

基于观测器的机械手神经网络 自适应控制¹⁾

孙富春 孙增圻 张 钛

(清华大学计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室 北京 100084)

摘要 提出了一种基于观测器的机械手神经网络自适应轨迹跟随控制器设计方法, 这里机械手的动力学非线性假设是未知的, 并且假设机械手仅有关节角位置测量。文中采用一个线性观测器重构机械手的关节角速度, 用神经网络逼近修正的机械手动力学非线性, 改进系统的跟随性能。基于观测器的神经网络自适应控制器能够保证机械手角跟随误差和观测误差的一致终结有界性以及神经网络权值的有界性, 最后给出了机械手神经网络自适应控制器-观测器设计的主要理论结果, 并通过数字仿真验证了所提方法的性能。

关键词 机械手, 观测器, 神经网络, 自适应。

OBSERVER-BASED ADAPTIVE CONTROL FOR ROBOT TRAJECTORY TRACKING USING NEURAL NETWORKS

SUN Fuchun SUN Zengqi ZHANG Bo

(Dept. of Computer Science and Technology, National Key Lab of Intelligent
Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract An observer-based adaptive controller design approach using neural networks is proposed in this paper for the trajectory tracking of a robot with unknown dynamic nonlinearities, and the robot manipulator is assumed to have only joint angle position measurements. A linear observer is used to estimate the robot joint angle velocity, while the neural network is employed to further improve the control performance of the controlled system through approximating the revised dynamic nonlinearities of the robot. The observer-based neural network controller can guarantee the uniformly ultimately bounded tracking errors and the observer errors and boundedness of the neural network weights. Main theoretic results for designing an adaptive controller-observer for a robot using neural networks are given, and the control performance of the proposed controller is verified through simulation studies.

1) 国家自然科学基金和国家博士后基金资助课题。

Key words Robot manipulator, observer, neural networks, adaptiveness.

1 引言

现有的机械手神经网络自适应控制方法大多都需要机械手关节角速度的测量。由于关节角速度的测量中含有许多噪声,这将严重影响整个机械手神经网络自适应控制系统的性能。文献[1]研究了基于神经网络的机械手输出反馈自适应控制,文中采用两个神经网络,一个作为观测器,另一个作为控制器,结构较为复杂;此外,机械手系统动力学的惯性阵要求精确已知,影响了算法的应用。本文采用一个线性观测器估计机械手的关节角速度,神经网络用于逼近修正的机械手动力学非线性,整个控制器仅需一个神经网络,结构简单;同时,机械手的动力学非线性假设是未知的。本文给出了机械手神经网络自适应控制器-观测器设计的主要理论结果。

2 预备知识

描述 n 自由度机械手的动力学方程由下式给出

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) + f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = u(t). \quad (1)$$

这里 $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in R^n$ 是广义关节位置和速度矢量; $M(\mathbf{q}) \in R^{n \times n}$ 是对称、有界正定惯性矩阵; $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \in R^n$ 表示向心力矩和哥氏力矩矢量; $g(\mathbf{q}) \in R^n$ 是重力矩矢量,为一阶可微有界函数; $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 是非结构化的动力学不确定性,包括摩擦和其它扰动; $u(t) \in R^n$ 是应用关节矩矢量。下面的研究将用到机械手动力学的以下性质。

性质1. $M(\mathbf{q})$ 满足 $M_m \leq \|M(\mathbf{q})\| \leq M_M$, $M_m, M_M > 0$ 分别是常数;

性质2. 采用 Christoffel 符号定义矩阵 $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 满足 $\dot{M}(\mathbf{q}) - 2C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 是斜对称的; $\|C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\| \leq C_M \|\dot{\mathbf{q}}\|$, 且 $C(\mathbf{q}, \mathbf{x}) \mathbf{y} = C(\mathbf{q}, \mathbf{y}) \mathbf{x}$, $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in R^n$, $C_M > 0$ 是常数。矢量 \mathbf{x} 和矩阵 A 的范数分别定义为

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}, \quad \|A\| = \sqrt{\text{eig}(A^T A)_{\max}},$$

其中 $\text{eig}(\cdot)_{\max}$ 表示矩阵的最大特征值。如果 $A(\mathbf{x})$ 是对称正定矩阵,则对所有 \mathbf{x} , A_m 和 A_M 分别表示矩阵 $A(\mathbf{x})$ 的最小和最大特征值。这样 M_m, M_M 分别表示 $M(\mathbf{q})$ 的最小和最大特征值,本文后面将用到的其它对称正定矩阵如 $K_d, \Lambda_1, \Lambda_2$ 类推。

下面给出一些有用的引理和推论。

引理 1^[2]. 若 $f(t)$ 是一致连续函数,且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t |f(\tau)| d\tau < \infty$, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ 。

推论 1^[2]. 如果 $f(t) \in L_2 \cap L_\infty$, 且 $\dot{f} \in L_\infty$, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ 。

3 主要结果

假设非结构化的动力学不确定性 $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 具有下列特殊形式

$$f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = F_v \dot{\mathbf{q}} + f_s(\mathbf{q}). \quad (2)$$

上式中 $F_v \dot{\mathbf{q}}$ 表示粘性摩擦, F_v 是定常对称正定矩阵, 满足 $F_{v,m} \leq \|F_v\| \leq F_{v,M}$, $f_s(\mathbf{q})$ 是非结构化不确定项的剩余部分, 假设是机械手关节角的连续函数. 为解决机械手仅使用角位置反馈的跟随控制问题, 首先考虑下列控制器-观测器设计.

控制器:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_d + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_0)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + F_v \dot{\mathbf{q}}_d + f_s(\mathbf{q}) - K_d(\dot{\mathbf{q}}_0 - \dot{\mathbf{q}}_r), \\ \dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\mathbf{q}}_d - \Lambda_1(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d), \\ \dot{\mathbf{q}}_0 = \dot{\mathbf{q}} - \Lambda_2(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}). \end{cases} \quad (3a)$$

观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{q}}} = \mathbf{w} + L_d(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}), \\ \dot{\mathbf{w}} = \ddot{\mathbf{q}}_d + L_p(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}). \end{cases} \quad (3b)$$

上式中 $K_d > 0$, $\Lambda_1 > 0$, $\Lambda_2 > 0$ 是对角方阵; $L_d = l_d I + \Lambda_2$, $L_p = l_d \Lambda_2$, 并且 $l_d > 0$ 是标量; $\hat{\mathbf{q}} \in R^n$ 是机械手关节角估计; $\mathbf{q}_d \in R^n$ 是机械手关节角要跟随的理想轨迹. 定义

$$V_M = \sup_t \|\dot{\mathbf{q}}_d(t)\|, \quad A_M = \sup_t \|\ddot{\mathbf{q}}_d(t)\|, \quad s_1 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r, \quad s_2 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_0. \quad (4)$$

此时, 下面定理给出了系统局部稳定的条件.

定理1. 考虑机械手闭环输出反馈控制器(3a)式, 定义 $\mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$, $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}$, 且 $\mathbf{x}(t) = (\dot{\mathbf{e}}^T(t) \quad (\Lambda_1 \mathbf{e}(t))^T \quad \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T(t) \quad (\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}(t))^T)^T$. 在下列条件下:

$$\begin{cases} K_{d,m} > \Lambda_{1,M} M_M + \frac{5}{2} C_M V_M + 2C_M \|\mathbf{x}_0\| \sqrt{\frac{P_M}{P_m}} + \frac{3}{2} F_{v,M} - F_{v,m}, \\ l_d > 2M_m^{-1} K_{d,M}, \end{cases} \quad (5)$$

机械手闭环系统在吸引域

$$B = \left\{ \mathbf{x} \in R^{4n} \mid \|\mathbf{x}\| < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_m}{P_M}} \left[\frac{(K_{d,m} + F_{v,m} - \Lambda_{1,M} M_M - \frac{3}{2} F_{v,M})}{C_M} - \frac{5}{2} V_M \right] \right\} \quad (6)$$

是局部指数稳定的.

证明. 参考文献[4], 定义李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_0 = & \frac{1}{2} s_1^T M(\mathbf{q}) s_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \Lambda_1 (2K_d \Lambda_1^{-1} - M(\mathbf{q})) \Lambda_1 \mathbf{e} + \\ & \frac{1}{2} s_2^T M(\mathbf{q}) s_2 + \tilde{\mathbf{q}}^T K_d \Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (7)$$

利用性质1和2, 不难得出

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 = & -\dot{\mathbf{e}}^T (K_d - \Lambda_1 M(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{e}^T(t) \Lambda_1 K_d \Lambda_1 \mathbf{e}(t) - \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T K_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \tilde{\mathbf{q}}^T \Lambda_2 K_d \Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}} - \\ & s_2^T (l_d M(\mathbf{q}) - 2K_d) s_2 - s_1^T C(\mathbf{q}, s_2) \dot{\mathbf{q}}_d + \dot{\mathbf{e}}^T C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \Lambda_1 \mathbf{e} + s_2^T C(\mathbf{q}, s_2 - \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{e}} - \\ & (s_1 + s_2)^T F_v \dot{\mathbf{e}} \leq -\bar{\alpha}_1 \|\dot{\mathbf{e}}\|^2 - \bar{\alpha}_2 \|\Lambda_1 \mathbf{e}\|^2 - \bar{\alpha}_3 \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\|^2 - \bar{\alpha}_4 \|\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}\|^2 - \\ & (l_d M_m - 2K_{d,M}) \|s_2\|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

这里 $\bar{\alpha}_1 = K_{d,m} + F_{v,m} - \Lambda_{1,M} M_M - \frac{5}{2} C_M V_M - \frac{3}{2} F_{v,M} - 2C_M (\|\Lambda_1 \mathbf{e}\| + \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\| + \|\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}\|)$,

$\bar{\alpha}_2 = K_{d,m} - \frac{3}{2} C_M V_M - \frac{1}{2} F_{v,M}$, $\bar{\alpha}_3 = \bar{\alpha}_4 = K_{d,m} - \frac{3}{2} C_M V_M - \frac{1}{2} F_{v,M} - 2C_M \|\dot{\mathbf{e}}\|$.

由于 $(\|\Lambda_1 \mathbf{e}\| + \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\| + \|\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}\|) \leq 2 \sqrt{\|\Lambda_1 \mathbf{e}\|^2 + \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\|^2 + \|\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}\|^2} \leq 2 \|\mathbf{x}\|$, 且 $\|\dot{\mathbf{e}}\| \leq \|\mathbf{x}\|$, 所以在(5)式

条件下,定理1命题成立.

证毕.

在机械手的控制器设计中,一项重要的技术就是在控制律中用机械手理想的关节值代替实际的关节值^[5,6].由于理想的关节值是范数有界的,这样,用理想的关节值代替机械手实际的关节值从神经网络逼近的角度是非常重要的.为此考虑下列控制器设计

$$u = M(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + C(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) + F_v\dot{\mathbf{q}}_d + f_s(\mathbf{q}_d) - K_d(\dot{\mathbf{q}}_0 - \dot{\mathbf{q}}_r), \quad (9)$$

观测器的形式同于(3b)式.下面定理给出了系统局部指数稳定的条件.

定理2. 考虑机械手闭环输出反馈控制器(9),在下列条件下:

$$\begin{cases} K_{d,m} > \Lambda_{1,M}M_M + 6C_MV_M + 2C_M\|\mathbf{x}_0\| \sqrt{\frac{P_M}{P_m}} + \frac{3}{2}F_{v,M} + \frac{5}{2}\alpha_4 - F_{v,m}, \\ l_d > 2M_m^{-1}K_{d,M}. \end{cases} \quad (10)$$

这里 $\alpha_4 = (a_1A_M + \frac{3}{2}a_2V_M^2 + a_3)\Lambda_{1,m}^{-1}$, 其中

$$\begin{aligned} a_1 &= \sup_{q \in R^n} \sum_{j=1}^n \left\| \frac{\partial \text{Col}_j[M(\mathbf{q})]}{\partial \mathbf{q}} \right\|, \quad a_2 = \sup_{q \in R^n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \frac{\partial \text{Col}_j[M_i(\mathbf{q})]}{\partial \mathbf{q}} \right\|, \\ a_3 &= \sup_{q \in R^n} \left\| \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right\| + \sup_{q \in R^n} \left\| \frac{\partial f_s(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right\|, \quad M_i(\mathbf{q}) = \frac{\partial M(\mathbf{q})}{\partial q_i}. \end{aligned}$$

这里 $q_i (i=1, \dots, n)$ 表示关节角矢量 \mathbf{q} 的第 i 个分量.此时机械手闭环系统在吸引域

$$B = \left\{ \mathbf{x} \in R^{4n} \mid \|\mathbf{x}\| < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_m}{P_M}} \left[\frac{(K_{d,m} + F_{v,m} - \Lambda_{1,M}M_M - \frac{3}{2}F_{v,M} - \frac{5}{2}\alpha_4)}{C_M} - 6V_M \right] \right\} \quad (11)$$

是局部指数稳定的.

证明. 用控制律(9)代替(3a)式,将导致(7)式定义李雅普诺夫函数的导数 \dot{V}_0 中有附加项

$$(s_1 + s_2)^T \{ (M(\mathbf{q}_d) - M(\mathbf{q}))\ddot{\mathbf{q}}_d + (C(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_d))\dot{\mathbf{q}}_d + (C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_d) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_0))\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \mathbf{g}(\mathbf{q}) + f_s(\mathbf{q}_d) - f_s(\mathbf{q}) \}. \quad (12)$$

参考文献[6],由于 M, C, g 仅包含了 \mathbf{q} 的三角函数,所以它们的每个元素对 \mathbf{q} 的导数有界,则导数 \dot{V}_0 中的附加项有上界

$$\begin{aligned} (\|s_1\| + \|s_2\|) \{ (a_1A_M + \frac{3}{2}a_2V_M^2 + a_3)\|\dot{\mathbf{e}}\| + C_MV_M\|\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}_0\| \} &\leqslant \\ (\|\dot{\mathbf{e}}\| + \|\Lambda_1\mathbf{e}\| + \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\| + \|\Lambda_2\tilde{\mathbf{q}}\|) \{ a_4\|\Lambda_1\mathbf{e}\| + C_MV_M(\|\dot{\mathbf{e}}\| + \|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\| + \|\Lambda_2\tilde{\mathbf{q}}\|) \} &. \end{aligned} \quad (13)$$

这样,容易得到

$$\dot{V}_0 \leqslant -\alpha_1\|\dot{\mathbf{e}}\|^2 - \alpha_2\|\Lambda_1\mathbf{e}\|^2 - \alpha_3\|\dot{\tilde{\mathbf{q}}}\|^2 - \alpha_4\|\Lambda_2\tilde{\mathbf{q}}\|^2 - (l_dM_m - 2K_{d,M})\|s_2\|^2, \quad (14)$$

其中 $\alpha_1 = \bar{\alpha}_1 - \frac{7}{2}C_MV_M - \frac{1}{2}\alpha_4$, $\alpha_2 = \bar{\alpha}_2 - \frac{3}{2}C_MV_M - \frac{5}{2}\alpha_4$, $\alpha_3 = \bar{\alpha}_3 - \frac{7}{2}C_MV_M - \frac{1}{2}\alpha_4$.

因此,在(10)式条件下,定理2命题成立.

证毕.

前面讨论了基于无源性理论的控制器-观测器设计,我们得到下列结论:

1) 机械手状态误差的指数收敛性条件(5),(10)式是局部的,并且通过增加 l_d 和 $K_{d,m}$,系统的吸引域可以无限增大;

2) 即使没有机械手动力学界的知识(性质1,2),闭环系统也能通过选择 l_d 和 $K_{d,m}$ 充

分大而达到局部指数稳定。

基于以上结论,下面将在此基础上进一步讨论基于观测器的机械手神经网络自适应控制器设计方法。采用神经网络的好处是控制器-观测器设计可以不需要清晰的机械手动力学非线性知识,同时采用神经网络芯片能够解决很高的实时计算要求。

首先考虑下列修正的动力学函数

$$M(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + C(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) + F_v\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{f}_s(\mathbf{q}_d), \quad (15)$$

由于此函数输入有界且是其输入的连续函数,这样可以采用径向基函数逼近^[3]

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + C(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) + F_v\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{f}_s(\mathbf{q}_d) = \\ W^* \mathbf{y}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) + \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d). \end{aligned} \quad (16)$$

这里 $\mathbf{y}(\boldsymbol{\varphi}) \in R^N$ 是径向基函数矢量,其中 $\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T)^T$, N 是径向基函数的个数, $W^* = (w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*) \in R^{n \times N}$ 是理想的可调权值矩阵, $\boldsymbol{\epsilon}(\cdot)$ 是近似误差且定义 $\epsilon_m \geq \|\boldsymbol{\epsilon}\|_\infty$ 为近似误差的上界。通过神经网络的结构选择(可调权值矩阵和径向基函数矢量), ϵ_m 可以取得尽可能的小。由于机械手的动力学非线性是未知的,所以理想的权值矩阵也是未知的,这里实际的权值矩阵用 W 表示。定义

$$\mathbf{s}'_1 = \dot{\hat{\mathbf{q}}} - \dot{\mathbf{q}}_r, \quad \mathbf{s}'_2 = \dot{\hat{\mathbf{q}}} - \dot{\mathbf{q}}_0, \text{且 } \mathbf{s}' = \mathbf{s}'_1 + \mathbf{s}'_2, \quad (17)$$

此时,下面定理给出了稳定的神经网络自适应控制律和学习算法。

定理3. 考虑机械手闭环神经网络控制器

$$\mathbf{u} = -K_d(\dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{q}}_0) + W\mathbf{y}(\boldsymbol{\varphi}) - \epsilon_m \text{sgn}(\mathbf{s}'), \quad (18)$$

神经网络控制器采用下列学习算法:

$$\dot{W} = \begin{cases} -\Psi s \mathbf{y}^T(\boldsymbol{\varphi}), & \text{如果 } (\mathbf{x}, W) \in D_c, \\ 0, & \text{如果 } (\mathbf{x}, W) \in D, \end{cases} \quad (19a)$$

$$D = \{(\mathbf{x}, W) \mid \|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{2\sqrt{n}/\beta\epsilon_m}\}, \quad (19b)$$

这里 D_c 是 D 的补集, $\beta = \min(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 - 2, \alpha_4)$, $\Psi = \text{diag}(\psi_1, \dots, \psi_n)$ 是学习率矩阵, $s = (s_1 + s_2)$ 。观测器的形式同于(3b)式,则只要选择 K_d 是充分大的正定矩阵,且 l_d 足够大,这时机械手闭环系统在局部吸引域满足

1)若 $\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{0}$ (无建模误差),则有 $\mathbf{x}, W \in L_\infty$, $\dot{\mathbf{x}} \in L_\infty$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) \rightarrow 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{W} \rightarrow 0$;

2)若 $\sup_{t \geq 0} \|\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\varphi}(t))\| \leq \epsilon_m < \infty$,如果 $(\mathbf{x}, W) \in D_c$,则有 $\mathbf{x}, W \in L_\infty$ 和存在常数 k_1, k_2 以致

$$\int_0^t \|\mathbf{x}(t)\|^2 dt \leq k_1 + k_2 \int_0^t \epsilon_m^2 dt; \quad \text{如果 } (\mathbf{x}, W) \in D, \text{ 则有 } \|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{2\sqrt{n}/\beta\epsilon_m}.$$

证明. 考虑下列李雅普诺夫函数

$$V = V_0 + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \Psi^{-1} \tilde{W}). \quad (20)$$

这里 V_0 的定义同(7)式, $\tilde{W} = W^* - W$ 表示神经网络权值矩阵估计误差。用控制律(18)代替(9)式,将导致定理2定义的李雅普诺夫函数导数 \dot{V}_0 中有附加项

$$\mathbf{s}^T [-\tilde{W} \mathbf{y}(\boldsymbol{\varphi}) - \epsilon_m \text{sgn}(\mathbf{s}') - \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\varphi})]. \quad (21)$$

假如 $(\mathbf{x}, W) \in D_c$,容易得到

$$\dot{V} \leq -\alpha_1 \|\dot{\mathbf{e}}\|^2 - \alpha_2 \|\Lambda_1 \mathbf{e}\|^2 - \alpha_3 \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 - \alpha_4 \|\Lambda_2 \tilde{\mathbf{q}}\|^2 - \text{tr} \{ [\tilde{W}^T \Psi^{-1} + \mathbf{y}(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{s}^T] \tilde{W} \} -$$

$$\begin{aligned} \dot{s}'^T(\varepsilon(\phi) + \varepsilon_m \operatorname{sgn}(s')) - 2\dot{\tilde{q}}^T(\varepsilon(\phi) + \varepsilon_m \operatorname{sgn}(s')) - (l_d M_m - 2K_{d,M}) \|s_2\|^2 \leq \\ - \alpha_1 \|\dot{e}\|^2 - \alpha_2 \|\Lambda_1 e\|^2 - \alpha_3 \|\dot{\tilde{q}}\|^2 - \alpha_4 \|\Lambda_2 \tilde{q}\|^2 + 4\sqrt{n} \|\dot{\tilde{q}}\| \varepsilon_m. \end{aligned} \quad (22)$$

1) $\varepsilon_m = 0$ 表明 $(x, W) \in D_c$. 这时由(22)式得到

$$\dot{V} \leq -\alpha_1 \|\dot{e}\|^2 - \alpha_2 \|\Lambda_1 e\|^2 - \alpha_3 \|\dot{\tilde{q}}\|^2 - \alpha_4 \|\Lambda_2 \tilde{q}\|^2. \quad (23)$$

这样 V 是单调非增函数且有下界, 所以 $V \in L_\infty$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = V(\infty)$. 再由(20), (7)式得到 $x, \tilde{W} \in L_\infty$, 从而 $W = W^* - \tilde{W} \in L_\infty$. 对(23)式两边积分易得 $x \in L_2$. 再由 $x, W \in L_\infty$ 和(18)式得 $u \in L_\infty$, 所以 $\dot{q} \in L_\infty$. 由(3b)式易得 $\dot{q} \in L_\infty$, 则 $\dot{x} \in L_\infty$, 这样由 Barbalat 引理的推论1 得 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \rightarrow 0$, 同时由(19a)式知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{W} \rightarrow 0$.

2) 若 $\sup_{t \geq 0} \|\varepsilon(\phi(t))\| \leq \varepsilon_m < \infty$, 且 $(x, W) \in D_c$, 这时由(22)式得到

$$\dot{V} \leq -\beta \|x\|^2 + 2\sqrt{n} \varepsilon_m^2. \quad (24)$$

由于 $\varepsilon_m \in L_\infty$, 对(24)式两边从0到 t 积分得到

$$\int_0^t \|x(t)\|^2 dt \leq k_1 + k_2 \int_0^t \varepsilon_m^2 dt.$$

这里 $k_1 = (V(0) - \sup_{t \geq 0} V(t))/\beta$, $k_2 = 2\sqrt{n}/\beta$. 如果 $(x, W) \in D$, 显然 $\|x\| \leq \sqrt{2\sqrt{n}/\beta} \varepsilon_m$.

注1. 在不存在逼近误差和干扰的情况下, 系统的跟随误差趋于零; 其次, 参数学习稳定, 但不一定收敛于理想权值. 由(20)和(7)式不难看出

$$\|\tilde{W}(\infty)\|_\Psi = \sqrt{\operatorname{tr}(\tilde{W}^T(\infty) \Psi^{-1} \tilde{W}(\infty))} = \sqrt{2V(\infty)}, \quad (25)$$

为保证参数学习的收敛性, 通常的做法是选择参考轨迹使其包含尽可能多的频率分量.

注2. 在存在有界逼近误差的情形下, 系统仍然稳定, 且逼近误差越小, 跟随误差越小.

注3. 参数学习律(19a)中包含了未知量 \dot{q} , 但这一项可以在对(19a)式两边积分中消除. 对(19a)式两边从时刻 kT 到 $(k+1)T$ 积分

$$\begin{aligned} \Delta W^T(k+1) = -2(y(\phi(k+1)) q^T(k+1) - y(\phi(k)) q^T(k)) \Psi + \\ \int_{kT}^{(k+1)T} (2\dot{y}(\phi) q^T + y(\phi)(\dot{q}_0 + \dot{q}_r)^T) \Psi d\tau, \end{aligned} \quad (26)$$

这里 T 为采样周期, 且 $\Delta W(k+1) = W(k+1) - W(k)$, $\Delta q(k+1) = q(k+1) - q(k)$.

4 应用

本节将提出的基于观测器的神经网络自适应控制器设计方法用于一个二自由度机械手的位置跟随控制. 二自由度机械手的动力学方程描述为^[4]

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{bmatrix} 9.77 + 2.02\cos(q_2) & 1.26 + 1.01\cos(q_2) \\ 1.26 + 1.01\cos(q_2) & 1.12 \end{bmatrix}, \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} -1.01\sin(q_2)\dot{q}_2 & -1.01\sin(q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ 1.01\sin(q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ g(q) &= g_0 \begin{bmatrix} 8.1\sin(q_1) + 1.13\sin(q_1 + q_2) \\ 1.13\sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}, \quad f(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 1.2\dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad g_0 = 9.8. \end{aligned}$$

机械手关节1和2待跟随的理想关节角轨迹为

$$q_{1d}(t) = \cos(1.5t), \quad q_{2d}(t) = 3\cos t. \quad (27)$$

选择控制器和观测器增益为

$$K_d = \text{diag}(100, 30), \quad \Lambda_1 = \text{diag}(40, 40), \quad \Lambda_2 = \text{diag}(0.1, 0.1), \quad l_d = 250. \quad (28)$$

在基于观测器的神经网络自适应控制器设计中,高斯径向基函数神经网络^[3]用于逼近修正的机械手动力学函数。高斯径向基函数神经网络的中心和宽度在六维输入空间, $q_{1d} \in [-2, 2]$, $\dot{q}_{1d} \in [-2.5, 2.5]$, $\ddot{q}_{1d} \in [-3.5, 3.5]$, $q_{2d}, \dot{q}_{2d}, \ddot{q}_{2d} \in [-3.5, 3.5]$, 按与文献[3]相同的方法选取。数字仿真采用龙格库达法积分,积分步长为0.005秒,学习率矩阵选择为 $\Psi = \text{diag}(80, 125)$, $\epsilon_m = 0.005$, 神经网络的初始权值按[0, 1]之间的随机数选取。仿真的初始条件为 $[q_1(0), \dot{q}_1(0), q_2(0), \dot{q}_2(0)] = [0.5, 0.0, 2.0, 0.0]$, $\hat{q}(0) = q(0)$, $\dot{\hat{q}}(0) = \dot{q}(0)$ 。图1和图2是机械手分别采用基于观测器的神经自适应控制和PD型控制 $u = -K_d(\hat{q}_0 - \dot{q}_r)$ 的关节角跟随误差曲线。仿真结果表明,神经网络的加入显著地提高了系统的跟随性能。

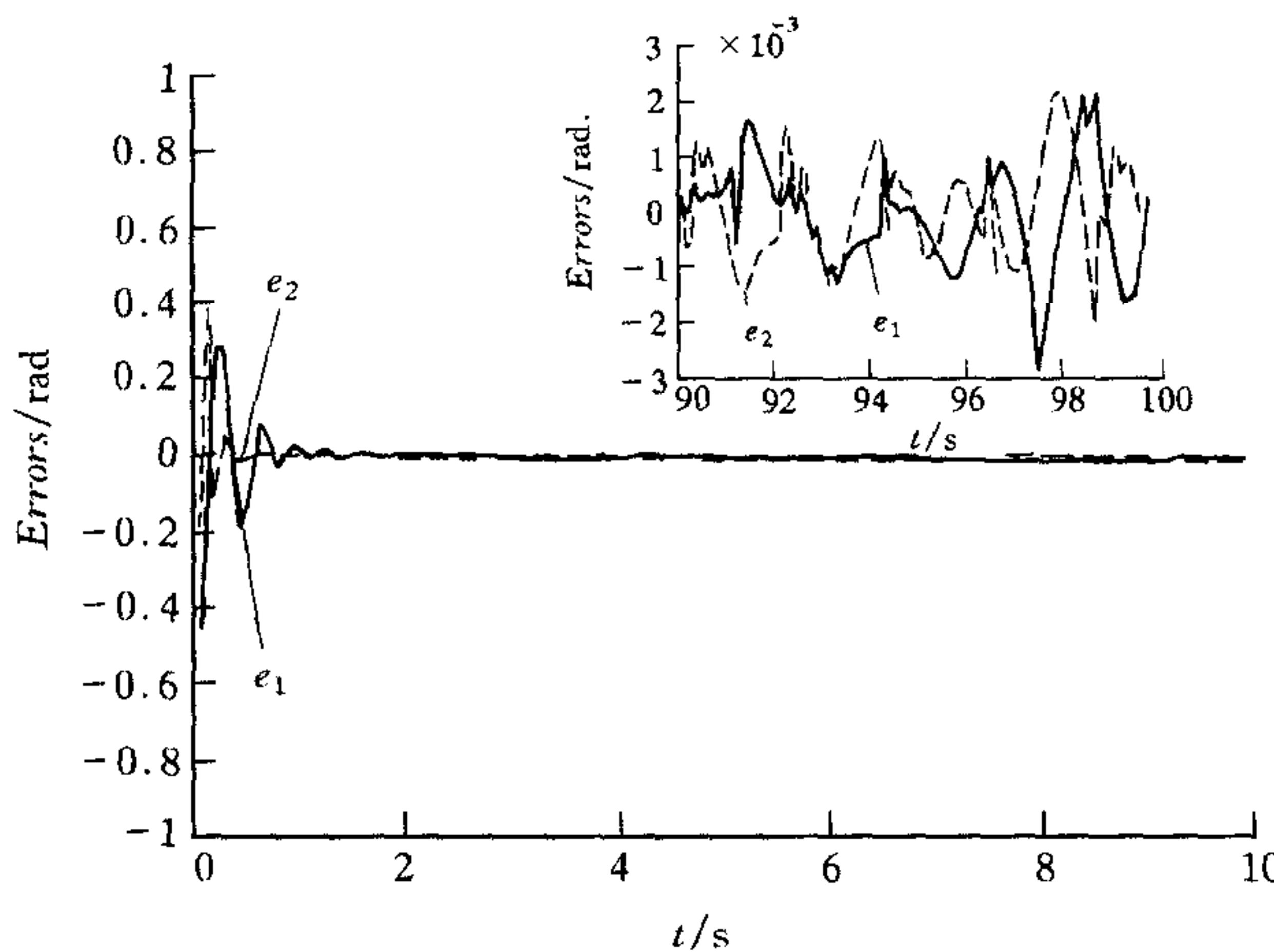


图1 神经控制机械手关节角跟随误差

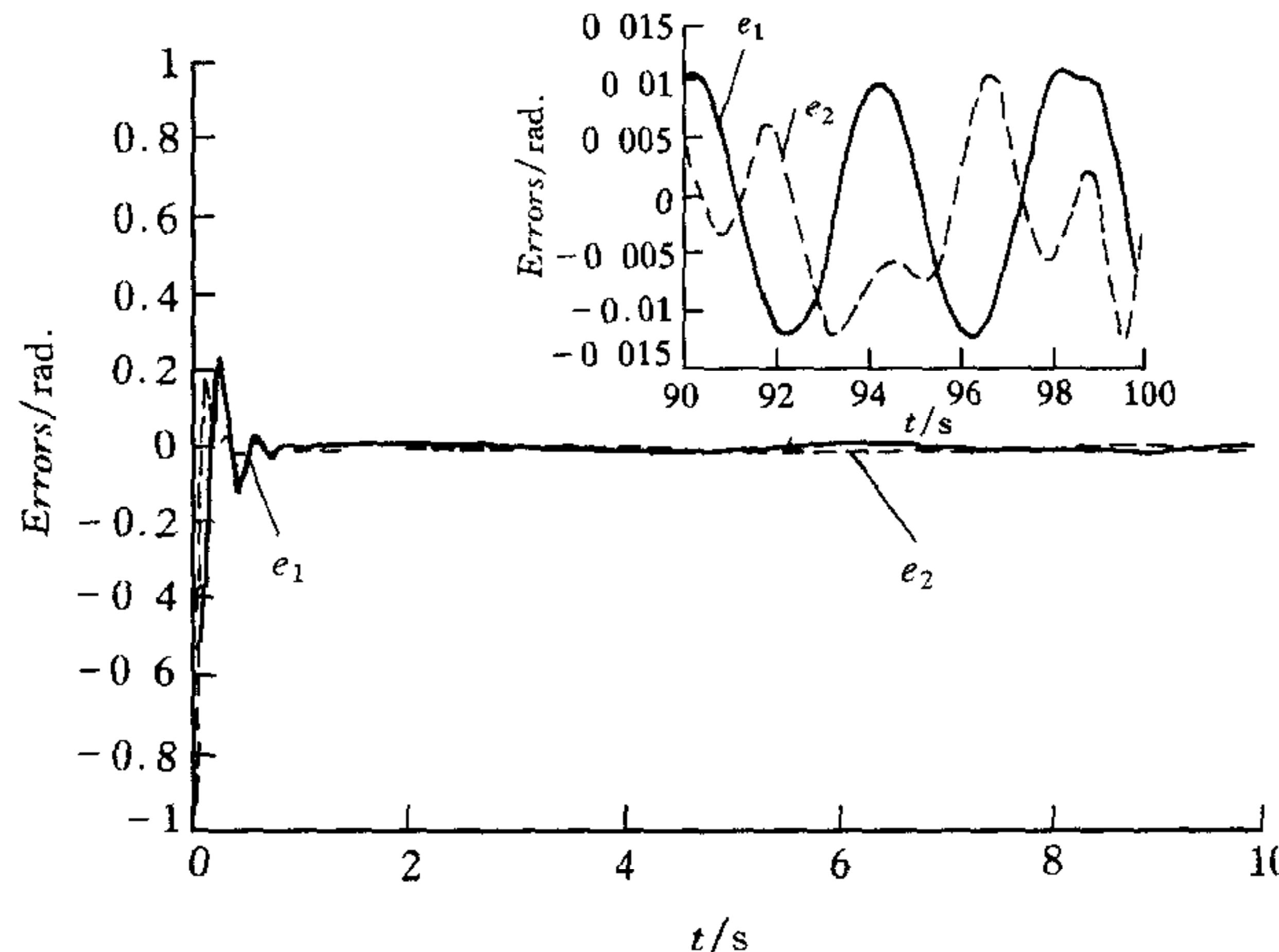


图2 PD 控制机械手关节角跟随误差

5 结论

本文提出了一种基于观测器的机器人轨迹跟随神经网络自适应控制方法,给出了具体的控制算法和系统稳定性的证明。理论结果的有效性通过一个二自由度机械手的数字仿真获得了验证。

参 考 文 献

- 1 Kim Y H, Lewis F L. Output feedback control of rigid robots using dynamic neural networks. In: Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, Minnesota, 1996, 2: 1923—1928
- 2 Sastry S, Bodson M. Adaptive control: stability, convergence and robustness. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989
- 3 Sun F C, Sun Z Q. Stable neural network-based adaptive control of robot arms using neural networks. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 1998, **20**(2): 1—22
- 4 Berghuis H, Nijmeijer H. A passivity approach to controller-observer design for robots. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1993, **9**(5): 740—754
- 5 Kawato M et al. Hierarchical neural network model for voluntary movement with application to robotics. *IEEE Control System Magazine*, 1988, **8**(2): 8—15
- 6 Wen J T, Bayard D S. New class of control laws for robotic manipulators. *Int. J. Control*, 1988, **47**(4): 1361—1385

孙富春 1964年生于江苏。1998年3月在清华大学计算机应用专业获博士学位。1998年1月进入清华大学自动控制博士后流动站从事空间机器人及智能控制方面的研究工作。共鉴定成果5项,并以第一作者在 IEEE 汇刊、《自动化学报》等国内外重要刊物发表论文18篇,均被 EI 和 SCI 收录。

孙增圻 简介见本刊第22卷第6期。

张 镊 清华大学计算机系教授,博士生导师,中国科学院院士。研究方向为人工智能、计算机应用和神经元网络。