$$

4 仿真试验

对于滤波器有效性的验证是建立在仿真试验的基础上. 本文所进行的仿真试验认为目标在以下两种场景下运行:

1) 目标在 0 秒时刻进入再入阶段, 确切的初始条件为:  $\mathbf{x}(0|0) = [2 \times 10^5, 6 \times 10^5, 10^5, -2 \times 10^3, -1000, -1.2 \times 10^3, 0.000853, 0, 0]$ . 目标在整个落向地面的运行阶段只受到空气阻力的影响.

2) 目标在 0 秒时刻进入再入阶段, 在落向地面的过程中, 起初只受到空气阻力的影响, 60 秒时, 发生一个 50g 的左转弯力, 70 秒时, 又增加一个 65g 的向下的机动力.

观测系统中雷达采样间隔为 0.1 秒, 观测误差标准差为距离 30 米, 角度  $0.2^\circ$ . 跟踪滤波器引入的过程噪声这样设定: 加速度在三个坐标轴上的白噪声标准差为 3g, 三个参数辨识白噪声标准差为  $1 \times 10^{-4}$ , 其他状态向量成分不引入过程噪声.

根据以上所设条件, 进行 50 次蒙特卡洛仿真, 比较预测误差. 在比较各种滤波器位置和速度 RMS 误差的时候, 由于三个坐标的速度和位置估计表现出类似的性质, 为减少图形数量, 分别用  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$  及  $\sqrt{\Delta \dot{x}^2 + \Delta \dot{y}^2 + \Delta \dot{z}^2}$  来比较. 在整个仿真试验中共设计了五种滤波器, 基于弹道模型的滤波器只包括 Unscented 卡尔曼滤波器 (BRVUKF), 基于机动模型的滤波器包括扩展卡尔曼滤波器 (EKF) 和 Unscented 卡尔曼滤波器 (UKF), 同时为减轻 UKF 计算负担我们设计了减少点的 Unscented 卡尔曼滤波器 (RUKF)<sup>[3]</sup>, 交互多模型滤波器 (IMM) 的设计我们采用了上文所述的数值鲁棒性方法.

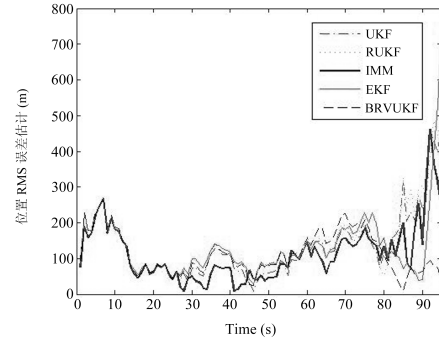


图 2 场景 1 位置误差比较

Fig. 2 Comparison of position errors in scene 1

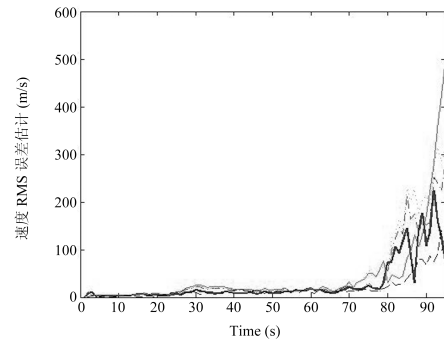


图 3 场景 1 速度误差比较

Fig. 3 Comparison of velocity errors in scene 1

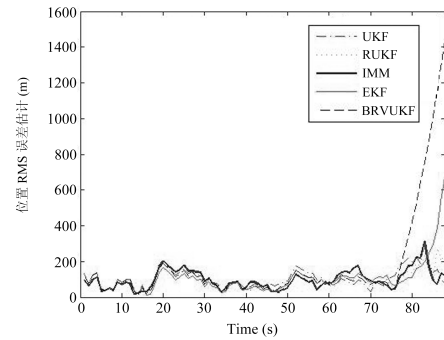


图 4 场景 2 位置误差比较

Fig. 4 Comparison of position errors in scene 2

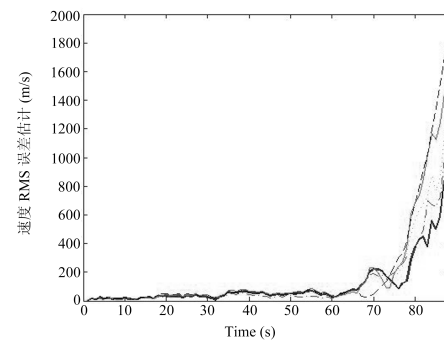


图 5 场景 2 速度误差比较

Fig. 5 Comparison of velocity errors in scene 2

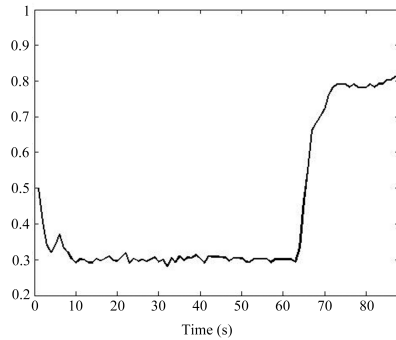


图 6 机动模式概率

Fig. 6 Maneuvering mode probabilities

在第一个场景下(见图 2, 图 3), 由于整个过程都未发生机动, 因此基于弹道模型的滤波器表现最好; 基于机动模型的滤波器由于要在线估计由升力产生的机动参数, 而事实上它们并不存在, 这一方面影响了跟踪精度, 同时也不必要地浪费了计算资源. 交互多模型滤波器在跟踪末段表现略差于弹道滤波器而好于机动目标滤波器, 当然这是以较大的计算量为代价的. 机动目标模式滤波方面, 几种滤波器的表现: UKF 略好于 RUKF, 而 RUKF 又略好于 EKF.

相比于 EKF, 几种滤波器占用的计算时间分别为: BRVUKF 2.0833 倍, RUKF 4.2500 倍, UKF 11.4167 倍, IMM 27.7500 倍.

第二个场景下(见图 4~6), 弹道目标滤波器在跟踪末段明显表现出发散趋势, 这是模式不匹配的结果. 机动目标滤波器在机动阶段表现较好, 但是综合整个跟踪期间的性能表现, 交互多模型滤波器仍然最为优良. 几种滤波器计算时间比照机动目标 EKF 占用时间的比值分别为: BRVUKF 1.9471 倍, RUKF 4.2353 倍, UKF 10.5294 倍, IMM 26.5882 倍.

根据仿真结果, 我们可以得出以下结论: 当实际目标轨迹和它们各自模型相匹配时, BRV 滤波器和 MaRV 滤波器都能表现出良好的滤波精度, 同时基于 Unscented 变换的卡尔曼滤波器由于隐含的二次精度, 要比相应的扩展卡尔曼滤波器滤波效果好. 但是一旦轨道变化, 匹配模型发生偏差, 它们的预测精度就会恶化, 特别是在落地点附近, 甚至会引起滤波器发散. IMM 方法较好地解决了这一问题, 它以较大的计算量作为代价, 使滤波器无论在弹道阶段还是机动阶段都能良好跟踪目标, 极大拓展了滤波器的适用范围, 是解决再入机动目标跟踪问题的一个良好选择.

## 5 结论

本文探讨了机动再入目标的跟踪问题, 对于这一高度复杂的问题结合多模型和 Unscented 卡尔曼平方根滤波技术, 推出了一种具有数值鲁棒性的交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波方法. 新滤波器在不同的场景下进行了验证, 仿真结果证实了它的有效性.

## References

- 1 Chang C B, Athans M, Whiting R. On the state and parameter estimation for maneuvering reentry vehicles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, **22**(1): 99~105
- 2 Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation. New York: John Wiley & Son, 2001. 421~488
- 3 Julier S J, Uhlmann J K. Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations. In: Proceedings of the American Control Conference. USA: IEEE, 2002. 887~892
- 4 Vandenmerwe R, Wan E A. The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation. In: Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. USA: 2001. 3461~3464
- 5 Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 477~482
- 6 Mazor E, Averbuch A, Bar-shalom Y, Dayan J. Interacting multiple model methods in target tracking: a survey. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, 1998, **34**(1): 103~123
- 7 Li X R, Bar-Shalom Y. Design of an interacting multiple model algorithm for air traffic control tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1993, **1**(3): 186~194
- 8 Zhang Y M, Jiang J. Integrated active fault-tolerant control using IMM approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, 2001, **37**(4): 1221~1235
- 9 Jilkov V P, Li X R. Online Bayesian estimation of transition probabilities for Markovian jump systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, **52**(6): 1620~1630

张树春 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士研究生. 主要研究方向为信号处理和非线性滤波. 本文通信作者.

E-mail: zsc8939@hit.edu.cn

(ZHANG Shu-Chun Ph.D. candidate at Harbin Institute of Technology. His research interest covers signal processing and nonlinear filtering. Corresponding author of this paper.)

胡广大 哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授. 1996 年获日本名古屋大学计算机科学博士学位, 1999 年 9 月至 2000 年 8 月在加拿大纽芬兰大学做博士后. 主要研究方向为计算机控制和非线性控制.

E-mail: ghu@hit.edu.cn

(HU Guang-Da Professor at Harbin Institute of Technology. He received his Ph.D. degree in 1996 at Nagoya University, and did postdoctoral research from September, 1999 to August, 2000 at Newfoundland University, Canada. His research interest covers computer control and nonlinear control.)