第15卷 第2期　　自 动 化 学 报　　Vol. 15, No. 2
1989年3月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1989

工业大系统多目标优化问题的分解协调方法

王劭伯　　吕勇哉
（福州大学）　　（浙江大学）

摘　　要

本文针对工业大系统多目标优化问题的特点，提出“一致单调性”概念、“目标诱导性决策”方法以及与分解协调方法有关的两个定理，使分解协调问题得以简化.

关键词：工业大系统，多目标优化问题，分解协调方法.

定义 1. 设多元函数 $F=F(f_1, f_2, \cdots, f_N)$ 在其定义域 R 内可微，且对于所有的 $i=1, \cdots, N$ 不等式 $\frac{\partial F}{\partial f_i}\geqslant 0$ $\left(或 \frac{\partial F}{\partial f_i}\leqslant 0\right)$ 均成立，则称 F 为 R 域内的偏单调函数.

定义 2. 设多元函数 $F=F(f_1, f_2, \cdots, f_N)$ 在 R 域内有定义，若在区域 $R^*\subset R$ 内，任给 $\Delta f_i>0(i=1, \cdots, N)$，都有 $\Delta F>0$（或 $\Delta F<0$），则称 F 为 R^* 内的一致单调函数.

引理 1. 多元函数 F 为一致单调函数的必要条件是 F 为偏单调函数，假设 F 是可微的.

引理 2. 设多元函数 $F=F(f_1, \cdots, f_N)$ 为一致单调递增函数，那么当 $\Delta F\leqslant 0$ 时，$\Delta f_i\leqslant 0$ 对所有的 $i(i=1, \cdots, N)$ 都成立.

一致单调性具有很现实的工程意义. 本文假定工业大系统多目标优化问题的目标函数为各子系统的分目标的一致单调函数，这意味着要求决策者在制定企业的全局与局部的考核指标时，必须精心考虑全局指标与局部指标的一致性问题，即上下级目标的一致性问题. 对于工业大系统来说，由于系统设计者是根据全局目标来设计各个子系统的，因此这种要求在多数情况下是可以满足的. 我们将工业企业的管理决策者科学合理地给下级各子系统下达考核指标，以诱导各子系统齐心协力共同实现全局目标的管理控制艺术称为“目标控制”，相应地使全局目标与局部目标满足一致单调性要求的管理决策称为“目标诱导性决策”.

定理 1（目标分组法定理）. 设多目标优化问题为

$$(\mathrm{VP})\{\min_{x\in R}[f_1(x)\cdots f_p(x)].$$

本文于1986年7月2日收到.

其中 R 表示约束集合；p 个目标可按一定次序分为 q 组 ($1 \leqslant q \leqslant p$)，分别记这 q 组目标为 $F_1(x)$，$F_2(x)$，$\cdots$，$F_q(x)$，这里 F_1 至 F_q 均为向量. 于是原多目标问题 (VP) 便可以分解为 q 个相对简单的子多目标问题 (VP_i)$(i=1,\cdots,q)$ 分组求解，即

$$(\mathrm{VP}_1) \qquad \min_{x \in R} F_1(x),$$

$$(\mathrm{VP}_2) \qquad \min_{x \in R \cap R^*_{pa1}} F_2(x),$$

$$\cdots \qquad \cdots$$

$$(\mathrm{VP}_q) \qquad \min_{x \in R \cap R^*_{pa1} \cap \cdots R^*_{pa(q-1)}} F_q(x).$$

这里 R^*_{pai} 表示第 i 个子问题的有效解集合，则 R^*_{paq} 为原多目标问题 (VP) 的有效解集合 R^*_{pa} 的一个子集，即 $R^*_{paq} \subset R^*_{pa}$.

定理 1 各组目标的优生次序反映了决策者的偏好，目标分组与求解次序的不同可能使所求出的有效解子集 R^*_{paq} 也不相同. 所以这种方法所求出的仅是隐含决策者偏好的那部分有效解. 尽管定理 1 在某些问题中可以得到巧妙的应用，但要应用于一般工程问题还必须作进一步的推广引伸.

应用上述定义与定理，我们考虑工业大系统多目标优化问题. 假设某工业大系统可以划分为 N 个相互关联的子系统，其中第 i 个子系统的输入向量、输出向量、决策向量和目标函数向量分别为 x_i，z_i，m_i，$f_i=(f_i^{(1)}\cdots f_i^{(n_i)})$（这里 n_i 为第 i 个子系统的目标数），并设各子系统的分目标 $f_i^{(j)}$ 为相应的 x_i，z_i，m_i 的函数. 那么大系统的全局多目标优化问题可表示为

$$\min_{x,m,z}\{F_1(f_1,\cdots,f_N)\cdots F_n(f_1,\cdots,f_N)\}. \tag{1}$$

受约束于

$$z_i = T_i(m_i, x_i), \qquad i=1,\cdots,N, \tag{2}$$

$$x_i = \sum_{j=1}^{N} c_{ij} z_j, \qquad i=1,\cdots,N, \tag{3}$$

$$G_i(x_i, m_i, z_i) \leqslant 0, \quad i=1,\cdots,N. \tag{4}$$

这里(1)式中的 $F_1,\cdots,F_n$ 为大系统的 n 个目标向量，是各子系统目标向量 f_i 的函数；(2)式为各子系统的稳态模型；(3)式表示各子系统间的关联关系，其中 c_{ij} 为关联矩阵；(4)式表示各子系统的约束条件，其中 G_i 为向量.

我们可以应用文献 [1] 提出的递阶多目标算法来求解这类问题. 应用上述定理 1，文献 [1] 的协调中心所考虑的高层目标函数 $\Phi(f,\alpha)$ 可以从大系统的多个目标中选出，而协调参数 α 可选 z 或 x. 不妨取 $\alpha=z$，取 $\Phi(f,\alpha)=F_1(f(m(z)),z)$，这里 $f=[f_1\cdots f_N]$，同时假设大系统全局目标的各个分量 $F_j(j=1,\cdots,n)$ 具有"加性可分离"的性质，即 $F_j=\sum_{i=1}^{N} f_i^{(j)}$，并且 F_j 为各相应的 $f_i^{(j)}$ 的一致单调函数，则大系统多目标优化问题可分解为如下 N 个子问题 (VP_i)$(i=1,\cdots,N)$ 分别用文献[1]的算法进行求解

$$
(\mathrm{VP}_i)\begin{cases} \min\limits_{z,\hat{m}(z)} F_1(f(\hat{m}(z)),z), & (5)\\ \text{受约束于}\ \min\limits_{m_i}[f_i^{(2)}\cdots f_i^{(n_i)}], & (6)\\ \qquad \text{受约束于}\ T_i\left(m_i,\ \sum\limits_{j=1}^{N} c_{ij}z_j\right)=z_i, & (7)\\ \qquad\qquad G_i\left(\sum\limits_{j=1}^{N} c_{ij}z_j,\ m_i,\ z_i\right)\leqslant 0. & (8)\end{cases}
$$

定理 2(关联预估法定理). 设大系统多目标优化问题由(1)—(4)式所描述，并且全局目标的各分量 F_i 满足上述的加性可分离与一致单调性要求，如果应用文献[1]的算法通过有限次迭代可以求出由 (5)—(8) 所表示的所有 N 个子问题 (VP_i) 的有效解 $\{\bar{x}_i^*, \bar{m}_i^*, \bar{z}_i^*\}$, $i=1,\cdots,N$, 则

$$\bar{x}^*=\{\bar{x}_1^*, \bar{m}_1^*, \bar{z}_1^*,\cdots,\bar{x}_N^*, \bar{m}_N^*, \bar{z}_N^*\}$$

必为原大系统多目标问题的有效解.

必须指出，在求解大系统多目标优化问题时如果能巧妙地应用一些知识工程技术，还可以提高问题求解效率[2].

上述内容的细节及计算示例请参阅工业大系统优化决策方法和知识工程的应用（王劭伯，浙江大学博士学位论文）.

参　考　文　献

[1] Shimizu, K. and E. Aiyoshi, Hierarchical Multiobjective Decision Systems for General Rescurce Allocation Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 35, (1981), 517—533.

[2] Wang, S. B. and Y. Z. Lu, Knowledge-based Multiobjective Nonlinear Optimization Method for Large Scale Systems, the Proceedings of 1987 IEEE Systems Man and Cybernetics Annual Conference.

DECOMPOSITION-COORDINATION METHOD FOR MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION IN INDUSTRIAL SYSTEMS

WANG SHAOBO　　LU YONGZAI
(*Fuzhou University*)　　(*Zhejiang University*)

ABSTRACT

According to the characteristics of multiobjective optimization problems in industrial systems, this paper proposes a new concept called "Consistent monotone", a new method called "objective incentive strategy", and two theorems concerned with the decomposition-coordination method so as the coordination problem can be simplified.

Key words ——Large scale industrial systems; multiobjective optimization problems; decomposition-coordination method.