第19卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 19, No. 5
1993 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1993

含时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪控制

倪茂林 谌 颖
(北京控制工程研究所，100080)

摘 要

本文就含时变不确定性的线性系统，研究了鲁棒跟踪控制器的设计问题. 文中利用 Riccati 方程，给出了使系统输出鲁棒跟踪某一动态输入的线性控制律，对于匹配系统，跟踪误差可以任意小，从而得到实际跟踪；对于不满足匹配条件的系统，若另外一些条件成立，则跟踪误差有界.

关键词: 不确定性，鲁棒控制，跟踪，控制系统设计.

一、引 言

对于线性定常系统，跟踪控制器的设计在70年代就已得到解决[1]. 然而在实际工程应用中，系统模型中常含有不确定性，这样按照系统标称参数设计的控制器可能达不到预期的性能. 因此，鲁棒跟踪控制以及与此相关的鲁棒稳定控制近年来得到了学者们的极大关注[2-7].

对于含有时不变不确定性的线性系统，文献[2,3]设计了鲁棒渐近跟踪控制器. 最近，文献[4]研究了含时变不确定性系统的鲁棒跟踪问题，但其中对系统不确定性做了很强的限制，其方法不能用于一般匹配系统[2,3,5]. 另外，文献[4]方法需要数值搜索，计算复杂，且对于标称非稳定系统需要预先设计稳定补偿器.

对于含有时变不确定性的线性系统，本文基于 Riccati 方程给出了一种设计鲁棒跟踪控制器的直接方法. 对于所有允许的参数变化，所设计系统的输出都鲁棒跟踪某一理想模型的输出，且对于匹配不确定系统，其跟踪误差为任意小. 文中还研究了不满足匹配条件的不确定系统.

二、问题描述与定义

考虑线性不确定系统

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A(r(t))]x(t) + [B + \Delta B(s(t))]u(t) + d(q(t)),$$

本文于1992年4月21日收到.

$$y(t) = Cx(t), \tag{2.1}$$

式中 $x(t) \in R^n$ 为状态变量，$u(t) \in R^m$ 为控制变量，$d(q(t)) \in R^n$ 为扰动向量，$y(t) \in R^p$ 为输出变量. 假定系统可变参数向量 $r(t)$,$s(t)$ 和 $q(t)$ 均为勒贝格可测的，且 $r(t) \in \Phi$，$s(t) \in \Psi$，$q(t) \in \Omega$，其中 Φ，Ψ 和 Ω 均为有界紧集. A、B 和 C 是系统的标称矩阵且 (A,B) 可控. 文中矩阵范数$\|M\|$定义为M的最大奇异值.

若存在连续矩阵函数 $D(*)$，$E(*)$ 和 $f(*)$ 满足条件

$$\Delta A(r) = BD(r), \ \forall r \in \Phi, \tag{2.2a}$$

$$\Delta B(s) = BE(s), \ 2I + E(s) + E'(s) > 0, \ \forall s \in \Psi, \tag{2.2b}$$

$$d(q) = Bf(q), \ \forall q \in \Omega, \tag{2.2c}$$

则称不确定系统(2.1)是匹配的[4,5].

本文的目的是，对于系统(2.1)设计一个线性定常控制器，使系统输出 $y(t)$ 鲁棒跟踪参考输入 $y_m(t)$，这里 $y_m(t)$ 是下面参考模型的输出

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t), \ y_m(t) = C_m x_m(t), \tag{2.3}$$

式中 $x_m(t)$ 是 n_m 维变量，$y_m(t)$ 与 $y(t)$ 同维，且假定系统(2.3)状态有界，即存在一个足够大的正数N满足

$$\|x_m(t)\| \leqslant N, \ \forall t \geqslant 0. \tag{2.4}$$

应该指出，由于系统不确定性为时变的，一般不能得到渐近跟踪[4]，这里“鲁棒跟踪”的意义在于跟踪误差有界. 另外，对于一个借助前馈控制能被跟踪的模型(2.3)，必然存在矩阵 $G \in R^{n\times n_m}$ 和 $H \in R^{m\times n_m}$ 满足方程[4]

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GA_m \\ C_m \end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

为了对跟踪特性进行描述，下面引入两个定义[4]:

定义 2.1 给定 $\varepsilon > 0$，若系统(2.1)中存在一个线性控制律 $u(*)$ 使得下面条件成立：对于所有 $x_0 \in R^n$，$r(t) \in \Phi$，$s(t) \in \Psi$，$q(t) \in \Omega$，存在一个有限时间 T，当 $t > T$ 时跟踪误差 $e(t) \triangleq y(t) - y_m(t)$ 总属于有界集合 E_ε，其中 $E_\varepsilon = \{e: \|e\| \leqslant \varepsilon\}$，则称系统(2.1)可以 ε 跟踪模型(2.3)的输出 $y_m(t)$，其跟踪误差上界为 ε.

定义 2.2 如果对于任意给定的 $\varepsilon > 0$，系统(2.1)均可 ε 跟踪 $y_m(t)$，则称系统(2.1)可以实际跟踪 $y_m(t)$.

三、预 备 定 理

引理 3.1 假定 Riccati 方程

$$A'P + PA - PM_1P + Q = 0, \ M_1 \geqslant 0, \tag{3.1}$$

存在一个解 $P_1 \geqslant 0$，若 (Q,A) 可检测，(A,M_2) 可稳定且 $M_2 \leqslant M_1$，则方程

$$A'P + PA - PM_2P + Q = 0, \ M_2 \geqslant 0 \tag{3.2}$$

的最大解 $P_2 \geqslant P_1$.

引理 3.2 假定 (A,B) 可稳定，(Q_1, A) 和 (Q_2, A) 均可观测，$P_1 > 0$，$P_2 > 0$ 分别为下面两个 Riccati 方程的解

$$A'P + PA - PBR^{-1}B'P + Q_1 = 0,\ R > 0,\ Q_1 \geqslant 0, \tag{3.3}$$

$$A'P + PA - PBR^{-1}B'P + Q_2 = 0,\ R > 0,\ Q_2 \geqslant 0, \tag{3.4}$$

进而设 $\lambda_i(P_1)$，$\lambda_i(P_2)$，$\lambda_i(Q_1)$ 和 $\lambda_i(Q_2)(i = 1, \cdots, n)$ 分别为 P_1, P_2, Q_1 和 Q_2 的特征值且从小到大依次排列。若 $Q_2 = \eta Q_1, \eta \geqslant 1$，则有

$$\lambda_i(Q_1)/\lambda_j(P_1) \leqslant \lambda_i(Q_2)/\lambda_j(P_2),\ i, j = 1, \cdots, n. \tag{3.5}$$

四、匹 配 系 统

定理 4.1　对于系统(2.1)，假定不确定性满足匹配条件(2.2)，且存在一个标量 $\delta > 0$ 满足

$$2I + E(\boldsymbol{s}) + E'(\boldsymbol{s}) \geqslant \delta I,\ \forall \boldsymbol{s} \in \Psi, \tag{4.1}$$

若系统输出维数 p 不大于输入维数 m，且被跟踪模型(2.3)能使方程(2.5)有解，则对于任意给定正数 ε_0，总存在一个线性控制律

$$\boldsymbol{u}(t) = K\boldsymbol{x}(t) + (H - KG)\boldsymbol{x}_m(t),\ K = -\gamma B'P, \tag{4.2}$$

使系统(2.1) ε_0 跟踪模型(2.3)的输出 $\boldsymbol{y}_m(t)$，即系统(2.1)可以实际跟踪 $\boldsymbol{y}_m(t)$，其中 G, H 可解方程(2.5)得到[4]，$P > 0$ 是 Riccati 方程

$$A'P + PA - \xi PBB'P + Q = 0 \tag{4.3}$$

的最大解，(4.2)，(4.3)式中的参数可按下面两种方法选取：

1) 取　$\gamma > 2/\delta$，$\xi = \gamma\delta - 2$，$Q > [D(\boldsymbol{r})]'D(\boldsymbol{r})$，$\forall \boldsymbol{r} \in \Phi$，　(4.4)

且 Q 足够大(可取 Q 为单位阵的倍数)。

2) 当 $\delta > 1$ 时，可取

$$\gamma > 1/(\delta - 1),\ \xi = \gamma(\delta - 1) - 1,\ Q > [D(\boldsymbol{r})]'D(\boldsymbol{r}),\ \forall \boldsymbol{r} \in \Phi, \tag{4.5}$$

且 Q 足够大。

证．引入变量 $\boldsymbol{z}(t) \triangleq \boldsymbol{x}(t) - G\boldsymbol{x}_m(t)$，$\boldsymbol{v}(t) \triangleq \boldsymbol{u}(t) - H\boldsymbol{x}_m(t)$，由(2.1)—(2.5)式得误差方程

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t) = [A + \Delta A(\boldsymbol{r})]\boldsymbol{z}(t) + [B + \Delta B(\boldsymbol{s})]\boldsymbol{v}(t) + g(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{x}_m), \tag{4.6}$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{x}_m) &\triangleq [\Delta A(\boldsymbol{r})G + \Delta B(\boldsymbol{s})H]\boldsymbol{x}_m(t) + \boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}) \\ &= B[(DG + EH)\boldsymbol{x}_m + f(\boldsymbol{q})] \triangleq BF(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{x}_m). \end{aligned} \tag{4.7}$$

显然系统(4.6)也满足匹配条件(2.2)。在控制(4.2)作用下，(4.6)式可写为

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t) = (A + BD - \gamma BB'P - \gamma BEB'P)\boldsymbol{z}(t) + BF. \tag{4.8}$$

构造正定函数 $V(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{z}'P\boldsymbol{z}$，沿(4.8)式的轨线对于时间 t 的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{z}'[&A'P + PA + PBD + D'B'P - 2\gamma PBB'P \\ &- \gamma PB(E + E')B'P]\boldsymbol{z} + 2\boldsymbol{z}'PBF. \end{aligned} \tag{4.9}$$

考虑到不等式

$$PBD + D'B'P \leqslant PBB'P + D'D, \tag{4.10}$$

及(4.1)，(4.3)式，由(4.9)式得

$$\dot{V}(\boldsymbol{z}) \leqslant \boldsymbol{z}'[(-Q + D'D) + (\xi + 1 - \gamma\delta)PBB'P]\boldsymbol{z} + 2\boldsymbol{z}'PBF. \tag{4.11}$$

1) 取 $\gamma > 2/\delta$, $\xi = \gamma\delta - 2$ 时,由于

$$2\boldsymbol{z}'PBF \leqslant \boldsymbol{z}'PBB'P\boldsymbol{z} + F'F \leqslant \boldsymbol{z}'PBB'P\boldsymbol{z} + \bar{F}^2, \tag{4.12}$$

其中

$$\bar{F} \triangleq \max\{\|F(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s},\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_m)\|: \boldsymbol{r}(t)\in\Phi,\ \boldsymbol{s}(t)\in\Psi,\ \boldsymbol{q}(t)\in\Omega,\ \|\boldsymbol{x}_m\|\leqslant N\}, \tag{4.13}$$

则由(4.11)式得

$$\dot{V}(\boldsymbol{z}) \leqslant -\boldsymbol{z}'L\boldsymbol{z} + \bar{F}^2,\ L = Q - D'D. \tag{4.14}$$

利用文献[7]的方法可以证明,在控制(4.2)式作用下误差方程(4.6)可以 α 稳定,其稳定半径为[4]

$$\alpha = \bar{F}(\sigma_P/\underline{\lambda}_L)^{1/2}, \tag{4.15a}$$

其中

$$\underline{\lambda}(*)\triangleq\lambda_{\min}(*),\ \bar{\lambda}(*)\triangleq\lambda_{\max}(*),\ \sigma_P\triangleq\bar{\lambda}(P)/\underline{\lambda}(P),$$

$$\underline{\lambda}_L\triangleq\min\{\underline{\lambda}[L(\boldsymbol{r})],\boldsymbol{r}\in\Phi\}. \tag{4.15b}$$

进而可知跟踪误差上界为[4]

$$\varepsilon = \|C\|\bar{F}(\sigma_P/\underline{\lambda}_L)^{1/2}. \tag{4.15c}$$

令 $\lambda_o\triangleq\max\{\bar{\lambda}(D'D):\boldsymbol{r}\in\Phi\}$, 由于 $Q > D'D \geqslant 0$, 有

$$\lambda_{\min}(Q - D'D) \geqslant \underline{\lambda}(Q) - \bar{\lambda}(D'D), \tag{4.16}$$

$$\underline{\lambda}_L = \min\{\lambda_{\min}(Q - D'D):\boldsymbol{r}\in\Phi\} \geqslant \lambda_{\min}(Q) - \lambda_o. \tag{4.17}$$

若选取 $Q > 0$ 足够大,使得 $\lambda_{\min}(Q) > \lambda_o$, 则

$$\begin{aligned}\sigma_P/\underline{\lambda}_L &\leqslant \sigma_P/[\lambda_{\min}(Q) - \lambda_o] \\ &= [\lambda_{\min}(P)]^{-1}[\lambda_{\min}(Q)/\lambda_{\max}(P) - \lambda_o/\lambda_{\max}(P)]^{-1}.\end{aligned} \tag{4.18}$$

由引理 3.2 和文献[8]可知, 随着 Q 线性增大, $\lambda_{\min}(Q)/\lambda_{\max}(P)$ 单调非减, 而 $\lambda_{\min}(P)$ 和 $\lambda_{\max}(P)$ 单调增大, 因此由(4.18)式可知, 只要选取 $Q > 0$ 足够大, 总可使(4.15c) 式中 $\varepsilon \leqslant \varepsilon_o$. 考虑到 ε_o 的任意性, 易知系统(2.1)可以实际跟踪模型(2.3).

2) 当 $\delta > 1$ 且取 $\xi = \gamma(\delta - 1) - 1$ 时,由于

$$2\boldsymbol{z}'PBF \leqslant \gamma\boldsymbol{z}'PBB'P\boldsymbol{z} + \bar{F}^2/\gamma, \tag{4.19}$$

其中 $\bar{F}$ 定义与(4.13)式相同,则由(4.11)式可得

$$\dot{V}(\boldsymbol{z}) \leqslant -\boldsymbol{z}'L\boldsymbol{z} + \bar{F}^2/\gamma,\ L = Q - D'D. \tag{4.20}$$

其余证明与 1) 类似,且跟踪误差上界为

$$\varepsilon = \|C\|\bar{F}[\sigma_P/(\gamma\underline{\lambda}_L)]^{1/2}. \tag{4.21}$$

五、不匹配系统

若系统(2.1)的不确定性不满足匹配条件(2.2),但满足一个范围很广的"秩1"条件,即

$$\Delta A(\boldsymbol{r}(t)) = \sum_{i=1}^{k} A_i r_i(t);\ A_i = d_i e_i',\ |r_i| \leqslant \bar{r}, \forall i, \tag{5.1}$$

$$\Delta B(\boldsymbol{s}(t)) = \sum_{i=1}^{l} B_i s_i(t);\ B_i = f_i h_i',\ |s_i| \leqslant \bar{s}, \forall i, \tag{5.2}$$

记

$$M_d=\bar{r}\sum_{i=1}^{k}d_id'_i,\quad M_e=\bar{r}\sum_{i=1}^{k}e_ie'_i,\quad M_f=\bar{s}\sum_{i=1}^{l}f_if'_i,\quad M_h=\bar{s}\sum_{i=1}^{l}h_ih'_i,\tag{5.3}$$

则有如下结果：

定理 5.1. 对于系统(2.1)，假定不确定性满足"秩1"条件(5.1)—(5.3)，若选取模型(2.3)使方程(2.5)的解 G,H 存在，且 Riccati 方程

$$\begin{aligned}&A'P+PA-P[\gamma B(2I-\gamma M_h)B'-M_d-M_f-I]P\\&\quad+M_e+Q/\eta^2=0,\end{aligned}\tag{5.4}$$

存在一个正定解 P，其中 γ 和 η 为可选择的正数，则控制律

$$\boldsymbol{u}(t)=K\boldsymbol{x}(t)+(H-KG)\boldsymbol{x}_m(t),\ K=-\gamma B'P,\tag{5.5}$$

可使系统(2.1) ε 跟踪模型(2.3)的输出 $\boldsymbol{y}_m(t)$，且

$$\varepsilon=\|C\|\eta\bar{g}[\sigma_P/\underline{\lambda}(Q)]^{1/2}.\tag{5.6}$$

式中

$$\bar{g}\triangleq\max\{\|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s},\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_m)\|:\boldsymbol{r}(t)\in\Phi,\ \boldsymbol{s}(t)\in\Psi,\boldsymbol{q}(t)\in\Omega,\ \|\boldsymbol{x}_m\|\leqslant N\},\tag{5.7}$$

其中 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s},\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_m)$ 为(4.6)式中的扰动向量.

证. 在控制(5.5)作用下，(4.6)式可写为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{z}}(t)=&\left[A+\sum_{i=1}^{k}A_ir_i-\gamma BB'P-\gamma\sum_{i=1}^{l}B_is_iB'P\right]\boldsymbol{z}(t)\\&+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s},\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}_m),\end{aligned}\tag{5.8}$$

构造函数 $V(\boldsymbol{z})=\boldsymbol{z}'P\boldsymbol{z}$，沿(5.8)式的轨线 $V(\boldsymbol{z})$ 对于时间 t 的导数

$$\begin{aligned}\dot{V}(\boldsymbol{z})=\boldsymbol{z}'&\left[A'P+PA+2P\sum_{i=1}^{k}A_ir_i-2\gamma PBB'P\right.\\&\left.-2\gamma P\sum_{i=1}^{l}B_is_iB'P\right]\boldsymbol{z}+2\boldsymbol{z}'P\boldsymbol{g}.\end{aligned}\tag{5.9}$$

考虑到[7]

$$2\boldsymbol{z}'P\sum_{i=1}^{k}A_ir_i\boldsymbol{z}\leqslant\boldsymbol{z}'PM_dP\boldsymbol{z}+\boldsymbol{z}'M_e\boldsymbol{z},\tag{5.10}$$

$$-2\gamma\boldsymbol{z}'P\sum_{i=1}^{l}B_is_iB'P\boldsymbol{z}\leqslant\boldsymbol{z}'PM_fP\boldsymbol{z}+\gamma^2\boldsymbol{z}'PBM_hB'P\boldsymbol{z},\tag{5.11}$$

$$2\boldsymbol{z}'P\boldsymbol{g}\leqslant\boldsymbol{z}'PP\boldsymbol{z}+\bar{g}^2\tag{5.12}$$

及(5.4)式，由(5.9)式得

$$\dot{V}(\boldsymbol{z})\leqslant\boldsymbol{z}'(-Q/\eta^2)\boldsymbol{z}+\bar{g}^2.\tag{5.13}$$

与定理 4.1 类似可以证明，在控制(5.5)作用下系统可以 ε 跟踪模型，其跟踪误差上界由(5.6)式给出.

六、设 计 实 例

1) 考虑不确定系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[1+\boldsymbol{r}(t)]\boldsymbol{x}(t)+[1+\boldsymbol{s}(t)]\boldsymbol{u}(t),\quad\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{x}(t).$$

不确定性满足 $|\boldsymbol{r}(t)|\leqslant 0.5$，$|\boldsymbol{s}(t)|\leqslant 0.5$. 跟踪的模型为

$$\dot{x}_m(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}x_m(t),\quad y_m(t)=[10]x_m(t).$$

其中当 $t\geqslant 0$ 时，$\|x_m(t)\|\leqslant 1$，要求跟踪误差不大于 0.1。

系统满足匹配条件，解方程(2.5)得 $G=[1\quad 0]$，$H=[-1\quad 1]$．进而由 (4.7)，(4.13) 式，得 $\bar{F}=0.5\|G-H\|=1.118$。

取 $\delta=1$，$\gamma=4.25$，$\xi=2.25$，$Q=125.25$，由定理 4.1 的方法 1 得鲁棒跟踪控制(4.2)为

$$u(t)=-33.65x(t)+[32.65\ \ 1]x_m(t),$$

由(4.15)式可知跟踪误差上界 $\varepsilon=0.1$，满足指标要求。

应该指出，考虑到系统的不确定性，文献[2,3,4]中的方法在此均不能应用。

2）某系统可用(2.1)式描述，其中

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix},\ \Delta A=\begin{bmatrix}r & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ \Delta B=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix},$$

$$d=[0\ 0]',\quad C=[1\ 0].$$

系统不确定参数 r 满足 $|r|\leqslant 0.1$，欲跟踪的模型为

$$\dot{x}_m(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -0.5\end{bmatrix}x_m(t),\quad y_m(t)=[1\quad 0]x_m(t),$$

其中当 $t\geqslant 0$ 时，$\|x_m(t)\|\leqslant 1$。

易知系统满足“秩1”条件而不满足匹配条件，由于

$$G=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix},\ H=[-4\quad 0.5],\ \bar{g}=0.1.$$

根据定理 5.1，取 $M_d=M_e=\mathrm{diag}(0.1,0)$，$M_f=\mathrm{diag}(0,0)$，$M_h=0$，$Q=\mathrm{diag}(1,1)$，$\gamma=8$，$\eta=0.83$，则鲁棒控制(5.5)为

$$u(t)=[-3.2551\quad -3.8086]x(t)+[3.0637\quad 4.3086]x_m(t),$$

由(5.6)式知跟踪误差上界 $\varepsilon=0.1814$。

文献[4]也讨论了此例，但为了使跟踪误差不大于 0.183，其控制需为

$$u(t)=[-10.335\quad -19.665]x(t)+[26.000\quad 20.165]x_m(t).$$

显然按本文方法设计的鲁棒控制器增益幅值较小，跟踪误差也较小。

对于含有时变不确定性的线性系统，本文给出了一种设计鲁棒跟踪控制器的新方法．与现有一些方法比较，这种方法具有如下特点：1）允许系统不确定性为时变的，也可以不满足匹配条件；2）允许控制矩阵中不确定性有较大的变化范围；3）不需要预先设计稳定补偿器和数值搜索，计算简单；4）设计实例表明，所设计的控制器增益幅值较小，工程实现方便，而且跟踪误差也较小。

致谢　本文工作得到杨嘉墀、黄琳教授和吴宏鑫、王恩平研究员的指导，在此深表感谢！

参　考　文　献

[1] Wonham, W. M., Linear Multivariable Control: A Geometric Approach, Springer, Berlin, 1979.
[2] Schmitendorf, W. E. and Barmish, B. R., Robust Asymptotic Tracking for Linear Systems wi-

th Unknown Parameters, *Automatica*, **22** (1986), 355—360.

[3] Schmitendorf, W. E., Methods for Obtaining Robust Tracking Control Laws, *Automatica*, **23**(1987), 675—677.

[4] Hopp, T. H. and Schmitendorf, W. E., Design of a Linear Controller for Robust Tracking and Model Following, ASME J. of Dynamic Sys., *Meas. and Control*, **112**(1990), 552—558.

[5] Jabbari, F. and Schmitendorf, W. E., A Noniterative Method for the Design of Linear Robust Controllers, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 35(1990), 954—957.

[6] 倪茂林，吴宏鑫，线性不确定系统的鲁棒稳定控制器设计，自动化学报，**18** (1992)，581—585.

[7] Schmitendorf, W. E., Stabilizing Controllers for Uncertain Linear Systems with Additive Disturbances, *Int. J. Control*, **47**(1988), 85—95.

[8] 须田信英著，曹长修译，自动控制中的矩阵理论，科学出版社，1979.

ROBUST TRACKING CONTROL FOR LINEAR SYSTEMS CONTAINING TIME-VARYING UNCERTAINTIES

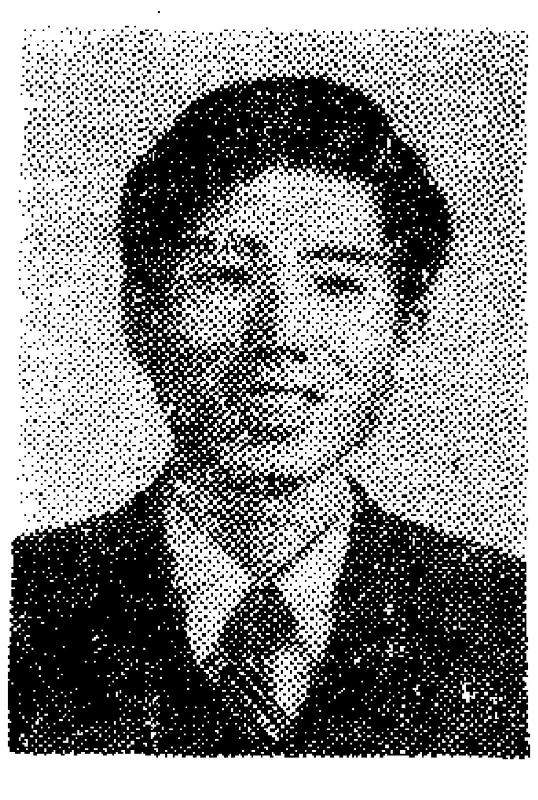
NI MAOLIN CHEN YING

(Beijing Institute of Control Engineering, 100080)

ABSTRACT

This paper is concerned with the problem of designing robust tracking controllers for the linear systems with time-varying uncertainties. Using Riccati equations, we derive a linear control law which produces robust tracking of dynamic inputs. In the matched system, the tracking error bound can be made arbitrarily small, and then a satisfactory practical tracking is achieved. I the mismatched system, with some other conditions holding, the tracking error can be made bounded.

Key words: Uncertainty; robust control; tracking; control system design.



倪茂林 1963年生于石家庄。1983年于河北机电学院自动化系获得学士学位，1983年6月—1986年9月在天津水泥工业设计研究院工作，1988年于哈尔滨工业大学控制工程系获得硕士学位，并被评为优秀毕业研究生，获《金盾奖》，1992年于中国空间技术研究院获得博士学位，同年获航空航天部青年优秀论文一等奖。现在北京控制工程研究所工作。目前研究兴趣为鲁棒控制、最优控制及航天动力学与控制。

谌 颖 1963年生于北京。1985年于清华大学应用数学系获得学士学位，1992年于哈尔滨工业大学航天工程与力学系获得博士学位。现在北京控制工程研究所工作。目前研究兴趣为最优控制、鲁棒控制、航天飞行器轨道力学与控制及交会对接技术。