



估计 OD 矩阵的监测路段选择的优化

陈森发

(东南大学经济管理学院 南京 210096)

邓学钧 王 炜

(东南大学交通学院 南京 210096)

摘 要 探讨 OD 对数目大于路段数目时, 监测路段的最优选择问题. 采用二部图及其复盖建立数学模型, 再用隐枚举法求解该模型. 实例计算表明, 其结果令人满意.

关键词 监测路段选择, 隐枚举法.

1 前言

纵观国内外现有估计 OD 矩阵的方法^[1-5], 大多数是用路网中全部路段的监测流量推算 OD 矩阵, 而用路网中部分路段的监测流量推算 OD 矩阵的研究尚属鲜见.

设系统待估计的 OD 对的数目为 N , 路段总数目为 M ; 若 $M \geq N$, 则通过大于或等于 N 个路段的监测, 可解出唯一的 OD 矩阵. 实际交通路网中, 大多为 $M < N$, 则 OD 矩阵的解不唯一; 借助一个先验 OD 矩阵, 才能获得逼近于真实 OD 矩阵的解.

本文研究 $M < N$ 的情况下, 监测路段选择的优化问题. 它将减少监测路段数目、节省经费、提高计算速度.

2 数学模型

2.1 优化的目标函数

由路网中路段监测流量推算 OD 矩阵的常见方法有 Bayes 统计法^[1]、最小二乘法^[3]、极大似然法^[4]、极大熵法^[2,5]等. 这些方法共同的特点是利用下式提供估计 OD 矩阵的主要信息.

$$PT = V, \quad (1)$$

式中 $P = \{p_{kl}\}_{M \times N}$ 称为交通出行量分配率矩阵; $T = \{T_i\}_{N \times 1}$, T_i 为第 i 个 OD 对的交通出行量; $V = \{V_i\}_{M \times 1}$, V_i 为第 i 号路段监测值.

我们的目标是在已知路网中, 确定推算 OD 矩阵所需监测路段的数目和位置, 而使需监测路段总数目达到最小化.

设 y_k 是一个 0-1 变量, $k=1-M'$, 它对应于路网中备选的 M' 个路段, $M' \leq M$. 设

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{路段 } k \text{ 被监测;} \\ 0, & \text{路段 } k \text{ 不监测.} \end{cases} \quad (2)$$

于是, 优化的目标函数可记为

$$\min f = \min \sum_{k=1}^{M'} y_k. \quad (3)$$

2.2 二部图的构造

这里用矩阵 P 建立系统的二部图. 首先, 路网中 M' 个备选监测路段用 M' 个节点表示, 将其作为二部图的 A 部分, 即 $A = \{y_1, y_2, \dots, y_{M'}\}$; 若没有先验知识, 则取 $M' = M$, 这意味着全部路段都作为备选监测路段. 其次, 设 OD 矩阵共有 N 个 OD 对, 用 N 个节点表示, 将其作为二部图的 B 部分, 即 $B = \{T_1, T_2, \dots, T_N\}$. 若 $p_{ij} \neq 0$, 则节点 y_i 和节点 T_j 间存在一条边. 可见, 二部图的边集 $E = \{e_{ij}\}$, 且

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{若 } p_{ij} \neq 0; \\ 0, & \text{若 } p_{ij} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

由于矩阵 P 能设法求出^[3], 可当作已知. 于是二部图的边集可完全确定, 从而整个二部图就完全确定了.

2.3 数学模型及其简化

研究目标要求被选中路段的监测流量中携带所有 OD 对出行量信息, 用图论语言描述, 就是二部图中 B 部分的任一节点, 应被边集 E 所复盖, 即

$$\sum_{i=1}^M e_{ik} y_i \geq 1, k = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

(5)式就是优化问题的约束条件.

由(3)和(5)式构成所研究问题的数学模型

$$\begin{cases} \min f = \min \sum_{i=1}^M y_i, \\ \sum_{i=1}^M e_{ik} y_i \geq 1 \quad (k = 1, 2, \dots, N), \\ y_i = 0, 1. \end{cases} \quad (6)$$

从理论上说, 直接求解(6)式可获得问题的解; 然而为减轻模型求解的工作量, 应尽量压缩模型的规模.

设 sy_i 为第 i 个路段监测流量中所包含 OD 对的集合, 即

$$sy_i = \{T_j | p_{ij} \neq 0, j = 1, 2, \dots, N\}. \quad (7)$$

实际上, 它是分配率矩阵 P 第 i 行的非零元素. 若 $sy_k \subset sy_i$, 则第 k 个路段可以不监测, 即二部图中 A 部分第 k 号节点可以删去.

一般来说, 经简化处理后, 备选监测路段的数目从 M 减少到 m 个. (6)式可进一步简化为

$$\begin{cases} \min f = \min \sum_{i=1}^m y_i, \\ s. t. \\ \sum_{i=1}^m e_{ik} y_i \geq 1 (k = 1, 2, \dots, N), \\ y_i = 0, 1. \end{cases} \quad (8)$$

3 算法

(8)式是一个 0-1 整数规划问题,可用分枝定界法、割平面法求解.为充分利用 y_i 是 0-1 变量这一特点,本文用隐枚举法求解,其原理性步骤如下:

第一步.把求解的 0-1 整数规划转换成标准形式.这意味着目标函数为求极小,约束条件为“ \geq ”形式,目标函数中变量的系数全为正.(8)式已完全符合要求,不必转换.

第二步.由于目标函数中变量的系数全为 1,所以 y_i 全为零时目标函数 f 取最小值.在约束条件中,依次指定带正系数的变量为 1,直到满足全部约束为止.这时便得到一个可行解,且是迄今为止的一个最优可行解.

第三步,依次检查变量 y_i 等于 0 或 1 各种组合,对所获得的最优可行解不断改进,直到获得最优解为止.

关于隐枚举法更具体的计算步骤,请参见文献[6].

4 实例

某交通网络系统(见图 1)有 20 个 OD 对、14 个路段.设系统的出行量分配率矩阵 P 为已知(篇幅所限,不列出).用本文介绍的方法建立系统的二部图;用隐枚举法,在 386 微机上求解(8)式,2 秒钟内即可获得最优解—— $v_4, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{13}, v_{14}$.这里只需监测 7 个路段,和监测全部 14 个路段比较,可节省监测费用 50%;另外,送入微机中的监测数据减少 50%,使估计 OD 矩阵的计算工作量也大大减少,从而提高了速度.

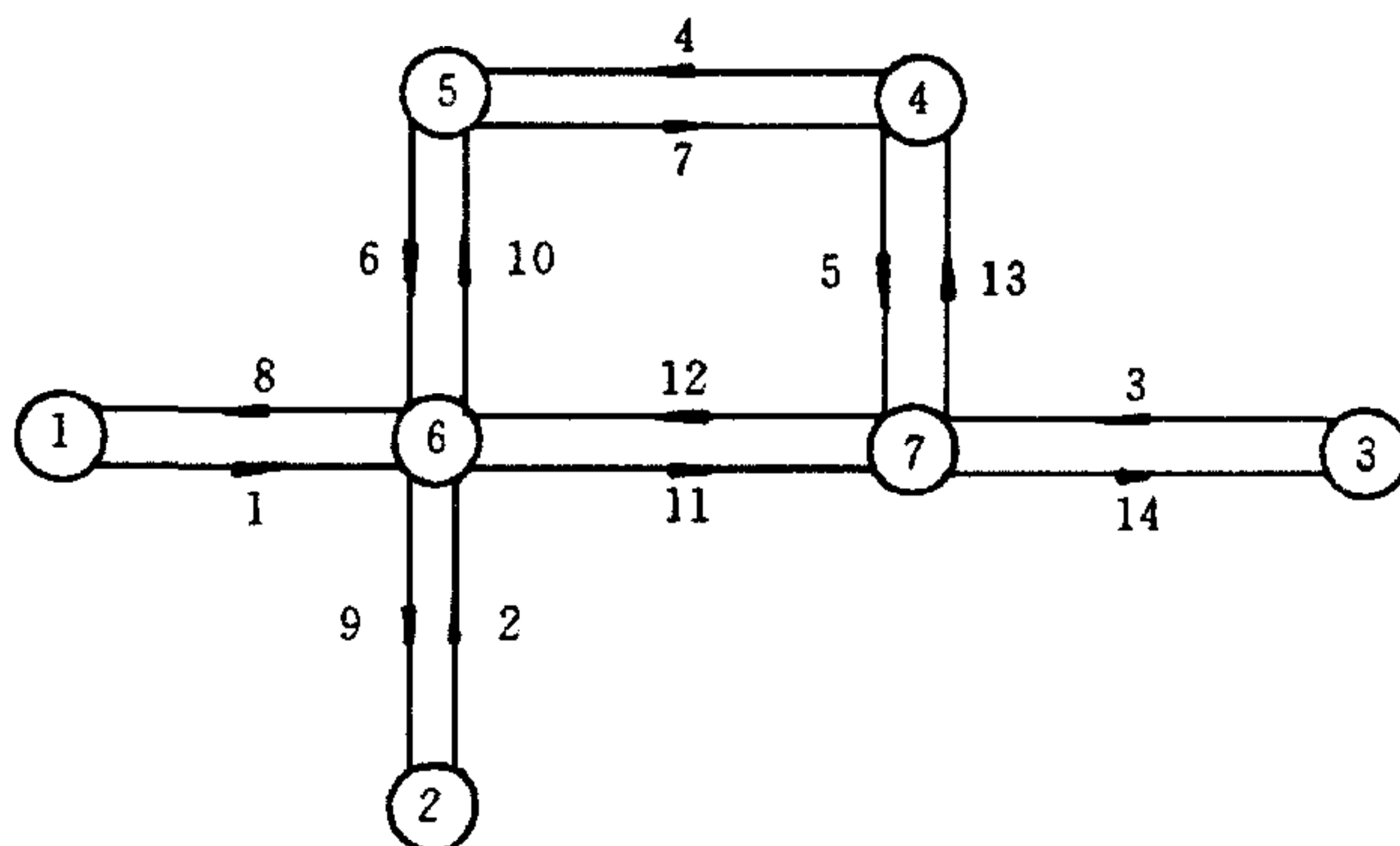


图 1

5 结束语

1)用本文所提出的方法可求出推算 OD 矩阵所需的最少监测路段,方法简单、易行.

2)最优选择的监测路段,能节省路段监测费用,提高推算 OD 矩阵的速度,而且估计出的 OD 矩阵精度没有降低(注.因篇幅所限,关于 OD 矩阵的精度问题另文论述).这将为由路段监测流量推算 OD 矩阵的全面推广与应用铺平了道路.

参 考 文 献

- [1] 范裕斌.由路段交通量推算 OD 矩阵的 Bayes 统计方法.同济大学学报,1991,19(2):227-233.
- [2] 潘文敏.以网络流采样数据直接推导起终点矩阵.西安公路学院学报,1983,(3):71-84.
- [3] 王伟.路段交通量与 OD 出行量互算关系的研究.南京工学院学报,1988,18(1):68-79.
- [4] 周晶,徐南荣,陈森发.极大似然法在交通工程中的应用.系统工程,1993,11(2):66-72.
- [5] Willumsen L G. Simplified transport models based on traffic counts. *Transportation*, 1981, (10):257-278.
- [6] [美]吉勒特 BE 著,蔡宣三等译.运筹学导论——计算机算法,北京:机械工业出版社,1982,105-135.

OPTIMIZATION OF SELECTING MEASUREMENTAL LINKS FOR ESTIMATING OD MATRIX

CHEN SENFA

(Economics and Management College, Southeast University, Nanjing 210096)

DENG XUEJUN WANG WEI

(Transportation College, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract In this paper, the selection problem for the measuremental links is examined under the conditions that the number of OD pairs is greater than that of the links. First, the mathematical models are built with bipartite graph and its covering. Secondly, the implicit enumeration method for solving the models is proposed. Computational examples show that the results obtained are satisfactory.

Key words Measuremental links selection, implicit enumeration method.