第24卷 第6期
1998年11月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 24, No. 6
Nov., 1998

研究简报

基于双重准则的二自由度预测控制——离散情况[1)]

刘 兵
（电力自动化研究院系统研究所 南京 210003）
冯纯伯
（东南大学自动化研究所 南京 210096）

关键词 离散预测控制，广义谱分解，双重准则.

1 引言

文[1]已指出，文[2]不具有预测控制的基本特点，并且忽略了噪声对系统的影响. 本文基于文[2]的思想，在设计预测控制系统时直接考虑噪声的影响.

2 系统描述及预测估计

记 $f \overset{\Delta}{=} f(z^{-1})$，$f^* \overset{\Delta}{=} f^{\mathrm{T}}(z)$，其它符号的意义和文[1]类同. 参考文[2]，考虑如图1所示的二自由度控制系统，其中 $W_r = E(z^{-1})/A_e(z^{-1})$，$W_d = C(z^{-1})/A(z^{-1})$，$W_v = z^{-1} \times D(z^{-1})/A(z^{-1})$，$W = z^{-1}B(z^{-1})/A(z^{-1})$，$H_f = z^{-k_0}$. 令 $A(z^{-1}) = \Delta a(z^{-1})$，$D(z^{-1}) = \Delta d_0(z^{-1})$，$\Delta = 1 - z^{-1}$. 仿文[1]得图1的等价模型

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})\Delta u(k-1) + D_n(z^{-1}) \in (k). \tag{1}$$

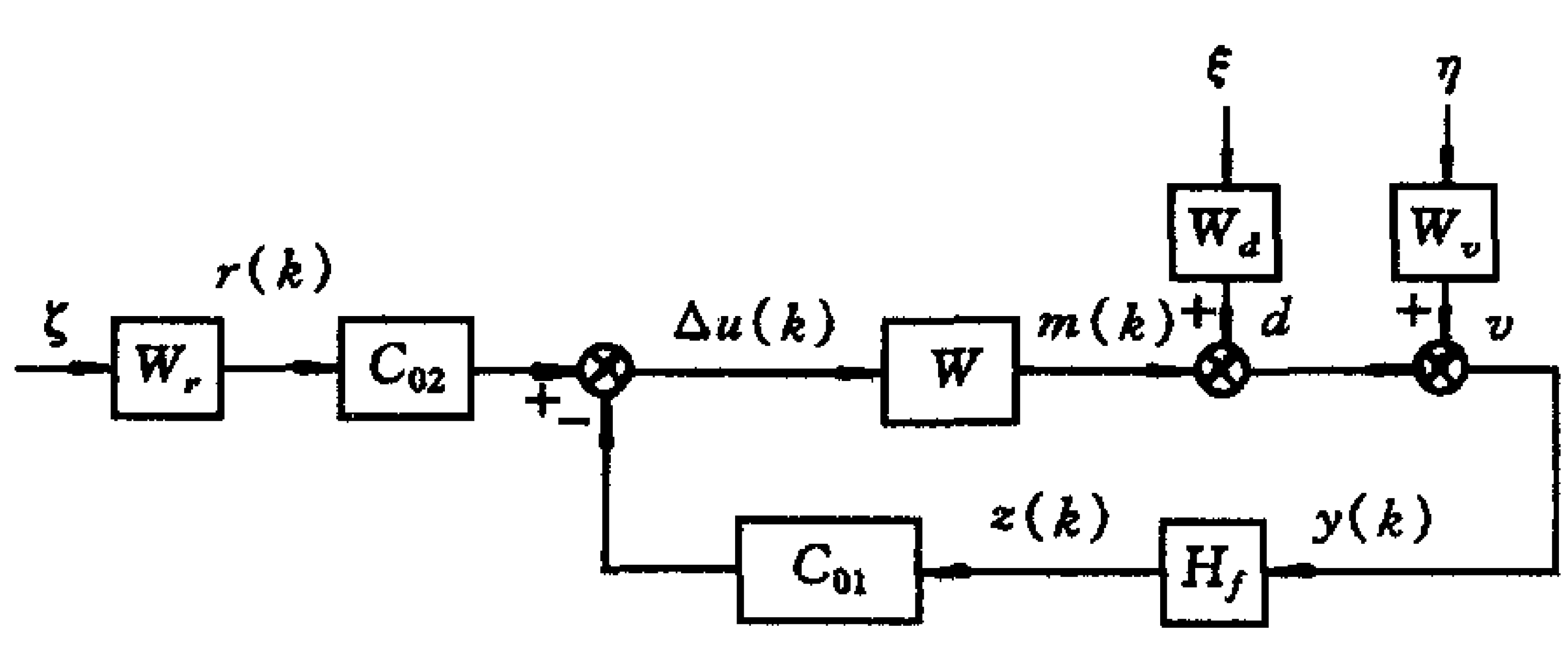

图1 二自由度离散闭环控制系统

预测估计下式[2,3]

$$\hat{y}(k+i) = H_i \Delta \hat{u}(k+i-1) + F_{di} y(k) + G_{di} \Delta u(k-1), i = 1, 2, \cdots, P, \tag{2}$$

---

1) 国家自然科学基金和河南省教委自然科学基金资助课题.
收稿日期 1996-03-11

$$\begin{cases}\hat{y}(k+i) = WS_iC_{i2}r(k+i) + S_iF_{di}d_v(k), \\ \Delta\hat{u}(k+i) = S_iC_{i2}r(k+i) - M_iF_{di}d_v(k), i = 0,1,\cdots,P,\end{cases} \tag{3}$$

其中 $F_{di}=F_i/D_n$, $G_{di}=G_i/D_n$, $D_n=AE_i+z^{-i}F_i$, $BE_i=D_nH_i+z^{-i}G_i$[3]. 记 N_u 为控制时域[3], $H_i(z^{-1})=h_0+h_1z^{-1}+\cdots+h_{i-1}z^{-(i-1)}$.

定义. 若 $i\leqslant N_u$, 则 $\overline{H}_i(z^{-1})=H_i$; 否则 $\overline{H}_i(z^{-1})=h_{i-N_u}+h_{i-N_u+1}z^{-1}+\cdots+h_{i-1}z^{-(N_u-1)}$. 注意到 $F_{d0}=1$, 由式(3)和(2)可得

$$\hat{Y}=\hat{H}\hat{U}+\hat{F}_dd_v(k)+\hat{F}_rS_0C_{02}r(k), \tag{4}$$

$$\hat{U}=S_cr(k)-M_cd_v(k), \tag{5}$$

其中 $\hat{Y}=[\hat{y}(k+1),\hat{y}(k+2),\cdots,\hat{y}(k+P)]^{\mathrm{T}}$, $\hat{U}=[\Delta\hat{u}(k),\Delta\hat{u}(k+1),\cdots,\Delta\hat{u}(k+N_u-1)]^{\mathrm{T}}$, $\hat{H}=[H_x^{\mathrm{T}},H_z^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $H_x=\mathrm{diag}\{\overline{H}_i\}_{i=1,\cdots,N_u}$, H_z 为 $(P-N_u)\times N_u$ 阵, 第 N_u 列为 $[\overline{H}_{N_u+1},\cdots,\overline{H}_P]^{\mathrm{T}}$, 其它元素为0; $\hat{F}_r=[z^{-1}(G_{d1}+F_{d1}\dfrac{B}{A}),\cdots,z^{-1}(G_{dP}+F_{dP}\dfrac{B}{A})]^{\mathrm{T}}$, $\hat{F}_d=[F_{d1},\cdots,F_{dP}]^{\mathrm{T}}-\hat{F}_rM_0$, $S_c=[S_0C_{02},S_1C_{12}z,\cdots,S_{N_u-1}C_{(N_u-1)2}z^{N_u-1}]^{\mathrm{T}}$, $M_c=[M_0,M_1F_{d1},\cdots,M_{N_u-1}F_{d(N_u-1)}]^{\mathrm{T}}$.

3 预测控制算法

仿文[1], 取综合指标函数

$$J=J_1+J_2, \tag{6}$$

其中 $J_1=E\{(Q\hat{e})^{\mathrm{T}}(Q\hat{e})+(R\hat{U})^{\mathrm{T}}(R\hat{U})\}=\dfrac{1}{2\pi j}\oint_{|z|=1}\{\mathrm{trace}(Q^*Q\Phi_{\hat{e}\hat{e}})+\mathrm{trace}(R^*R\Phi_{\hat{U}\hat{U}})\}\dfrac{\mathrm{d}z}{z}$, $\hat{e}=\hat{Y}-Y_{\mathrm{ref}}$, $Y_{\mathrm{ref}}=[r(k+1),\cdots,r(k+P)]^{\mathrm{T}}$, $Q=\mathrm{diag}\{Q_i\}_{i=1,2,\cdots,P}$ 和 $R=\mathrm{diag}\{R_i\}_{i=1,2,\cdots,N_u}$ 为加权矩阵, $J_2=\dfrac{1}{2\pi j}\oint_{|z|=1}[W_1W_1^*S_0H_f(\Phi_{dd}+\Phi_{vv})H_f^*S_0^*+W_2W_2^*(1-S_0)(\Phi_{dd}+\Phi_{vv})(1-S_0^*)]\dfrac{\mathrm{d}z}{z}$.

取 $Q_i=Q_{ni}/A_w(i=1,\cdots,P)$, $R_1=R_{n1}/A_w$, $W_1=W_{n1}/A_w$, $W_2=AW_{n2}/A_w$. 将式(6)中各项展开, 把不含 C_{i1} 和 $C_{i2}(i=1,2,\cdots,N_u-1)$ 而含 C_{01} 和 C_{02} 的项分离出来, 求解 C_{01} 和 C_{02}. 现概括为如下定理.

定理1. 对图1所示的二自由度闭环系统, 指标函数式(6)的极小化解使闭环系统内稳, 并且

$$C_{01}=\frac{C_{n1}}{C_{d1}}=\frac{K}{T}z^{k_0},\quad C_{02}=\frac{K_0D_nD_{c1}}{TD_{c2}E}z^P. \tag{7}$$

闭环反馈系统的特征多项式 ρ、灵敏度 S_0、补灵敏度 $1-S_0$ 及控制灵敏度 M_0 分别为

$$\rho=AC_{d1}+z^{-1}BH_fC_{n1}=D_{c1},$$

$$S_0=\frac{AT}{D_{c1}},\quad 1-S_0=\frac{z^{-1}BK}{D_{c1}},\quad M_0=\frac{AK}{D_{c1}}. \tag{8}$$

上式中各符号满足如下关系:

$$D_{c1}^*D_{c1}=D_{c2}^*D_{c2}+(W_{n1}^*W_{n1}+W_{n2}^*W_{n2}A^*A)B^*BD_n^*D_n, \tag{9}$$

$$D_{c2}^{*}D_{c2} = Q_{n1}^{*}Q_{n1}[\overline{H}_1\overline{H}_1^{*}A^{*}AD_n^{*}D_n + \overline{H}_1 z(A^{*}G_1^{*} + B^{*}F_1^{*})AD_n + z^{-1} \times (AG_1 + BF_1)\overline{H}_1^{*}A^{*}D_n^{*}] + \sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}(AG_i + BF_i)(G_i^{*}A^{*} + F_i^{*}B^{*}) + R_{n1}^{*}R_{n1}A^{*}AD_n^{*}D_n, \tag{10}$$

且 D_{c1}, D_{c2}稳定.

$$D_{c1}^{*}z^{-g}K + L(A_wA) = \left[Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_1^{*}D_n^{*}A^{*}F_1 + \sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}z(G_i^{*}A^{*} + F_i^{*}B^{*})F_i + W_{n1}^{*}W_{n1}zB^{*}D_n^{*}D_n\right]z^{-g}, \tag{11}$$

$$D_{c1}^{*}z^{-g}T - L(z^{-1}A_wB) = \left[Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_1^{*}\overline{H}_1A^{*}D_n^{*}D_n + Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_1z(G_1^{*}A^{*} + F_1^{*}B^{*}) \times D_n + Q_{n1}^{*}Q_{n1}z^{-1}G_1\overline{H}_1^{*}A^{*}D_n^{*} + \sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}G_i(G_i^{*}A^{*} + F_i^{*}B^{*}) + R_{n1}^{*}R_{n1}A^{*}D_n^{*}D_n + W_{n2}^{*}W_{n2}A^{*}B^{*}BD_n^{*}D_n\right]z^{-g}, \tag{12}$$

$$D_{c2}^{*}z^{-g_1}K_0 + L_0(A_wA_e) = [Q_{n1}^{*}Q_{n1}z\overline{H}_1^{*}A^{*}D_n^{*} + \sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}z^{i+1}(G_i^{*}A^{*} + F_i^{*}B^{*})]Ez^{-(P+g_1)}, \tag{13}$$

其中 g, g_1分别是使式(11),(12)和式(13)两边为关于 z^{-1}的多项式的最小正整数. 证明从略(请参见文[1]).

本文是对文[2]的补充和发展. 在预测控制系统设计时直接考虑噪声对系统的影响，使得系统的鲁棒性增强.

参 考 文 献

1 刘 兵，冯纯伯. 基于双重准则的二自由度预测控制——连续情况. 自动化学报，1998，**24**(6)：721—725

2 Grimble M J. Two-degree-of-freedom linear quadratic gaussian predictive control. *IEE, Pt-D*, 1995, **142**: 295—306

3 Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control. *Automatica*, 1987, **23**: 137—160

DUAL CRITERION BASED TWO-DEGREE-OF-FREEDOM PREDICTIVE CONTROL——DISCRETE-TIME CASE

LIU BING

(*System Division, Electric Power Automation Research Institute, Nanjing* 210003)

FENG GHUNBO

(*Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing* 210096)

Key words Discrete-time predictive control, generalized spectrum factorisation, dual criterion.