

# 关于模型降阶的一些试验结果

吴受章 方钟平

(西安交通大学)

## 摘 要

把几种具有较高逼近精度的频域降阶模型用于控制系统设计,给出设计后的仿真结果.说明不仅应研究如何提高逼近精度,而且应研究降阶设计方法.

**关键词**——模型降阶,降阶设计方法,仿真.

## 一、引 言

采用降阶模型,是解决高阶控制系统分析与设计的途径之一.经过人们的不懈努力,降阶新方法层出不穷,而且,各自以“优良的逼近精度”竞相争比.在这种态势下,往往给人以一种错觉,以为“高逼近精度”是降阶的最终目的,而忘却了甚至连降阶模型本身都只是解决高阶控制系统分析和设计的手段.

本文把几种具有较高逼近精度的频域降阶模型用于控制系统设计,给出设计后的计算机仿真结果.以高精度的降阶模型设计不出令人满意的控制系统(甚或屡遭失败)为事由,借此说明,不仅应研究如何提高逼近精度,而且应研究降阶设计方法.

## 二、试验研究与分析

本文以串联校正网络的设计为例.图1表示试验系统的结构图, $P(s)$ 为原系统的开环传递函数, $\Gamma(s)$ 为 $P(s)$ 的降阶模型.图1(c)表示根据 $\Gamma(s)$ 设计串联校正网络 $G(s)$ ,设计方法采用二阶系统最优设计.图1(d)表示 $G(s)$ 用于原系统.

以下取四种具有代表性的 $P(s)$ ,构造图1(d),分别求取阶跃响应.

$$(1) \quad P(s) = \frac{28s^3 + 496s^2 + 1800s + 2400}{2s^4 + 36s^3 + 204s^2 + 360s + 240} \quad (1)$$

由 M. F. Hutton 和 B. Friedland 的方法<sup>[1]</sup>得降阶模型(图2)

$$\Gamma(s) = \frac{30s + 4}{3s^2 + 6s + 4} \quad (2)$$

由钱钟韩等推荐的方法<sup>[2]</sup>得降阶模型

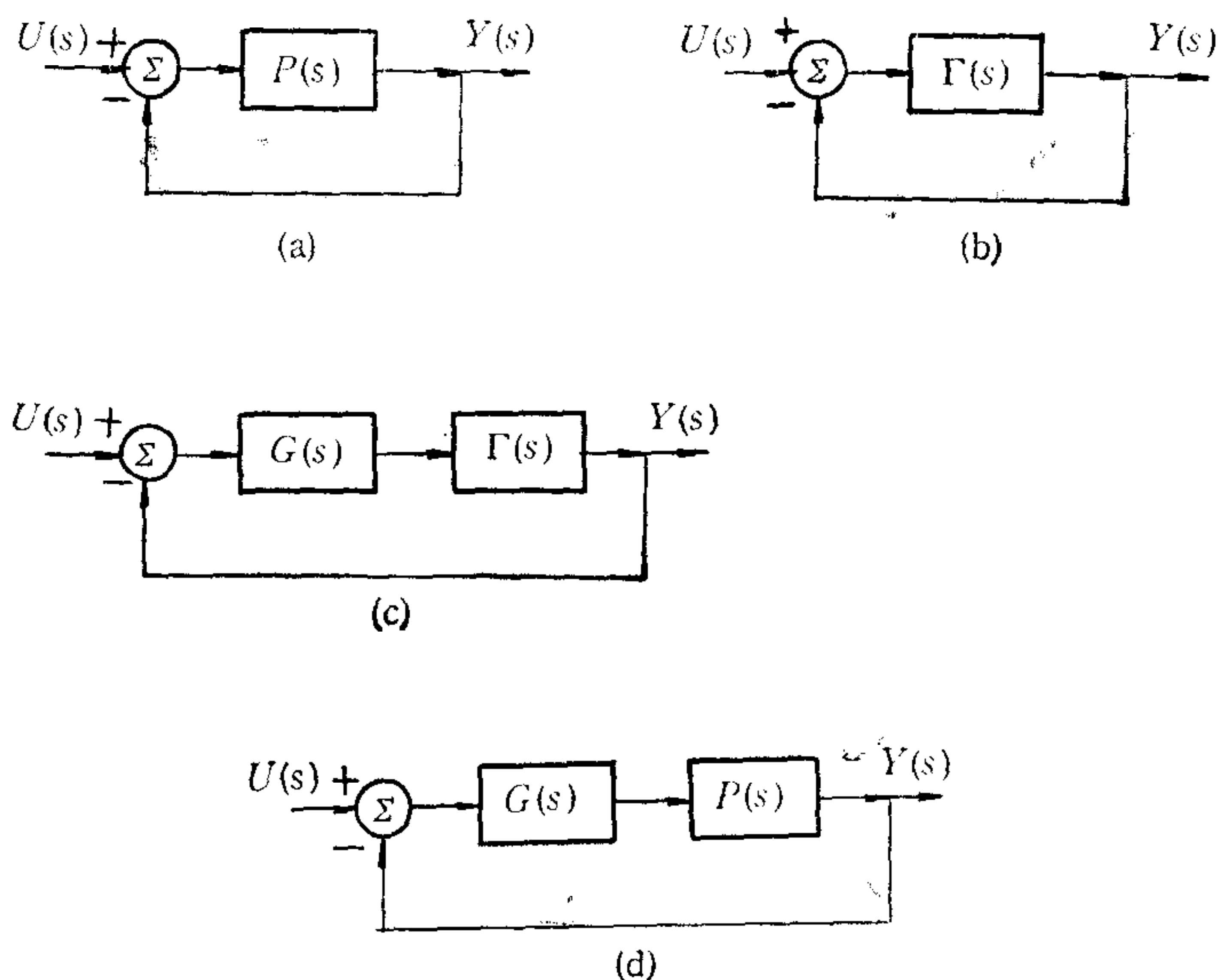
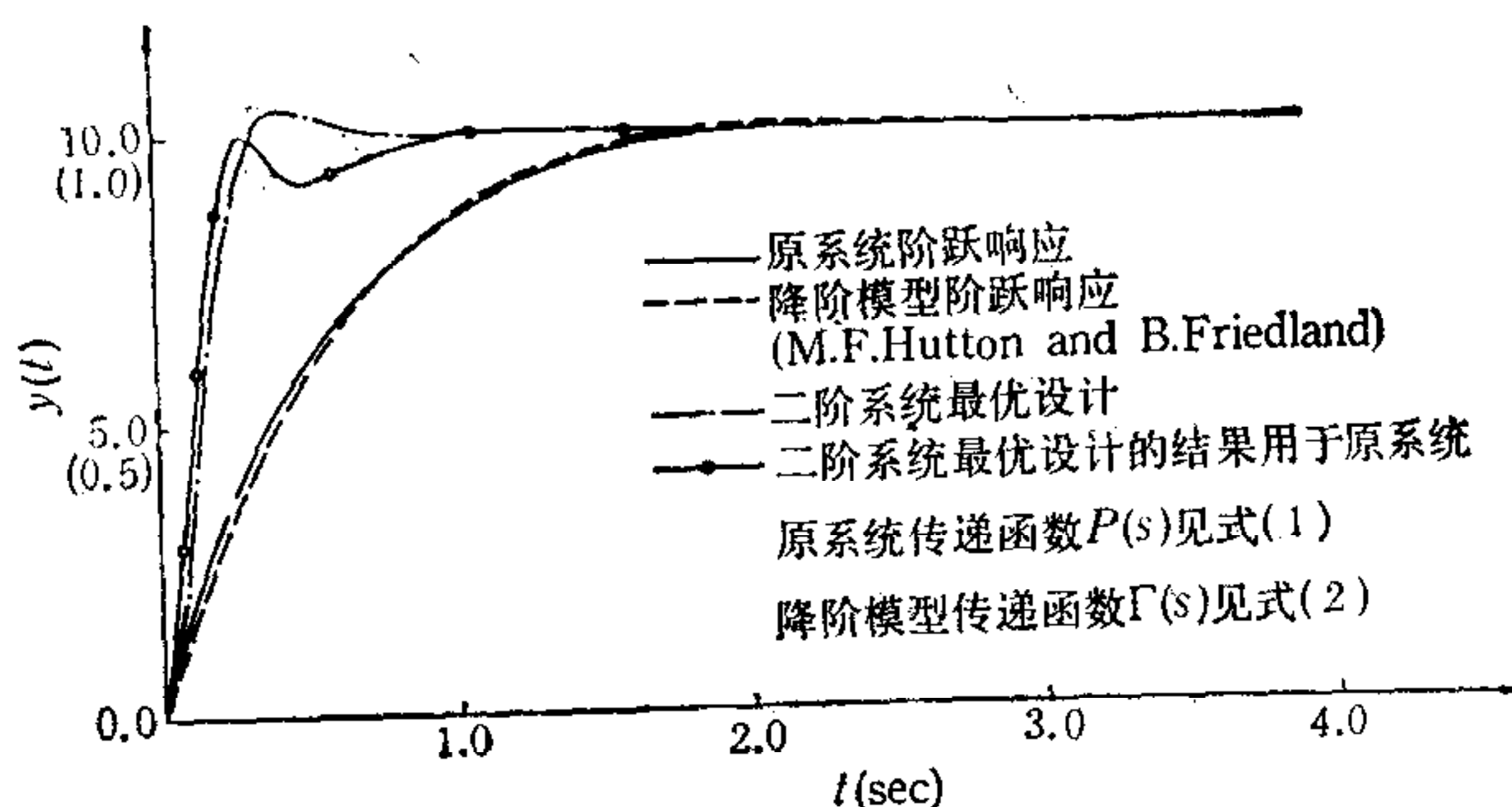


图 1



注：—、- -和—○—采用括号内纵坐标尺度  
(因限于篇幅,式(3)~(6)之曲线未画出)

图 2

$$\Gamma^{FF}(s) = \frac{12.256s + 10}{s^2 + 1.9756s + 1}, \tag{3}$$

$$\Gamma^{\omega_0}(s) = \frac{11.5485256s + 6.509}{s^2 + 1.64303846s + 0.6509}, \tag{4}$$

$$\Gamma^{\omega_c}(s) = \frac{14.9585s + 11.0558}{s^2 + 2.32504s + 1.10558}, \tag{5}$$

$$\Gamma^{\omega'_b}(s) = \frac{11.763892s + 6.286145}{s^2 + 1.64785s + 0.6286145}. \tag{6}$$

$$(2) \quad P(s) = (1441.53s^3 + 78319s^2 + 525286.125s + 607693.25) / (s^7 + 112.04s^6 + 3755.92s^5 + 39736.73s^4 + 362209.03s^3 + 681575.19s^2 + 158370.125s + 9804.125). \tag{7}$$

由 C. F. Chen 和 L. S. Shieh 的方法<sup>[3]</sup>得降阶模型(图 3)

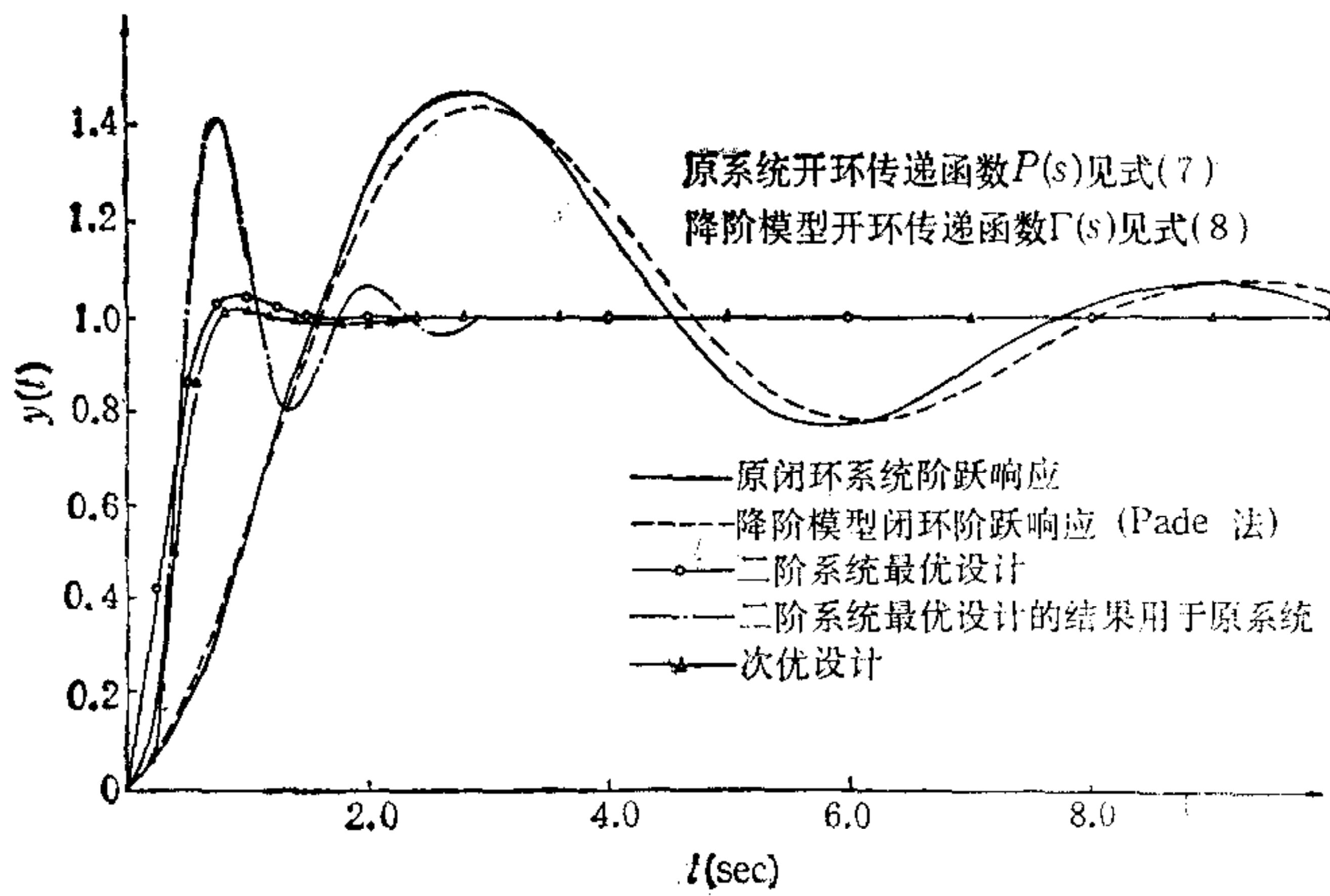


图 3

$$\Gamma(s) = \frac{0.250363312(s + 4.135050945)}{(s + 0.140651107)(s + 0.118749779)} \quad (8)$$

$$(3) \quad P(s) = [3375000(s + 0.08333)]/[s^7 + 83.64s^6 + 4097s^5 + 70342s^4 + 853703s^3 + 2814271s^2 + 3310875s + 281250]. \quad (9)$$

由 Y. Bistritz 和 G. Langholz 的方法<sup>[4]</sup>得降阶模型(图 4)

$$\Gamma(s) = \frac{2.1514(s + 0.0854)}{(s + 0.0943)(s + 1.9497)} \quad (10)$$

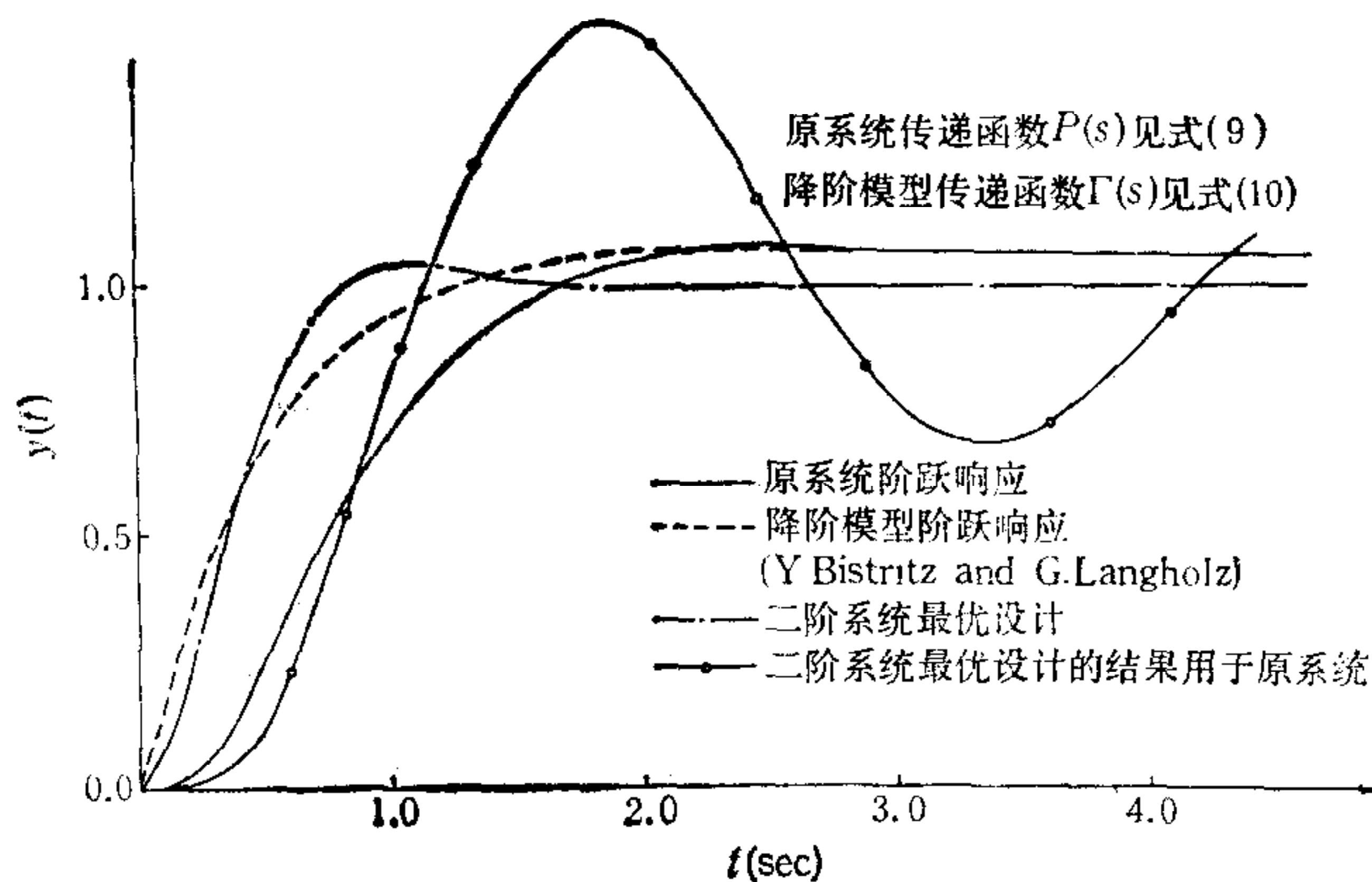
由 C. F. Chen 和 L. S. Shieh 的方法<sup>[3]</sup>得降阶模型

$$\Gamma(s) = \frac{9(0.1299s + 0.01105)}{s^2 + 1.464s + 0.0994} \quad (11)$$

由 J. H. Anderson 的方法<sup>[5]</sup>得降阶模型

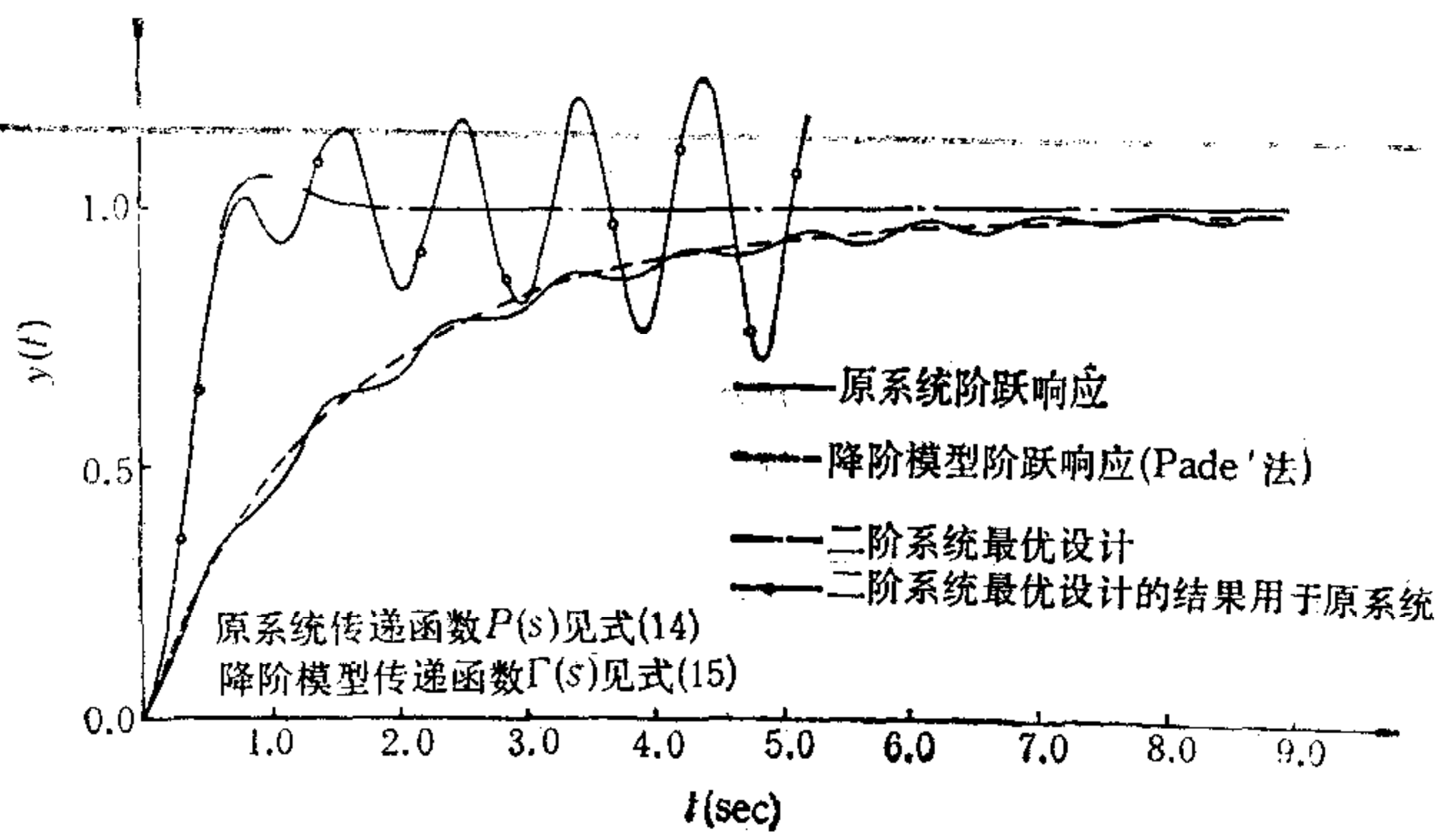
$$\Gamma(s) = \frac{2.7864}{s^2 + 1.9026s + 2.6879} \quad (12)$$

由 D. M. Fellows et al. 的方法<sup>[6]</sup>得降阶模型

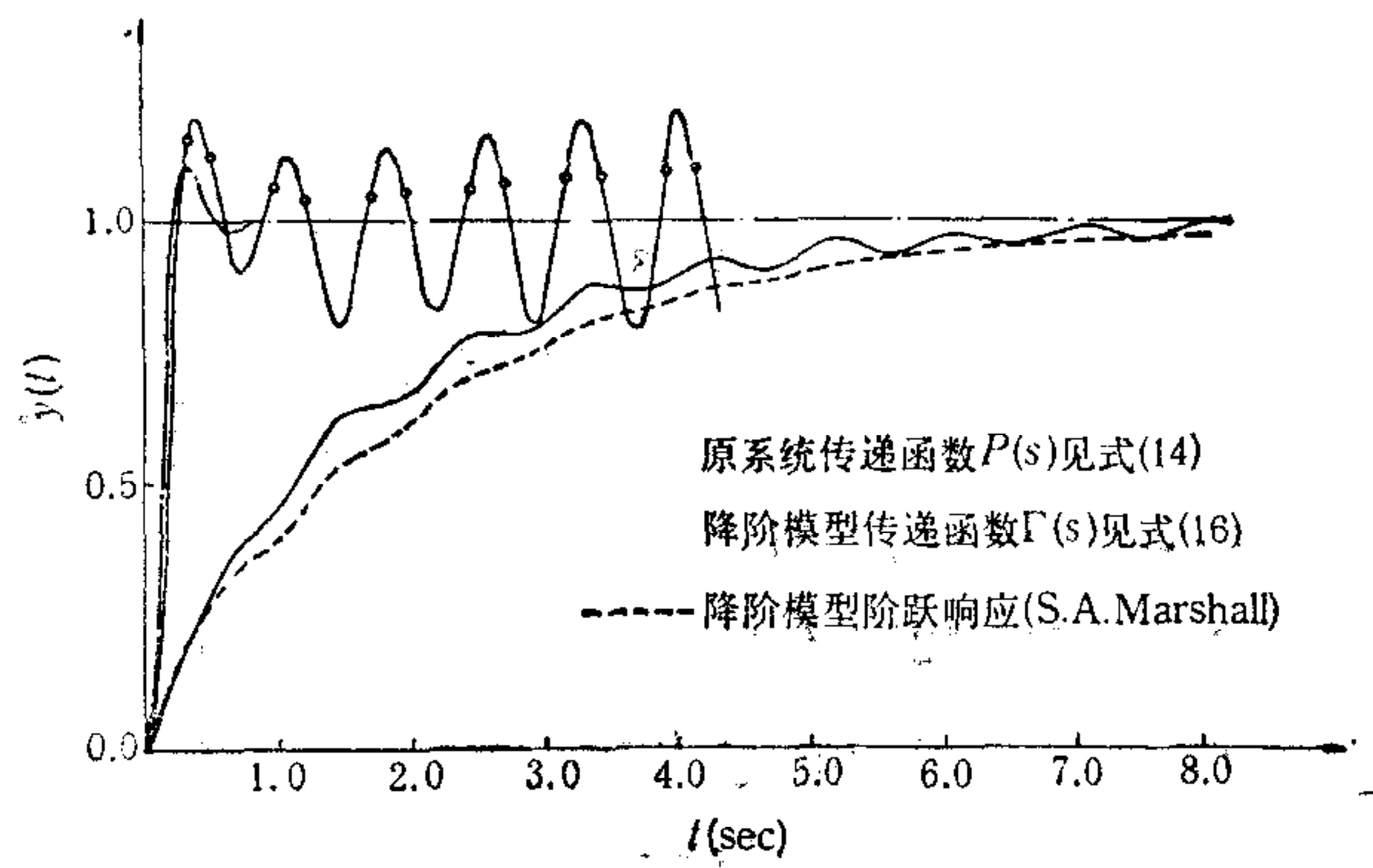


(因限于篇幅,式(11)~(13)之曲线未画出)

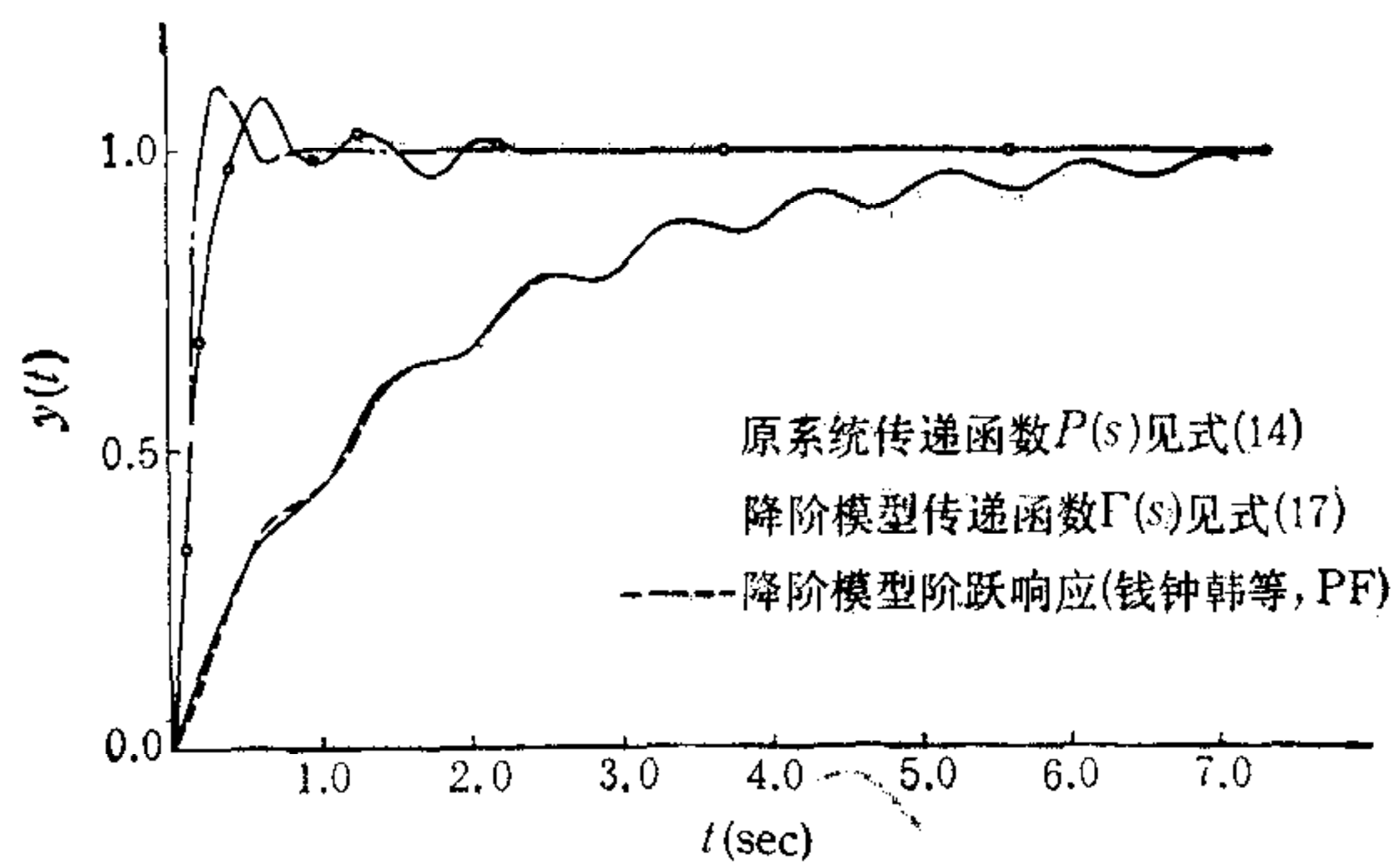
图 4



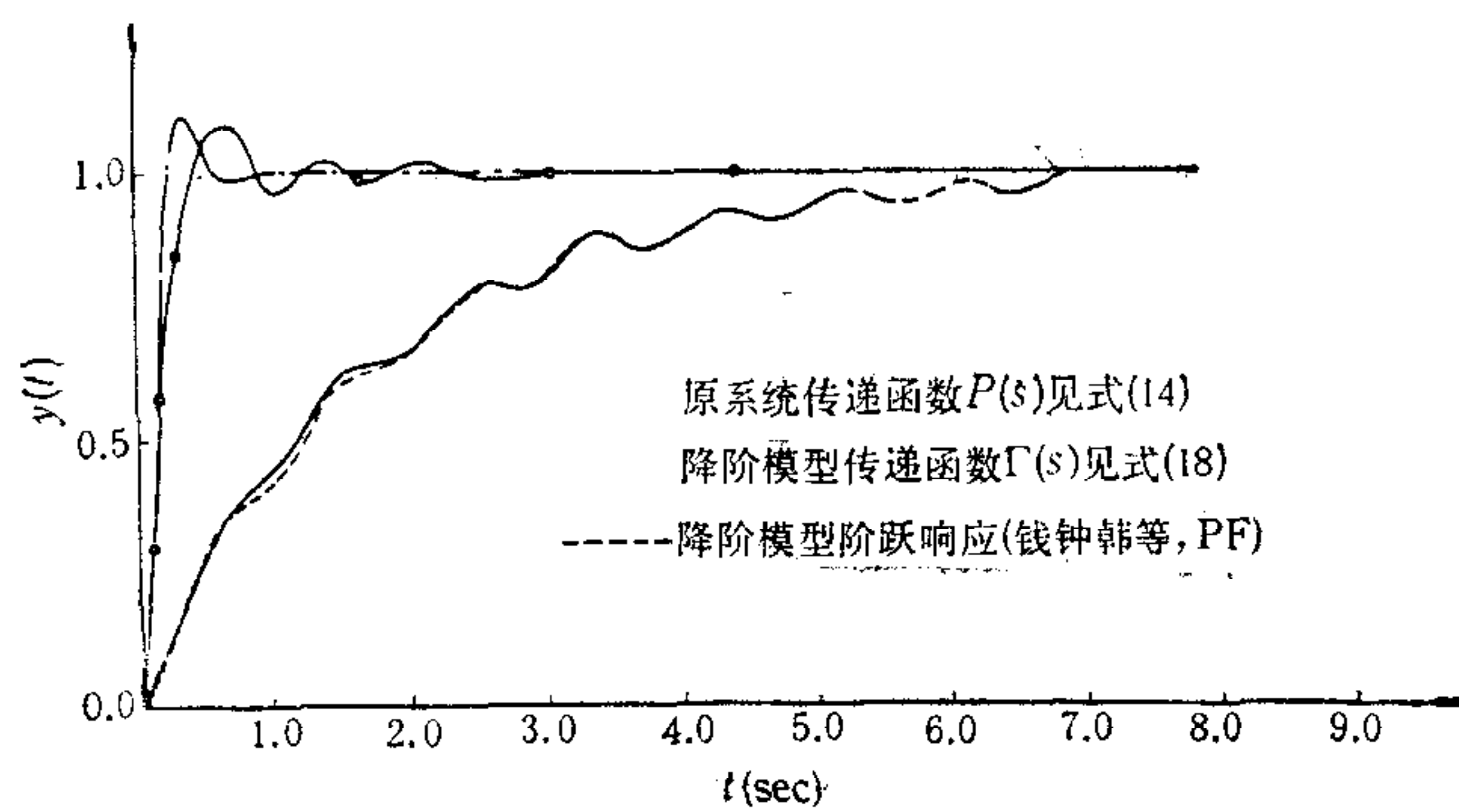
(a)



(b)



(c)



(d)

图 5

$$\Gamma(s) = \frac{1.8882}{s^2 + 1.6904s + 1.8879} \quad (13)$$

$$(4) \quad P(s) = (2.35225 \cdot 10^{-5}s^7 + 5.09439 \cdot 10^{-4}s^6 + 5.7487 \cdot 10^{-3}s^5 + 0.05409s^4 + 0.28667s^3 + 1.07502s^2 + 1.24359s + 1) / (2.648810 \cdot 10^{-5}s^8 + 8.05503 \cdot 10^{-4}s^7 + 9.49411 \cdot 10^{-3}s^6 + 0.077183s^5 + 0.47971s^4 + 1.78946s^3 + 4.5926s^2 + 3.95129s + 1). \quad (14)$$

由 Padé 法得降阶模型(图 5)

$$\Gamma(s) = \frac{0.13904s^3 + 1.01394s^2 + 2.24847s + 1}{0.19452s^4 + 1.53065s^3 + 4.53991s^2 + 3.95168s + 1} \quad (15)$$

由 S. A. Marshall 的方法<sup>[7]</sup>得降阶模型

$$\Gamma(s) = \frac{0.002667s^3 + 0.017839s^2 + 0.19583s + 1}{0.00199s^4 + 0.049395s^3 + 0.14746s^2 + 2.24069s + 1} \quad (16)$$

由钱钟韩等推荐的方法<sup>[2]</sup>得降阶模型

$$\Gamma^{PF}(s) = \frac{0.021583s^3 + 0.09375s^2 + 1.44148s + 1}{0.046867s^4 + 0.10041s^3 + 2.24169s^2 + 3.14920s + 1}, \quad (17)$$

$$\Gamma^{PF}(s) = \frac{0.01505s^2 + 0.06228s + 1}{0.03785s^3 + 0.04806s^2 + 1.77000s + 1} \quad (18)$$

由设计结果可看出:

1) 逼近精度高的降阶模型对控制系统设计是有益的。

2) 由微分方程解的唯一性定理所决定, 降阶模型与原系统之间始终存在误差, 这一误差在闭环系统的高增益与相移的作用下, 即使用高逼近精度的降阶模型, 也不能获得满意的控制系统。因此, 必须通过修正校正网络才能弥补不足。

3) 稳定的降阶模型用于控制系统设计, 并把设计所得的校正网络用于原系统, 未必得出稳定的闭环系统。因此, 以往仅提出“稳定的原系统应能得出稳定的降阶模型”是不够的, 尚应从反馈控制的角度提出稳定性要求。这也必须通过修正校正网络才能做到。

4) 在承认应该修正校正网络的前提下, 可以不必提出极为苛刻的高逼近精度的要求。特别注意的是: 式(18)的降阶模型逼近精度比式(17)差, 但从图 5(c) 和图 5(d) 看, 设计结果不相上下。

### 三、结 论

(1) 对于模型降阶, 不仅应研究如何提高逼近精度, 而且应研究降阶设计方法。对于降阶设计方法的研究工作已有报道<sup>[8]</sup>。

(2) 由于频率响应与过渡过程在时间上并无一一对应关系, 因此, 企图从一般频域理论去论证过渡过程曲线的细微差别, 始终没有取得成功。本文列举了以串联校正网络的设计的实例说明。对于并联校正网络的设计, 也有类似结论<sup>[8]</sup>。

## 参 考 文 献

- [1] Hutton, M. F. and Friedland, B., Routh Approximations for Reducing Order of Linear, Time-invariant Systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-20**(1975), 329—337.
- [2] 钱钟韩、周其鉴、胡锡恒, 模型降阶的机理探讨及几种新方法, *自动化学报*, **11**(1985), 44—52.
- [3] Chen, C. F. and Shieh, L. S., An Algebraic Method for Control System Design, *Int. J. Contr.*, **11**(1976), 717—739.
- [4] Bistritz, Y. and Langholz, G., Model Reduction by Chebyshev Polynomial Techniques, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-24**(1979), 741—746.
- [5] Anderson, J. H., Geometrical Approach to Reduction of Dynamical System, *Proc. IEE*, **114**(1967), 1014—1018.
- [6] Fellows, D. M., Sinha, N. K. and Wisnatch, J. C., Reduction of the Order of Dynamic Models, Faculty of Eng., McMaster Univ., Dec. 1974.
- [7] Marshall, S. A., The Design of Reduced Order Systems, *Int. J. Contr.*, **31**(1980), 667—690.
- [8] 吴受章, 采用降阶模型设计高阶控制系统, *信息与控制*, **13**(1984), No. 6, 27—31.

## SOME EXPERIMENTAL RESULTS FOR MODEL REDUCTION

WU SHOUZHANG    FANG ZHONGPING

(Xi'an Jiaotong University)

## ABSTRACT

In frequency domain some reduced models which have higher accuracy are used to design control systems. After that, a series of simulations are given. This paper suggests that one should study not only how to improve the accuracy but also the order reduced design methods.

**Key words** ——model reduction; order reduced design method; simulation.