

# 平均总辐射宽度 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ 和 $\langle\Gamma_{\gamma}^1\rangle$ 的系统学

庄友祥 王书暖 周德林

贾致泽

(原子能研究所, 北京)

(核工业部科学技术情报研究所, 北京)

本文选取并分析了 208 个靶核( $11 \leq Z \leq 98$ ,  $23 \leq A \leq 249$ ) 的平均总辐射宽度 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ 或 $\langle\Gamma_{\gamma}^1\rangle$ 的实验值。首先, 应用经验公式进行拟合, 得到 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle = 31 Z^{-2.5} A^{0.56} S_n^{0.83}$ (单位 eV),  $\langle\Gamma_{\gamma}^1\rangle = 24 Z^{1.8} A^{-2.6} S_n^{0.95}$ (单位 eV)。然后, 利用强耦合偶极模型理论公式作进一步分析, 得到了较光滑的耦合常数 $C_{\gamma}$ , 拟合后的 $C_{\gamma}$ 值可用来内插计算缺少实验数据的核素的 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ 值。

关键词 平均总辐射宽度, 经验公式拟合, 强耦合偶极模型, 耦合常数。

## 一、引言

中子共振的平均辐射宽度是天体物理、反应堆物理和裂变物理所需要的共振参数之一。但是仍有相当一些核素缺少实验数据。因此需要进行平均总辐射宽度的系统学研究, 以便推导出这些核素的 $\langle\Gamma_{\gamma}\rangle$ 值。此外, 确定平均辐射宽度对中子共振间距、初态自旋及宇称、激发能、核半径和核结构效应的依赖关系, 从理论和评价的观点看也是很有意义的。1956 年 J. S. Levin 和 D. J. Hughes<sup>[1]</sup>第一次尝试系统地研究实验的平均辐射宽度, 并根据 Blatt 和 Weisskopf 关于辐射宽度的估算来解释它们。1957 年 A. Stolovy 和 J. A. Harvey<sup>[2]</sup>进行了类似的研究。

1971 年 H. Malecky 等人<sup>[3]</sup>注意到以前推导的总辐射宽度的关系式中包含着  $A$ 、 $a$ 、 $U$  和  $T$ ,  $A$ 、 $a$  和  $T$  分别为复合核质量数、能级密度参数和核温度。他们对 108 个核素( $27 \leq Z \leq 96$ ,  $59 \leq A \leq 246$ ) 的 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ 值做了一个细致的最小二乘法拟合, 得到如下经验表达式:

$$\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle = 9 U^{0.9} A^{-0.9} a^{-0.57} (1 - 0.01 I^2), \text{ (单位 eV)} \quad (1)$$

其中  $I$  是靶核自旋。基于这一公式计算出的 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ 值, 除少数例外, 普遍与实验值符合尚好。但他们当时选用的是 1966—1969 年期间发表的  $S$  波实验数据, 而且无  $P$  波数据。

本工作的目的是尽可能地扩大核素的范围和采用最新的 $\langle\Gamma_{\gamma}\rangle$ 实验值, 然后用经验公式拟合, 并且进行理论分析和计算, 从中找出规律性, 以便建立起较为完整的 $\langle\Gamma_{\gamma}\rangle$ 系统学。

## 二、平均总辐射宽度的实验系统学

根据 CINDA 1982, 我们收集了中子共振平均辐射宽度的实验值。从中选取了 207 个靶核( $11 \leq Z \leq 98$ ,  $23 \leq A \leq 249$ ) 的  $S$  波中子平均总辐射宽度 $\langle\Gamma_{\gamma}^0\rangle$ , 56 个靶核( $11 \leq Z \leq 94$ ,  $23 \leq A \leq 239$ ) 的  $P$  波中子平均总辐射宽度 $\langle\Gamma_{\gamma}^1\rangle$ 。它们都是 1973—1981 年间发表的实验数据和评价数据, 其中大多数选自 BNL-325(第 4 版, 1981 年)<sup>[4]</sup> 和我们自己的评价

(1981年)<sup>[5]</sup>。同H. Malecky等人1971年的工作相比，我们采用的核素范围和数量要大得多，同时尽可能地选取了最新的 $\langle\Gamma_\nu^0\rangle$ 实验数据。

平均S波辐射宽度 $\langle\Gamma_\nu^0\rangle$ 随靶核质量数A的变化示于图1。从图1上可以看到两个值得注意的特征：1. 在质量区A=60—190， $\langle\Gamma_\nu^0\rangle$ 随A增大基本上单调地下降，这是有利于系统学研究的；2. 大约在质量数A=50和208处出现极大值，这显然是壳效应引起的，并会给系统学研究带来困难。

平均P波辐射宽度 $\langle\Gamma_\nu^1\rangle$ 随靶核质量数A的变化示于图2。它定性地显示出与S波辐射

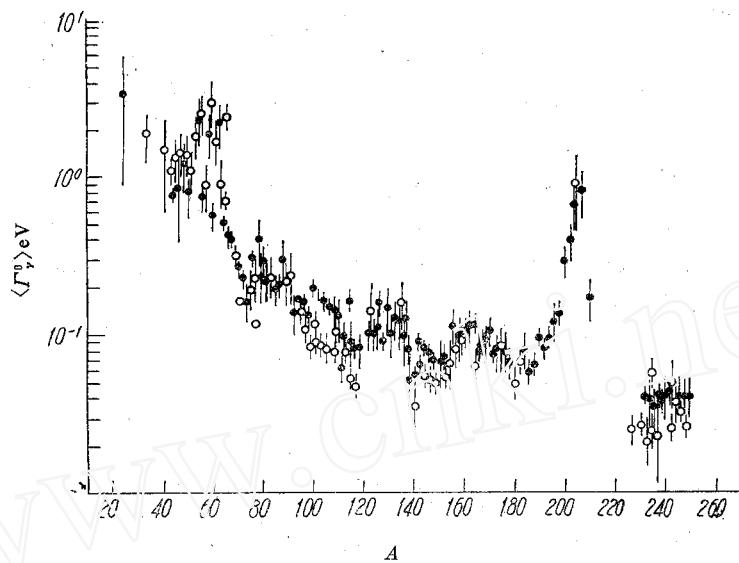


图1 平均S波中子辐射宽度 $\langle\Gamma_\nu^0\rangle$ 随靶核质量数A的变化  
○——偶A核；●——奇A核。

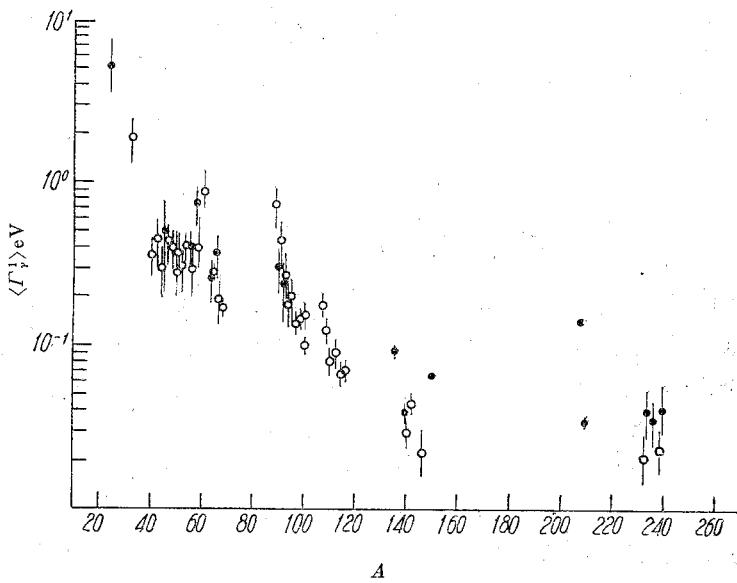


图2 平均P波中子辐射宽度 $\langle\Gamma_\nu^1\rangle$ 随靶核质量数A的变化  
○——偶A核；●——奇A核。

宽度类似的特征。

我们应用类似于 H. Malecky 等人的经验公式即  $\langle \Gamma_\gamma \rangle = K Z^\alpha A^\beta S_n^\gamma$  和最小二乘法对除了  $A$  在 50、208 附近及  $^{114}, ^{116}\text{Cd}$  等 16 个靶核以外的 191 个  $\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle$  值和  $^{23}\text{Na}$ 、 $^{32}\text{S}$ 、 $^{88}\text{Sr}$ 、 $^{140}\text{Ce}$ 、 $^{146}\text{Nd}$ 、 $^{207}\text{Pb}$  等 6 个靶核以外的 50 个  $\langle \Gamma_\gamma^1 \rangle$  值分别做了拟合，从而得到：

$$\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle = 31 Z^{-2.5} A^{0.56} S_n^{0.83}, \text{ 单位 eV,} \quad (2)$$

$$\langle \Gamma_\gamma^1 \rangle = 24 Z^{1.3} A^{-2.6} S_n^{0.95}, \text{ 单位 eV,} \quad (3)$$

中子结合能  $S_n$  单位为 MeV，其值取自  $BNL-325$  (第 4 版或第 3 版)，(2) 和 (3) 式中的  $A$  是复合核质量数。

### 三、平均总辐射宽度的强耦合偶极模型分析

在快中子俘获计算中通常认为有三种反应机制存在<sup>[6,7]</sup>，即复合核、直接和半直接辐射俘获理论。对于大多数应用来说，复合核贡献是这三种之中最重要的。

复合核辐射俘获理论计算一般采用两个模型，一个是 Weisskopf 的强耦合偶极模型<sup>[8]</sup>，另一个是巨偶极共振模型<sup>[9]</sup>。本工作选用了前者，因为它具有较齐全的参数。例如人们所熟悉的 Cameron 型能级密度公式和参数<sup>[10]</sup>。我们用它来分析计算范围较广的核素的  $\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle$  值，共 202 个。

按复合核辐射俘获理论<sup>[11]</sup>有：

$$\langle \Gamma_\gamma(E, A) \rangle = \frac{1}{\rho(E, A)} \int_0^E f(E, \varepsilon_\gamma) \rho(E - \varepsilon_\gamma, A) d\varepsilon_\gamma, \quad (4)$$

其中  $\rho(E, A)$  和  $\rho(E - \varepsilon_\gamma, A)$  分别是复合核和剩余核能级密度， $f(E, \varepsilon_\gamma)$  包含着跃迁矩阵元的能量依赖关系以及与多极跃迁有关的相空间依赖因子  $\varepsilon_\gamma^{2l+1}$ 。如果只考虑最主要成分为电偶极辐射，则  $S$  波中子结合能  $S_n$  处的辐射宽度为

$$\langle \Gamma_\gamma^0(S_n, A) \rangle = \frac{C_\gamma}{\rho(S_n, A)} \int_0^{S_n} f_{E1}(\varepsilon_\gamma) \varepsilon_\gamma^3 \rho(S_n - \varepsilon_\gamma, A) d\varepsilon_\gamma, \quad (5)$$

其中  $f_{E1}(\varepsilon_\gamma)$  为电偶极辐射的强度函数， $C_\gamma$  是引入的耦合常数。

如果简单地取  $f_{E1}(\varepsilon_\gamma) = 1$ ，那么 (5) 式就变成 J. E. Lynn 给出的 Weisskopf 公式，即

$$\langle \Gamma_\gamma^0(S_n, A) \rangle = \frac{C_\gamma}{\rho(S_n, A)} \int_0^{S_n} \varepsilon_\gamma^3 \rho(S_n - \varepsilon_\gamma, A) d\varepsilon_\gamma, \quad (6)$$

电偶极辐射的强度函数通常取为 Lorentzian 形状。最近 D. G. Gardner 等人<sup>[12,13]</sup>采用 Breit-Wigner 形状并给出了质量数  $A > 40$  范围内的系统学基础上的强度函数表达式，即能量相关的 Breit-Wigner 型公式，简记为 EDBW 公式。关于复合核能级密度，我们采用 Cameron 形式及参数<sup>[10]</sup>。

首先，我们利用已知的实验值  $\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle$  定出 (5) 和 (6) 式中一系列耦合常数  $C_\gamma$  值。对 202 个核素用 (5) 和 (6) 式得到的  $C_\gamma$  值分别在  $10^{-9} \sim 10^{-1} \text{ MeV}^{-3}$  和  $10^{-8} \sim 10^{-7} \text{ MeV}^{-3}$  数量级范围内。我们发现  $C_\gamma$  分别具有随复合核质量数  $A$  较平滑变化的规律性，详见图 3 和图 4。然后，我们取平滑了的  $C_\gamma$  值，用 (5) 和 (6) 式计算出  $\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle$ ，以检验符合情况，也用平滑了的  $C_\gamma$  值来计算那些缺少实验数据核素的  $\langle \Gamma_\gamma^0 \rangle$  值。

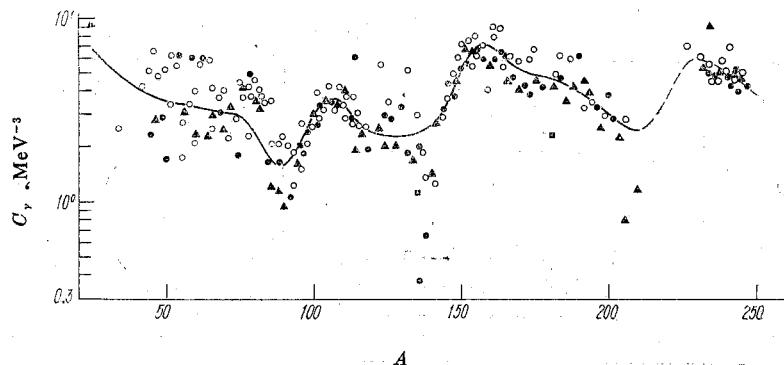


图 3 由公式(5)得到的  $C_\gamma$  值随复合核质量数  $A$  的变化  
▲—奇-奇核; ■—奇-偶核; ●—偶-偶核; ○—偶-奇核。

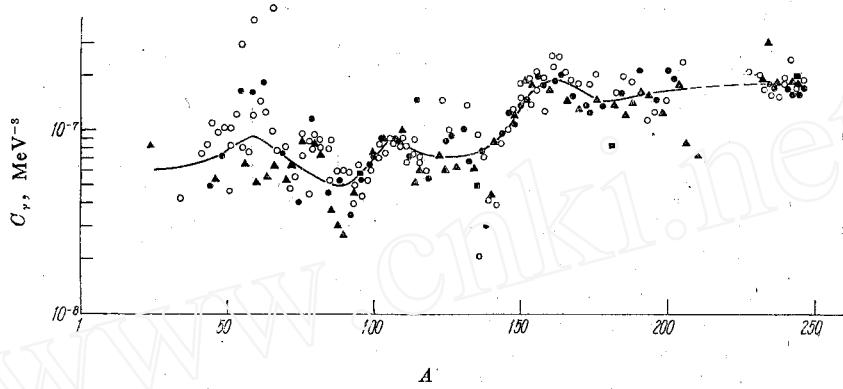


图 4 由公式(6)得到的  $C_\gamma$  值随复合核质量数  $A$  的变化  
▲—奇-奇核; ●—偶-偶核; ■—奇-偶核; ○—偶-奇核。

#### 四、结果和讨论

在本文第二、三节中我们分别利用经验公式和强耦合偶极模型理论公式对实验值  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$  或  $\langle\Gamma_\gamma^1\rangle$  进行了拟合分析。它们对实验值描述的情况可以用约化  $\chi^2$  值  $\chi_\gamma^2$  来表征：

$$\chi_\gamma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\Gamma_{\gamma i} - \Gamma_{\gamma f i})^2 / (\Delta \Gamma_{\gamma i})^2}{v} \quad (7)$$

其中,  $\Gamma_{\gamma i}$  和  $\Delta \Gamma_{\gamma i}$  分别是实验值和误差,  $\Gamma_{\gamma f i}$  为拟合值,  $v$  是自由度数。(对  $C_\gamma$  的两组数据用正交多项式进行试拟合表明, 我们现在所用的光滑曲线约相当于 15 阶的多项式拟合。我们取  $v$  为实验点数减去 20。) 它们的  $\chi_\gamma^2$  值列在表 1。

从  $\chi_\gamma^2$  值看来, 公式(2)、(3)、(5)和(6)均可用来内插计算那些没有实验数据核素的平均总辐射宽度。公式(2)和(3)分别适用于计算除  $A=50$  和  $208$  附近以外的核素的  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$  和  $\langle\Gamma_\gamma^1\rangle$ , 使用起来较为简单方便; 公式(5)和(6)则普遍适用于计算 Na—Cm 各核素的  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$ 。

我们分别用公式(5)和(6)以及内插的  $C_\gamma$  值计算出 BN L-325 中没有实验  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$  而有中子结合能实验数据的 83 个核素的  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$  值。这样得到的  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$  值如表 2 所示。

对于  $\langle\Gamma_\gamma^0\rangle$ , 公式(6)的  $\chi_\gamma^2$  值较小, 因而用这一公式得到的内插计算值也应较为可靠些。

表 1 拟合结果的  $\chi^2$  值

拟合公式	经验公式		理论公式	
	公式(2)	公式(3)	公式(5)	公式(6)
拟合的核数	191	50	202	202
$\chi^2$	7.9	4.2	7.3	4.0

表 2 由系统学计算得到的无实验数据核素的  $\langle \Gamma_\nu^0 \rangle$  值

靶核	$\langle \Gamma_\nu^0 \rangle$ (MeV)		靶核	$\langle \Gamma_\nu^0 \rangle$ (MeV)		靶核	$\langle \Gamma_\nu^0 \rangle$ (MeV)	
	公式(6)	公式(5)		公式(6)	公式(5)		公式(6)	公式(5)
12-Mg-24	2700	3000	46-Pd-107	110	110	68-Er-164	84	80
12-Mg-25	4000	6800	50-Sn-115	110	110	68-Er-170	70	67
12-Mg-26	1900	1700	50-Sn-116	80	70	70-Yb-168	75	70
13-Al-27	2700	3100	50-Sn-118	76	67	70-Yb-170	72	69
14-Si-28	3600	4800	50-Sn-120	78	68	70-Yb-176	67	59
14-Si-29	3800	6200	50-Sn-122	98	92	71-Lu-176	85	97
14-Si-30	1800	1700	50-Sn-124	110	110	72-Hf-174	60	61
15-P-31	2500	3000	52-Te-124	88	84	72-Hf-176	64	64
16-S-33	2800	4800	52-Te-128	110	120	72-Hf-178	56	58
16-S-34	1500	1500	52-Te-130	190	230	72-Hf-179	69	75
17-Cl-35	2000	2400	53-I-129	120	130	72-Hf-180	57	59
17-Cl-37	920	730	54-Xe-124	62	50	73-Ta-182	77	80
18-Ar-36	2600	2500	54-Xe-126	67	56	74-W-180	62	65
18-Ar-40	690	510	54-Xe-128	70	62	76-Os-187	69	63
19-K-39	1300	1300	54-Xe-130	83	81	78-Pt-196	110	95
19-K-41	600	350	54-Xe-132	120	150	78-Pt-198	140	130
20-Ca-46	880	790	54-Xe-134	220	310	80-Hg-196	130	120
20-Ca-48	850	730	54-Xe-136	210	260	80-Hg-200	210	220
23-V-50	1900	2300	56-Ba-132	61	56	80-Hg-202	370	430
23-V-51	1100	920	57-La-138	240	330	81-Tl-204	1100	1800
27-Co-60	890	820	58-Ce-136	76	70	82-Pb-206	2100	3800
30-Zn-70	230	200	58-Ce-138	110	120	82-Pb-207	3800	9000
34-Se-82	190	160	58-Ce-142	61	59	82-Pb-208	540	430
40-Zr-93	140	140	61-Pm-148	72	75	90-Th-228	26	26
40-Zr-96	86	73	62-Sn-150	45	42	90-Th-229	35	38
46-Pd-102	160	180	66-Dy-156	72	75	92-U-232	34	37
46-Pd-104	120	120	66-Dy-158	80	83	92-U-237	31	32
46-Pd-106	91	82	68-Er-162	85	83			

## 参 考 文 献

- [1] Liven, J. S. & Hughes, D. J., *Phys. Rev.*, 101, 1956, p. 1328  
[2] Stolovy, A. & Harvey, J. A., *Phys. Rev.*, 108, 1957, p. 353  
[3] Malecky, et al. *Yad. Phys.*, 13, 1971, p. 240  
[4] Mughabghab, S. F. & Diradeenam, M., BNL-325, Vol. 1, the 4 th Edition, 1981  
[5] 二机部核数据中心, 中子共振理论和共振参数, 北京, 原子能出版社, 1981 年  
[6] Young, P. G., *Application of Nuclear Models to Neutron Cross Section calculation, Inter. Conf. on Nuclear Data for Science and Technology*, Antwerp, 1982

(下转第46页)

## 参考文献

- [1] H. L. Smith, *Phys. Rev.*, 125, 1329 (1962).
- [2] J. W. Behrens, *Phys. Rev. Lett.*, 39, 68 (1977).
- [3] J. W. Behrens, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 24, 770 (1980).
- [4] J. E. Lynn, AERE-R 7468 (1974).
- [5] H. Diamond et al., *J. Inorg. Nucl. Chem.*, 30, 2553 (1968).
- [6] R. 范登博施等著, 黄胜年等译, 原子核裂变, 原子能出版社, 1980 年。
- [7] E. Konecny et al., *Phys. Rev.*, 172, 1213 (1968).
- [8] B. H. Erkkila, *Nucl. Phys.*, A 108, 689 (1968).
- [9] 顾复华等, 原子能科学技术, 3, 286 (1983).
- [10] 转引自 C. M. Lederer et al., *Table of Isotopes*, Seventh edition, John Wiley & Sons Inc., 1978.

(编辑部收到日期: 1983 年 4 月 15 日)

(上接第23页)

- [10] 杨天禄, Linac 100 微波传输系统初步方案, 内部资料, 1981 年
- [11] 吴铁龙等, Linac 100 工程方案, 内部资料, 1983 年
- [12] Tischer, F. J., *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-5, 1957, 51
- [13] Tomiyasu, K., *ibid.*, MTT-8, 1960, 253
- [14] Tomiyasu, K., *ibid.*, MTT-5, 1957, 276

(编辑部收到日期: 1982 年 6 月 14 日)

(上接第28页)

- Academic Press, 1956
- [6] V. Hamja, IEEE ED-13 (1966) 485
- [7] T. E. Stern, B. S. Gossling, R. H. Fowler, F. R. S. Proc. Roy. Soc. serA 124 (1929) 699
- [8] М. И. Елинсон и др., Автозелектронная Эмиссия, Москва, государственное изда. Техиздат физикоматематической литературы 1958

(编辑部收到日期: 1982 年 12 月 7 日)

(接上第38页)

- [7] 二机部核数据中心, 核反应理论方法及其应用文集, 北京, 原子能出版社, 1980 年, 第 192 页
- [8] Blatt, J. M. et al., *Theoretical Nuclear Physics*, 1st ed., New York, John Wiley and Sons, London, Chapman and Hall, 1952, p. 627
- [9] Axel, P., *Phys. Rev.*, 126, 1962, p. 671
- [10] Gilbert, A. & Cameron, A. G. W., *Can. J. Phys.*, 43, 1965, p. 1446
- [11] Lynn, J. E., AERE-R-7468, 1974
- [12] Gardner, D. G. & Dietrich, F. S., NBS-SP-594, 1980, p. 770
- [13] Gardner, M. A. & Gardner, D. G., UCRL-86265, 1981

(编辑部收到日期: 1983 年 4 月 15 日)