第 32 卷 第 4 期 自 动 化 学 报 Vol. 32, No. 4
2006 年 7 月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 2006

基于 LMI 方法的保性能迭代学习算法设计[1)]

杨胜跃[1] 樊晓平[1] 年晓红[1] 瞿志华[1,2] 罗 安[3] 黄深喜[1]
[1](中南大学信息科学与工程学院 长沙 410075)
[2](美国中佛洛里达大学电子与计算机工程系 奥兰多 FL 32816, USA)
[3](湖南大学电气工程学院 长沙 410082)
(E-mail: yangsy@mail.csu.edu.cn)

摘 要 研究基于性能的迭代学习算法设计与优化问题. 首先定义了迭代域二次型性能函数, 然后针对线性离散系统给出了迭代域最优迭代学习算法; 基于线性矩阵不等式 (LMI) 方法, 针对不确定线性离散系统给出了保性能迭代学习算法及其优化方法. 对于这两类迭代学习算法, 只要调整性能函数中的权系数矩阵, 便可很好地调整迭代学习收敛速度. 另外, 保性能迭代学习算法设计及优化过程, 可利用 MATLAB 工具箱很方便地求解.

关键词 迭代学习控制, 保性能迭代学习算法, 二次型性能函数, 迭代域
中图分类号 TP391.4

Designing of Guaranteed Cost Iterative Learning Algorithms Based on LMI Method

YANG Sheng-Yue[1] FAN Xiao-Ping[1] NIAN Xiao-Hong[1] QU Zhi-Hua[1,2]
LUO An[3] HUANG Sheng-Xi[1]
[1](*School of Information Science & Engineering, Central South University, Changsha* 410075)
[2](*Department of Electrical and Computer Engineering, University of Central Florida, Orlando, FL* 32816, *USA*)
[3](*School of Electric Engineering, Hunan University, Changsha* 410082)
(E-mail: yangsy@mail.csu.edu.cn)

Abstract Performance function based iterative learning algorithms are investigated in this paper. At first, a linear quadratic performance function is defined in iteration domain, then an optimal iterative learning algorithm is presented for linear discrete-time systems, and a guaranteed cost iterative learning algorithm and its optimization are developed for linear discrete-time systems with uncertainties. In these algorithms, the convergence speed can be adjusted easily just by the parameters in the performance function, and the designing and optimization of the guaranteed cost iterative learning algorithm are linear matrix inequalities (LMI) based, so can be realized easily using Matlab Toolbox.

Key words Iterative learning control, guaranteed cost iterative learning algorithms, linear quadratic performance function, iteration domain

1 引言

1984 年, 日本学者 Arimoto 等人提出迭代学习控制理论, 并构造了 D 型迭代学习算法[1]. 随后学者们相继研究了 P 型、PD 型、PI 型及 PID 型学习算法 (可以将它们统称为

1) 国家自然科学基金项目 (69975003, 60474029) 及湖南省自然科学基金项目 (00JJY1009) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (69975003, 60474029), Natural Science Foundation of Hunan Province (00JJY1009)
收稿日期 2004-10-21 收修改稿日期 2006-2-25
Received October 21, 2004; in revised form February 25, 2006

PID 型学习算法). 除传统的 PID 型学习算法外，不少学者提出了带遗忘因子的 PID 型学习算法[2~4]，一定程度上加快了学习收敛速度；吴东南等人应用历史数据首次提出了高阶学习算法[5]；Sugie 等人提出了滤波器型学习算法[6]；Jayati Ghosh 等人给出基于输入输出模型伪逆的迭代学习新算法[7]. 近来，谢胜利等人首次引入向量图分析给出了新的学习算法，提高了收敛速度和学习精度[8,9].

尽管如此，大多算法都是基于轨迹跟踪目的 (迭代次数 $k\to\infty$ 时，实际输出趋近于期望输出) 而提出的. 近年来，一些学者[10~13] 尝试基于二次型性能函数

$$J=\sum_{i=0}^{N}\{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(i)Q\boldsymbol{e}(i)+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(i)R\boldsymbol{u}(i)\}\tag{1}$$

研究最优迭代学习算法的设计问题. 其中，时间序列 $i\in[0,N]$, $\boldsymbol{e}(i)=\boldsymbol{y}(i)-\boldsymbol{y}_d(i)$ 表示输出误差，$\boldsymbol{u}(i)$ 表示 i 时刻的控制输入，Q,R 为正定对称的权系数矩阵. 由于这类算法需要系统的模型信息，Phan 等人的做法是假定系统模型已知[10]；M. Norrlof 等人以模型标称值替代实际模型给出了次优解法[11,12]；而 Frueh 等人则引入辨识方法实现这类迭代学习算法的求解[13].

另外，一些文献[14~17] 基于性能函数

$$J_{k+1}=\sum_{i=0}^{N}\{\boldsymbol{e}_{k+1}^{\mathrm{T}}(i)Q\boldsymbol{e}_{k+1}(i)+[\boldsymbol{u}_{k+1}(i)-\boldsymbol{u}_k(i)]^{\mathrm{T}}R[\boldsymbol{u}_{k+1}(i)-\boldsymbol{u}_k(i)]\}\tag{2}$$

给出了另一类最优迭代学习算法，并对其收敛性、鲁棒性进行了分析.

本文基于全新的设计机理，从学习的整个过程来考虑迭代学习算法的最优化问题. 即以整个学习过程输出误差的最小化为目标，以控制增量的二次型作为罚函数，于是得到一类迭代域内二次型性能函数

$$J=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=0}^{N}\{\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}(i)Q\boldsymbol{e}_k(i)+[\boldsymbol{u}_{k+1}(i)-\boldsymbol{u}_k(i)]^{\mathrm{T}}R[\boldsymbol{u}_{k+1}(i)-\boldsymbol{u}_k(i)]\}\tag{3}$$

明显，当权系数 Q,R 取值一致时，性能 (3) 是每次迭代性能 (2) 的总和，因而基于 (3) 的学习算法在迭代域内是最优的，反过来也说明基于 (2) 的学习算法在迭代域内并非真正意义上的最优. 另外，基于如上三类性能函数进行设计，可以很方便地调节学习收敛速度，权系数 R 相对 Q 越小，收敛越快.

2　问题描述

本文研究基于新的性能函数 (3) 的迭代学习算法设计与优化问题. 现考虑一般形式的线性时变离散系统：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}(i+1)=A(i)\boldsymbol{x}(i)+B(i)\boldsymbol{u}(i),\ i\in[0,1,\cdots,N]\\&\boldsymbol{y}(i)=C(i)\boldsymbol{x}(i)+D(i)\boldsymbol{u}(i)\end{aligned}\tag{4}$$

式中，状态变量 $\boldsymbol{x}(i)\in R^n$; 输出变量 $\boldsymbol{y}(i)\in R^m$; 输入变量 $\boldsymbol{u}(i)\in R^r$; $A(i),B(i),C(i),D(i)$ 为相应维数的系数矩阵.

由 (4) 不难导出迭代域内误差模型

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}(0)=\tilde{\boldsymbol{y}}_k(0)+C(0)[\boldsymbol{x}_{k+1}(0)-\boldsymbol{x}_k(0)]+D(0)\tilde{\boldsymbol{u}}_k(0)\tag{5a}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}(i) =&\tilde{\boldsymbol{y}}_i(i) + C(i)\phi(i-1,0)[\boldsymbol{x}_{k+1}(0) - \boldsymbol{x}_k(0)]+\\ &C(i)\sum_{j=0}^{i-1}\varphi(i-1,j)\tilde{\boldsymbol{u}}_k(j) + D(i)\tilde{\boldsymbol{u}}_k(i),\ i \geqslant 1\end{aligned} \tag{5b}$$

其中, $\phi(i,j) = \begin{cases} \prod_{l=j}^{i} A(l), & j \leqslant i \\ 1, & j > i \end{cases}$, $\varphi(i,j) = \phi(i,j+1)B(j)$, $\tilde{\boldsymbol{u}}_k(i) = \boldsymbol{u}_{k+1}(i) - \boldsymbol{u}_k(i)$, $\tilde{\boldsymbol{x}}_k(i) = \boldsymbol{x}_k(i) - \boldsymbol{x}_d(i)$, $\tilde{\boldsymbol{y}}_k(i) = \boldsymbol{y}_k(i) - \boldsymbol{y}_d(i)$, $\boldsymbol{x}_d(i), \boldsymbol{y}_d(i)$ 分别表示 i 时刻系统状态与输出的期望值.

将误差模型 (5) 表示成批量形式

$$E_{k+1} = E_k + G\tilde{U}_k + \Lambda\omega_k \tag{6}$$

式中, $E_k^{\mathrm{T}} = [\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{\mathrm{T}}(0), \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{\mathrm{T}}(1), \cdots, \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{\mathrm{T}}(N)]$, $\tilde{U}_k^{\mathrm{T}} = [\tilde{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}}(0), \tilde{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}}(1), \cdots, \tilde{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}}(N)]$ 分别表示批量形式的输出误差及控制增量; $\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{x}_{k+1}^0 - \boldsymbol{x}_k^0$ 表示相邻两次迭代初始定位差;

$$G = \begin{bmatrix} D(0) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ C(1)\varphi(0,0) & D(1) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(N-1)\varphi(N-2,0) & C(N-1)\varphi(N-2,1) & \cdots & D(N-1) & 0 \\ C(N)\varphi(N-1,0) & C(N)\varphi(N-1,1) & \cdots & C(N)\varphi(N-1,N-1) & D(N) \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = [C(0), C(1)\phi^{\mathrm{T}}(0,0), C(2)\phi^{\mathrm{T}}(1,0), \cdots, C(N)\phi^{\mathrm{T}}(N-1,0)]^{\mathrm{T}}$$

同理可将性能函数 (3) 写成批量形式

$$J = \sum_{k=1}^{\infty}[E_k^{\mathrm{T}}QE_k + \tilde{U}_k^{\mathrm{T}}R\tilde{U}_k] \tag{7}$$

其中, $Q = \mathrm{diag}(Q, Q, \cdots, Q)$, $R = \mathrm{diag}(R, R, \cdots, R)$ 分别为 $N+1$ 项 Q 和 R 组成的分块对角矩阵, 同样也是正定对称的.

3 最优迭代学习算法设计

误差模型 (6) 具有与线性离散时间系统相同的结构形式, 借鉴最优控制相关成果. 容易得到基于性能函数 (7) 的最优迭代学习算法.

定理 1. 如果系统 $[I, G]$ 可控, 系统初始定位误差 $\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{x}_{k+1}^0 - \boldsymbol{x}_k^0 = \boldsymbol{0}$, 那么

$$\tilde{U}_k = KE_k = -(R + G^{\mathrm{T}}PG)^{-1}G^{\mathrm{T}}PE_k \tag{8}$$

为系统 (6) 的最优迭代学习算法, 且输出误差将收敛至零. 其中, P 是 Riccati 方程

$$PG(R + G^{\mathrm{T}}PG)^{-1}G^{\mathrm{T}}P - Q = 0 \tag{9}$$

的唯一正定对称解.

证明. 略 (类似于线性离散系统最优控制).

注 1. 如果初始定位误差 $\boldsymbol{\omega}_k \neq \boldsymbol{0}$, 此时最优迭代学习算法仍可直接利用后文的定理 1 进行设计, 不过由于初始定位误差的存在, 系统性能有所下降.

4 保性能迭代学习算法设计及优化

考虑系统不确定项，并假定初始定位误差 $\boldsymbol{\omega}_k = \mathbf{0}$, 批量形式误差模型可写为

$$E_{k+1} = E_k + (G + \Delta G)\tilde{U}_k \tag{10}$$

其中, ΔG 表示模型不确定项. 对于 (10), 借鉴时域相关成果[18,19], 本文首次研究具有保性能的迭代学习算法设计与优化问题.

假设 1. 模型不确定项 ΔG 具有如下结构

$$\Delta G = L\varXi M \tag{11}$$

其中, L, M 为已知常矩阵; $\varXi$ 为未知矩阵，满足

$$\varXi^{\mathrm{T}}\varXi \leqslant I \tag{12}$$

定义 1. 对于系统 (10) 和性能指标 (7), 若存在矩阵 K 和正定对称矩阵 P, 使得对所有非零的 E_k 满足

$$D_k^{\mathrm{T}}\{[I + GK + \Delta GK]^{\mathrm{T}}P[I + GK + \Delta GK] - P + Q + K^{\mathrm{T}}RK\}E_k < 0 \tag{13}$$

则 $\tilde{U}_k = KE_k$ 称为是系统 (11) 的一个具有性能矩阵 P 的保性能迭代学习算法. 保性能迭代学习算法和迭代域内二次镇定以及和闭环性能的关系由以下定理揭示.

定理 2. 若 $\tilde{U}_k = KE_k$ 是系统 (10) 基于性能指标 (7) 的具有性能矩阵 P 的保性能迭代学习算法，则 (10) 在迭代域内是二次稳定的，且相应的性能满足 $J < E_1^{\mathrm{T}}PE_1$. 其中 E_1 表示第 1 次迭代时的输出误差.

证明. 将 $\tilde{U}_k = KE_k$ 代入 (10) 得

$$E_{k+1} = [I + GK + \Delta GK]E_k \tag{14}$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_k = E_k^{\mathrm{T}}PE_k$$

结合 (14) 可得

$$V_{k+1} - V_k = E_k^{\mathrm{T}}[(I + GK + \Delta GK)^{\mathrm{T}}P(I + GK + \Delta GK) - P]E_k$$

根据 (13) 有

$$V_{k+1} - V_k < -E_k^{\mathrm{T}}[Q + K^{\mathrm{T}}RK]E_k$$

因而系统 (14) 或 (10) 在迭代域内是二次稳定的.

另外，根据 (13) 有

$$\begin{aligned} E_1^{\mathrm{T}}PE_1 = &-\sum_{k=1}^{\infty}(E_{k+1}^{\mathrm{T}}PE_{k+1} - E_k^{\mathrm{T}}PE_k) = \\ &-\sum_{k=1}^{\infty}\{[E_k + (G + \Delta G)\tilde{U}_k]^{\mathrm{T}}P[E_k + (G + \Delta G)\tilde{U}_k] - E_k^{\mathrm{T}}PE_k\} \end{aligned}$$

再由迭代学习算法 $\tilde{U}_k = KE_k$ 有

$$E_1^{\mathrm{T}}PE_1 = -\sum_{k=1}^{\infty} E_k^{\mathrm{T}}\{[I+GK+\Delta GK]^{\mathrm{T}}P[I+GK+\Delta GK]-P\}E_k$$

根据保性能迭代学习算法及性能函数的定义有

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} E_k^{\mathrm{T}}[Q+K^{\mathrm{T}}RK]E_k < E_1^{\mathrm{T}}PE_1$$

定理 2 得证. □

有了如上定义与定理，保性能迭代学习算法可由如下定理给出.

定理 3. $\tilde{U}_k = \Gamma PE_k$ 是系统 (10) 的保性能迭代学习算法，当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$, 矩阵 Γ 和对称正定矩阵 P 使得

$$\begin{bmatrix} \varepsilon LL^{\mathrm{T}} - P^{-1} & P^{-1}+G\Gamma & 0 & 0 & 0 \\ (P^{-1}+G\Gamma)^{\mathrm{T}} & -P^{-1} & (M\Gamma)^{\mathrm{T}} & P^{-1} & \Gamma^{\mathrm{T}} \\ 0 & M\Gamma & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ 0 & P^{-1} & 0 & -Q^{-1} & 0 \\ 0 & \Gamma & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{15}$$

证明. 根据定义 1, 当系统 (10) 存在保性能迭代学习算法 $\tilde{U}_k = KE_k$ 时

$$[I+GK+\Delta GK]^{\mathrm{T}}P[I+GK+\Delta GK]-P+Q+K^{\mathrm{T}}RK < 0 \tag{16}$$

由矩阵的 Schur 补性质[20], (16) 式等价于

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & I+GK+\Delta GK \\ [I+GK+\Delta GK]^{\mathrm{T}} & -P+[Q+K^{\mathrm{T}}RK] \end{bmatrix} < 0$$

对上式左乘和右乘

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & [I+GK+\Delta GK]P^{-1} \\ P^{-1}[I+GK+\Delta GK]^{\mathrm{T}} & -P^{-1}+P^{-1}[Q+K^{\mathrm{T}}RK]P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

选取

$$F = \begin{bmatrix} -P^{-1} & [I+GK]P^{-1} \\ P^{-1}[I+GK]^{\mathrm{T}} & -P^{-1}+P^{-1}[Q+K^{\mathrm{T}}RK]P^{-1} \end{bmatrix}$$

则 (17) 式可写为

$$F + \begin{bmatrix} 0 & \Delta GKP^{-1} \\ P^{-1}[\Delta GK]^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} < 0 \tag{18}$$

由假设 1,(18) 又可转化为

$$F + \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} \Xi [0 \quad MKP^{-1}] + [0 \quad MKP^{-1}]^{\mathrm{T}} \Xi^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} < 0 \tag{19}$$

因 $\Xi^{\mathrm{T}}\Xi < I$, 故存在常数 $\varepsilon > 0$ 使得

$$F + \varepsilon \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} [L^{\mathrm{T}} \quad 0] + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ P^{-1}K^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} [0 \quad MKP^{-1}] < 0 \tag{20}$$

经运算，并由 Schur 补性质， (20) 式等价于

$$\begin{bmatrix} \varepsilon LL^{\mathrm{T}}-P^{-1} & [I+GK]P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ P^{-1}[I+GK]^{\mathrm{T}} & -P^{-1} & P^{-1}K^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & P^{-1} & P^{-1}K^{\mathrm{T}} \\ 0 & MKP^{-1} & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ 0 & P^{-1} & 0 & -Q^{-1} & 0 \\ 0 & KP^{-1} & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

取 $K=\mathit{\Gamma} P$, 则 (21) 等价于 (15). 至此，定理 3 证明完毕. □

定理 3 给出的保性能迭代学习算法，一般情况下不具有唯一性，如下定理给出其最优化设计方法.

定理 4. 对于系统 (10), 如果以下优化问题

$$\min_{\varepsilon,\mathit{\Gamma},P}\ trace(P) \quad \text{约束条件 (15) 成立，且 } \varepsilon>0 \tag{22}$$

存在一个最优解 $(\tilde{\varepsilon},\tilde{P},\tilde{\mathit{\Gamma}})$. 那么，$\tilde{U}_k=\tilde{\mathit{\Gamma}}\tilde{P}E_k$ 就是系统 (10) 基于性能函数 (7) 的最优保性能迭代学习算法.

5 仿真实例

为了验证本文方法的有效性，选取如下离散系统作为仿真实例

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{x}(i+1)=a\boldsymbol{x}(i)+b\boldsymbol{u}(i),\ i=0,1,\cdots,20 \\ &\boldsymbol{y}(i)=c\boldsymbol{x}(i)+d\boldsymbol{u}(i) \end{aligned} \tag{23}$$

假设标称参数 $a^*=-0.8$, $b^*=0.5$, $c^*=1$, $d^*=2.5$, 系统初始状态 $\boldsymbol{x}(0)=200$, 期望输出 $\boldsymbol{y}_d(i)=i^2/100-i+200$. 考虑参数 d 的不确定性，设 $d\in[2.2,2.8]$. 由假设 1, (11) 式中参数可选取为 $L=0.3I$, $M=I$ (I 为 21×21 的单位矩阵). 取权系数矩阵 $Q=3I$, $R=I$ 根据定理 3 、定理 4 结论设计并优化迭代学习算法. 当 $\varepsilon=\tilde{\varepsilon}=4.8838\times 10^{-12}$ 时，可得到最优保性能迭代学习算法 $\tilde{U}_k=\tilde{\mathit{\Gamma}}\tilde{P}E_k$. 计算第次迭代时的累加性能函数

$$J_k=\sum_{l=1}^{k}[E_l^{\mathrm{T}}QE_l+\tilde{U}_l^{\mathrm{T}}R\tilde{U}_l] \tag{24}$$

和输出误差均方和 $E_k^{\mathrm{T}}E_k$(当 $k\to\infty$, (24) 等价于 (7)), 得到如图 1,2 所示的两者与迭代次数关系曲线. 可以看出系统在迭代域内具有非常好的收敛效果.

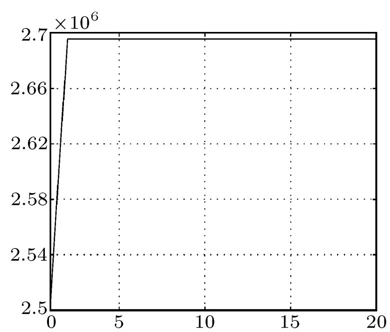

图 1 性能与迭代次数关系曲线

Fig. 1 Performance $vs.$ iteration trials

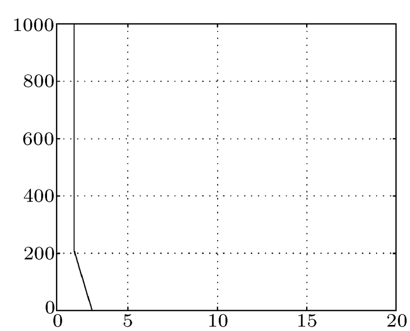

图 2 输出误差均方和与迭代次数关系曲线

Fig. 2 Sum. of errors′ mean $vs.$ iteration trials

另外，如果系统参数精确已知，采用定理 1 获得最优学习算法，在假定实际模型与标称模型相等的情况下，分别取 a) $Q=3I$, $R=I$ 和 b) $Q=I$, $R=3I$, 得到性能函数 (24) 与迭代次数关系曲线如图 3,4 所示．可见 R 相对 Q 越小收敛速度越快．

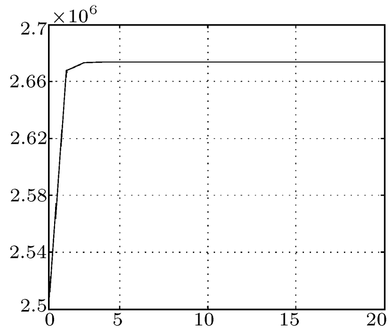

图 3 参数下性能与迭代次数关系曲线

Fig. 3 Performance *vs*. iteration trials under $Q=3I, R=I$

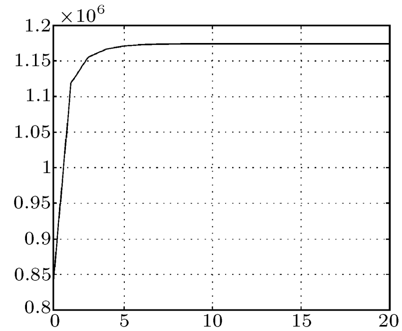

图 4 参数下性能与迭代次数关系曲线

Fig. 4 Performance *vs*. iteration trials under $Q=I, R=3I$

6 结论

本文研究基于新的性能函数的迭代学习算法设计与优化问题，定义了迭代域二次型性能函数，给出了线性离散系统最优迭代学习算法设计和不确定系统保性能迭代学习算法设计与优化方法．保性能迭代学习算法设计与优化可基于 LMI 方法进行求解，可以很方便地利用 MATLAB 工具箱进行计算．本文方法的另一重要特点是：通过调整性能函数中的参数矩阵，可以很好地控制迭代学习的速度，具有较好的应用前景．

References

1 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning. *Journal of Robotic System*, 1984, **1**(2): 123∼140

2 Heinzinger G, Fenwick D, Paden D, Miyazaki F. Robust learning control, In: Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida: IEEE Press, 1989. 436∼440

3 Arimoto S, Naniwa T, Suzuki H. Robustness of P-type learning control with a forgetting factor for robot motions, In: Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honoluu Hawaii: IEEE Press, 1990. 2640∼2645

4 Arimoto S, Naniwa T, Suzuki H. Selective learning with a forgetting factor for robotic motion control. In: Proceedings of IEEE international Conference on Robotics and Automation, Sacramento, CA: IEEE Press, 1991. 728∼733

5 WU D N, CHEN M, GAO W B. Learning control under multistep modification law. *Acta Automatica Sinica*, 1989, **15**(5): 445∼450

6 Sugie T, Ono T. An iterative learning control for dynamical systems. *Automatica*, 1991, **27**(4): 729∼732

7 Jayati G, Bard P. A pseudoinverse-based iterative learning control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(5): 831∼837

8 Xie S L, Tian S P, Xie Z D. New iterative learning control algorithms based on vector plots analysis. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(2): 161∼168

9 Tian S P, Xie S L, Xie Z D. Iterative learning control algorithms based on geometric analysis. *Control and Decision*, 2004, **19**(9): 1038∼1041

10 Phan M Q, Frueh J A. Design of learning controllers based on an auto-regressive representation of linear system. *Journal Guidance, Control, and Dynamics*, **1996**, 19(2): 355∼362

11 Gunnarsson S, Norrlof M. On the design of ILC algorithms using optimization. *Automatica*, 2001, **37**(12): 2011∼2016

12 Norrlof M. An adaptive iterative learning control algorithm with experiments and industrial robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, **18**(2): 245~251

13 Frueh J A, Phan M Q. Linear quadratic optimal learning control. *International Journal of Control*, 2000, **73**(10): 832~839

14 Shao C, Gao F R, Yang Y. Robust stability of optimal iterative learning control and application to injection molding machine. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(1): 72~79

15 Jay H Lee, Kwang S Lee, Won C Kim. Model-based iterative learning control with a quadratic criterion for time-varying linear systems. *Automatica*, 2000, **36**(5): 641~657

16 Amann N, Owens D H, Rogers E. Iterative learning control using optimal feedback and feedfoward. *International Journal of Control*, 1996, **65**(2): 277~293

17 Kim W C, Chin I S, Lee K S. Analysis and reduced-order design of quadratic criterion-based iterative learning control using singular value decomposition. *Computer and Chemical Engineering*, 2000, **24**(8): 1815~1819

18 Petersen I R, McFarlane D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(9): 1971~1977

19 YU L, Feng H. Guaranteed cost control of discrete-time uncertain in time-delay systems. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(3): 392~396

20 Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, Balakrishnan V. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadephia: SIAM, 1994

杨胜跃 2004 年在中南大学获博士学位．现为中南大学副教授．研究方向有学习控制，机器人控制，多体系统合作与对抗控制等．

(**YANG Sheng-Yue** Received his Ph. D. degree from Central South University in 2004. Now he is an associate professor at Central South University. His research interests include learning control, robot control, and harmonic and counter control for multi-body systems.)

樊晓平 1998 年在华南理工大学获博士学位．现为中南大学教授．研究方向有机器人控制，智能控制，智能交通系统．

(**FAN Xiao-Ping** Received his Ph. D. degree from South China University of Technology in 1998. Now he is a professor at Central South University. His research interests include robot control, intelligent control, and intelligent transport systems.)

年晓红 2004 年在北京大学获博士学位．现为中南大学教授．研究方向有微分对策理论，多体系统合作与对抗控制．

(**NIAN Xiao-Ping** Received his Ph. D. degree from Beijing University in 2004. Now he is a professor at Central South University. His research interests include theory of differential games, harmonic and counter control for multi-body systems.)

瞿志华 1990 年在美国乔治亚理工学院获博士学位．现为美国中佛里达大学教授和中南大学长江学者讲座教授．研究兴趣有非线性系统与控制，机器人，学习控制，电力系统．

(**QU Zhi-Hua** Received his Ph. D. degree from the Georgia Institute of Technology in 1990. Now, he is a professor at Central Florida University, USA and Central South University, China. His research interests include nonlinear systems and controls, robotics, learning control, and power systems.)

罗 安 1993 年在浙江大学获博士学位．现为湖南大学教授．研究兴趣有电力系统，智能控制，过程控制．

(**LUO An** Received his Ph. D. degree from Zhejiang University in 1993. Now, he is a professor at Hunan University. His research interests include power systems, intelligent control, and process control.)

黄深喜 中南大学控制理论与应用专业博士生．研究兴趣有电力系统，学习控制．

(**HUANG Sheng-Xi** Ph. D. candidate at Central South University. His research interests include power systems and learning control.)