

§ 8.4 集体模型的概念

1. 集体运动的实验根据

实验上发现偶偶核的低激发能级规律有三类。一类是在双幻核附近，它们可用壳模型来解释，是由单核子激发产生的。简称为粒子能级。

第二类能级发现于离双幻核稍远的原子核（ $60 < A < 150$ ， $190 < A < 220$ ），其低激发能级之间的距离大致相等，与谐振子能级的特点相符。

第三类能级发现于远离双幻核的原子核（ $150 < A < 190$ ， $A > 220$ ）。这类能级的自旋依次是0, 2, 4, 6, ..., 能量之比 $E_2 : E_4 : E_6 : \dots = 3 : 10 : 21 : \dots$ ，与双原子分子的转动能级规律相符。对于双原子分子，其转动能级的能量 E_I 与其角动量 I 之间有以下关系：

$$E_I \propto I(I + 1)$$

这表明第三类能级是由原子核转动产生的，简称为转动能级。

以上事实说明原子核的运动形式，除了单粒子运动外，还存在振动运动和转动运动等集体运动。

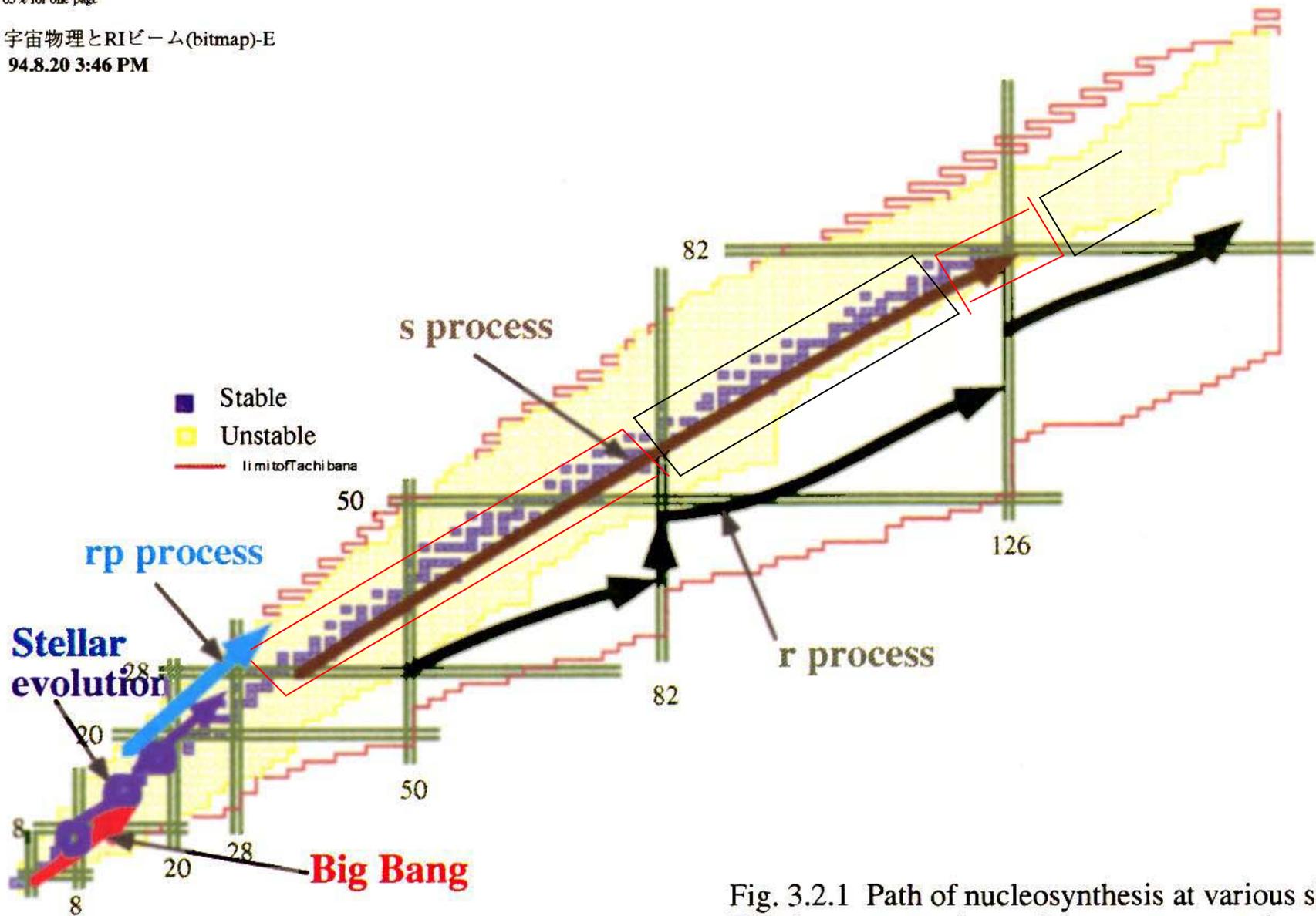


Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

2. 集体运动的理论分析——集体模型

集体模型的基础是壳模型，它保留了壳模型的基本概念，即认为核子在平均核场中独立运动并形成壳层结构。但它对壳模型作了重要补充，认为原子核可以发生形变（指球形变为非球形），并产生转动和振动等集体运动。

原子核的平衡形状依赖于以下两种作用相互竞争的结果：（i）外围核子对核心的极化作用；（ii）核心保持球形的作用。

原子核的转动概念既不同于刚体的转动，也不同于流体的转动。

原子核的转动是指原子核势场空间取向的变化。对于球形核，它的势场是球对称的，没有特定的方向，所以球形核无集体转动可言的。同理，形状为轴对称的原子核绕对称轴的集体转动也是没有意义的。

原子核的振动是指原子核在平衡形状附近作振荡。假定核物质是不可压缩的，则在振动过程中核的体积保持不变，因而原子核的振动一般都是体积不变而形状变化的表面振动。

综合模型：原子核一方面在做集体运动，另一方面核内核子又在各自的轨道上独立运动。由于原子核可以发生形变，则平均核场不一定是球对称的；又由于原子核在集体运动，则核场不是静止而是变动的。因此，单个核子是在变动的核场中运动，它可以受集体运动的影响；反过来，单个核子的运动又会影响集体运动。这样，几种运动互相影响，情况是十分复杂的。然而，原子核集体运动的周期一般要比核内单个核子运动的周期长得多；换句话说，单粒子运动要比集体运动快得多。这种近似地把单粒子运动和集体运动分开考虑的方法，叫做“绝热近似”。

§ 8.5 转动能级和振动能级

1. 转动能级

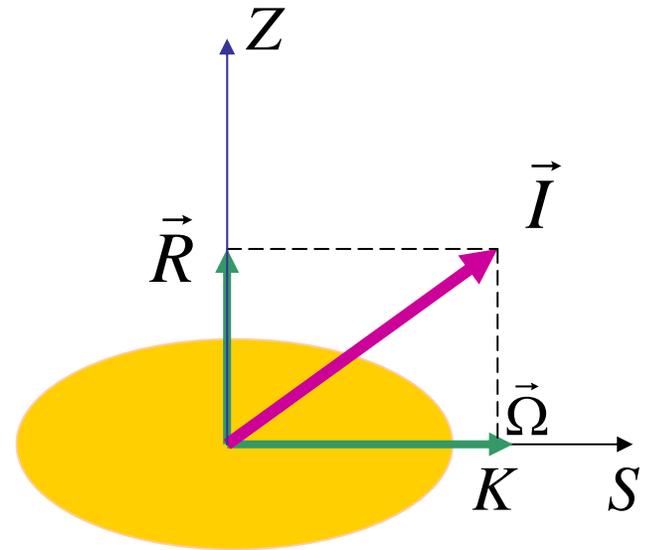
$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{j} = \vec{R} + \vec{\Omega}$$

(1) 偶偶核, $j=0$

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} I(I+1)$$

$$I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots$$

$$E_2 : E_4 : E_6 : E_8 \dots = 1 : \frac{10}{3} : 7 : 12 \dots$$



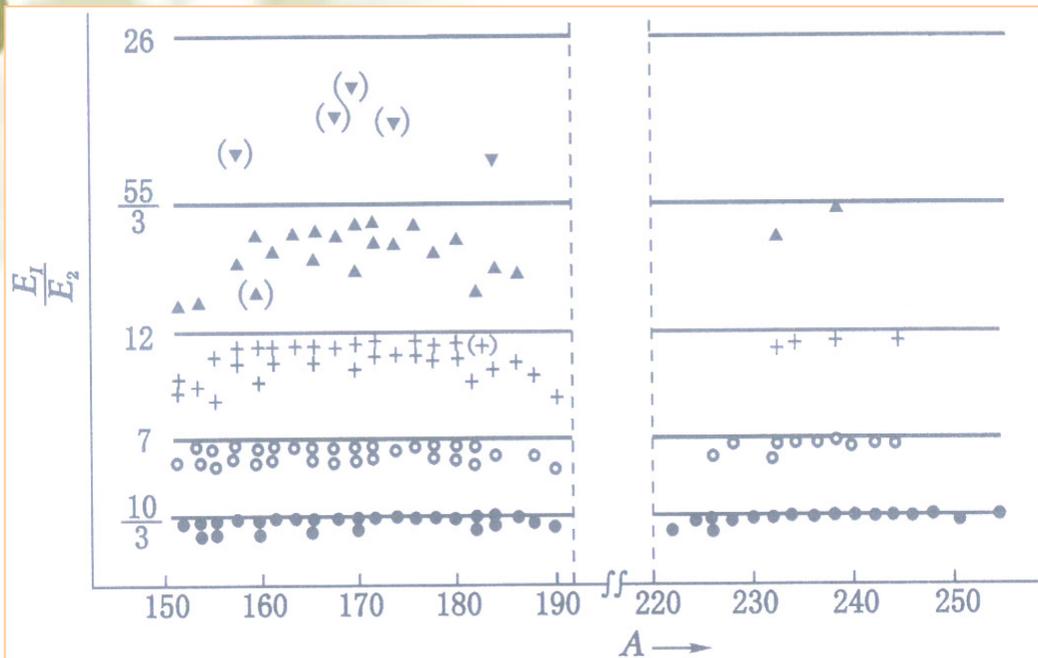


图 8-17 偶偶核转动能级的能量比值(参见[11]650 页)

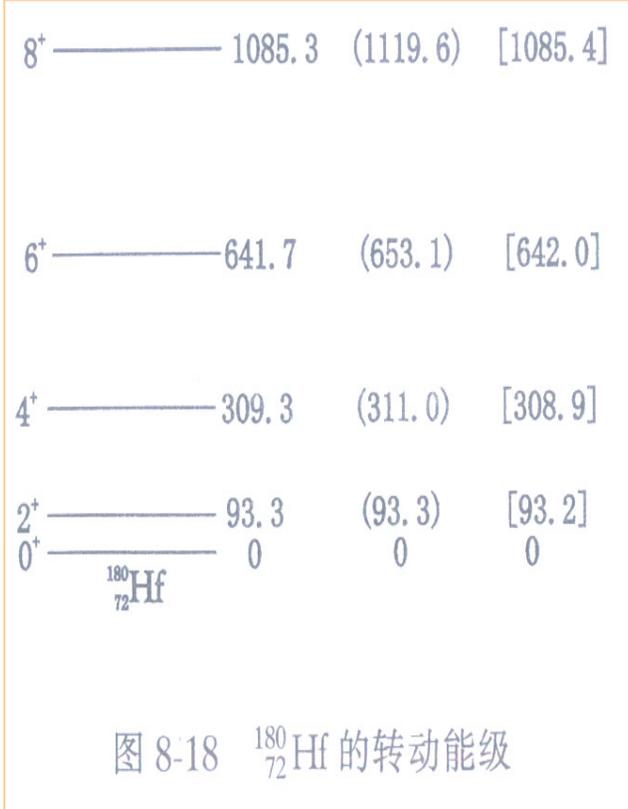


图 8-18 $^{180}_{72}\text{Hf}$ 的转动能级

修正:

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} I(I+1) - BI^2(I+1)^2 \quad (8.5-3)$$

(2) 奇A核

$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{j}$$

守恒量: $(I^2, I_3) = (I^2, K)$

$$I = K, K+1, K+2, \dots$$

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - K(K+1)] \quad (K > \frac{1}{2} \text{ 时}) \quad (8.5-4)$$

$$\begin{aligned} & E_{K+1} \cdot E_{K+2} \cdot E_{K+3} \cdot \dots \\ &= (2K+2) : (4K+6) : (6K+12) : \dots \\ &= (K+1) : (2K+3) : (3K+6) : \dots \end{aligned}$$

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - \frac{3}{4} + a + a(-1)^{I+\frac{1}{2}} (I + \frac{1}{2})] \quad (K = \frac{1}{2}) \quad (8.5-5)$$

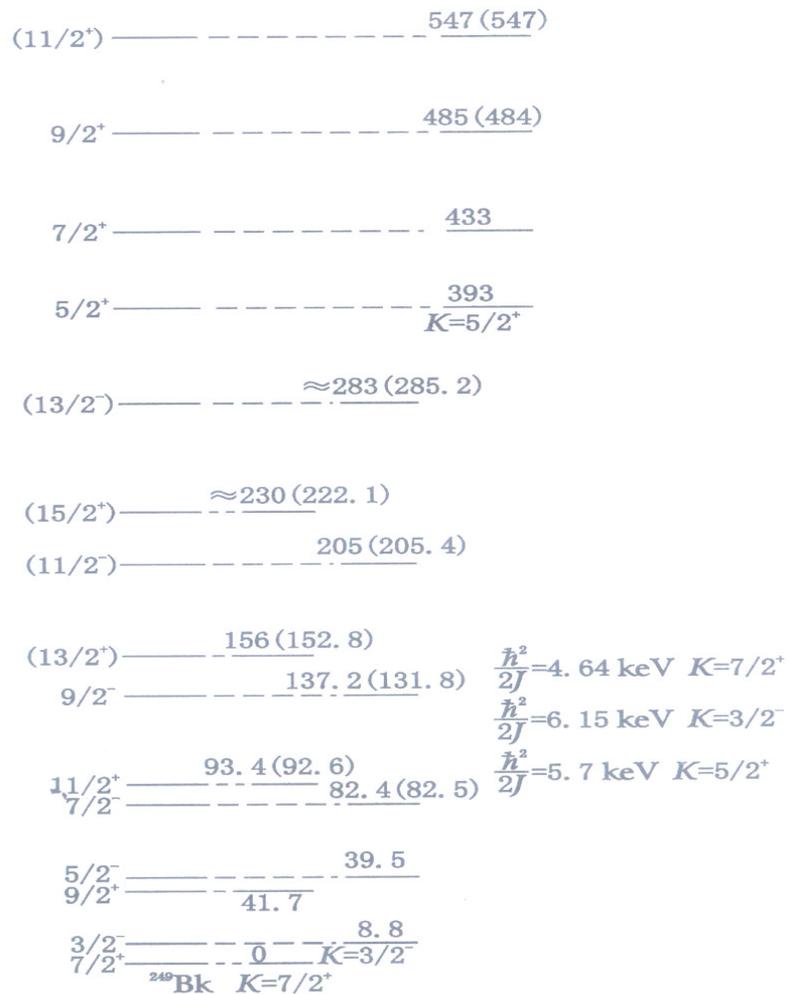


图 8-19 ^{249}Bk 的能级

[引自 Asaro et al., Proc. Int. Conf. Nucl Structure, Kingston 1960, p. 547]

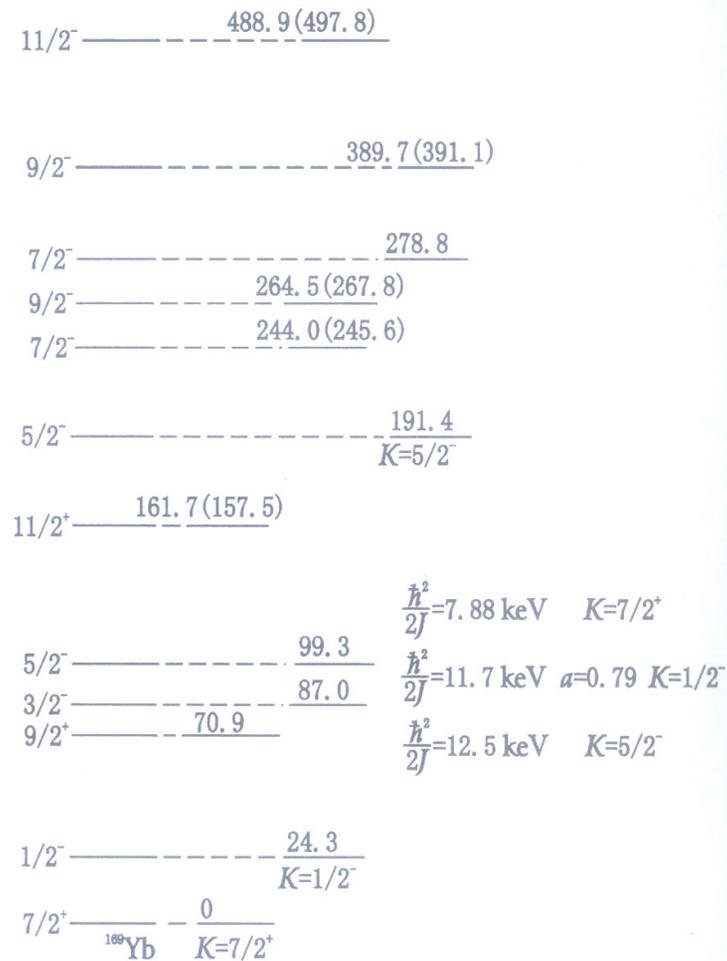


图 8-20 ^{169}Yb 的能级

[引自 Harmatz et al., Phys. Rev., 114,1082(1959)和 R. G. Wilson et al., Phys. Rev., 120,1843(1960)]

2. 描写原子核形变的参量

假定核物质是不可压缩的，在形变中体积保持不变，任何形变原子核的表面在球坐标中的表示式 $R(\theta, \varphi)$ ，通常可用球谐函数的展开来表示：

$$R(\theta, \varphi) = R_0 [1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)]$$

式中 R_0 近似为同体积的球形核的半径； $\alpha_{\lambda\mu}$ 表示形变的振幅； $\lambda=2$ 为四极形变， $\lambda=3$ 为八极形变， \dots 。 $\lambda=1$ 相当于质心的移动，形状并不改变，所以不予考虑。研究表明： $\lambda=2$ 的形变最为重要； $\lambda \geq 3$ 的形变只在重核中才可能出现。下面我们讨论 $\lambda=2$ 的情形，此时(8.5-6)式为

$$R(\theta, \varphi) = R_0 [1 + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{\mu} Y_{2\mu}(\theta, \varphi)] \quad (8.5-7)$$

若原子核的形状为一椭球，假设它的三个轴与直角坐标系的 x, y, z 轴重合。由椭球的对称性知， $R(\theta, \varphi) = R(\pi - \theta, \varphi) = R(\theta, -\varphi)$ ，则 $\alpha_1 = \alpha_{-1} = 0$ ， $\alpha_2 = \alpha_{-2}$ 。于是(8.5-7)式成为

$$R(\theta, \varphi) = R_0 [1 + \alpha_0 Y_{20}(\theta, \varphi) + \alpha_2 Y_{22}(\theta, \varphi) + \alpha_2 Y_{2-2}(\theta, \varphi)]$$

可见，一般用两个参量 (α_0, α_2) 可描述原子核的形变。通常不用 α_0 和 α_2 ，而用 β 和 γ 。它们之间的关系如下：

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta \cos \gamma \\ \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma \end{cases} \quad (8.5-9)$$

利用(8.5—8)和(8.5—9)式，可以求得椭球的三个轴长与同体积球半径的偏离大小如下：

$$\begin{cases} \delta R_x = R_x - R_0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta R_0 \cos(\gamma - \frac{2}{3}\pi) \\ \delta R_y = R_y - R_0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta R_0 \cos(\gamma - \frac{4}{3}\pi) \\ \delta R_z = R_z - R_0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta R_0 \cos \gamma \end{cases} \quad (8.5-10)$$

根据(8.5—10)式，当 $\gamma=0$ 时，

$$\begin{cases} R_x = R_y = R_0(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta) \\ R_z = R_0(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta) \end{cases} \quad (8.5-11)$$

可见，此时椭球成为旋转椭球，其对称轴是 z 。 $\beta > 0$ 为长椭球， $\beta < 0$ 为扁椭球， β 越大轴对称形变越大。所以， β 是表征原子核轴对称形变的参量。

$\gamma = \pi/3$ 时， $R_x = R_z$ ，此时也是旋转椭球，对称轴是 y ；当 $0 < \gamma < \pi/3$ 时，椭球没有轴对称； $\gamma = \pi/6$ 时，偏离轴对称程度最大。所以， γ 是表征形变核偏离轴对称程度的参量。

ε 定义为对称轴半径与同体积球半径 R_0 之差值被 R_0 除。则由 (8.5—11) 式，得

$$\varepsilon = \frac{R_z - R_0}{R_0} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta = 0.631\beta \quad (8.5-12)$$

δ 定义为对称轴半径与非对称轴半径之差值被同体积球半径

$$\delta = \frac{R_z - R_x}{R_0} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta = 0.946\beta \quad (8.5-13)$$

R_0 除。则由(8.5-11)式, 得

$$\varepsilon \text{与} \delta \text{之间的关系为} \varepsilon = \frac{2}{3} \delta。$$

3. 振动能级

振动的量子化处理。

$$E = (N + 5/2) \hbar\omega \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

振动能级

Heyde P. 342

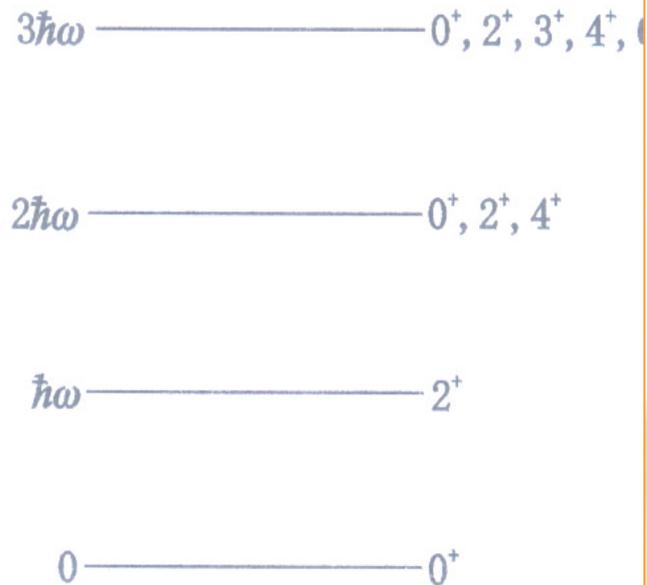


图 8-21 偶偶核的振动能级

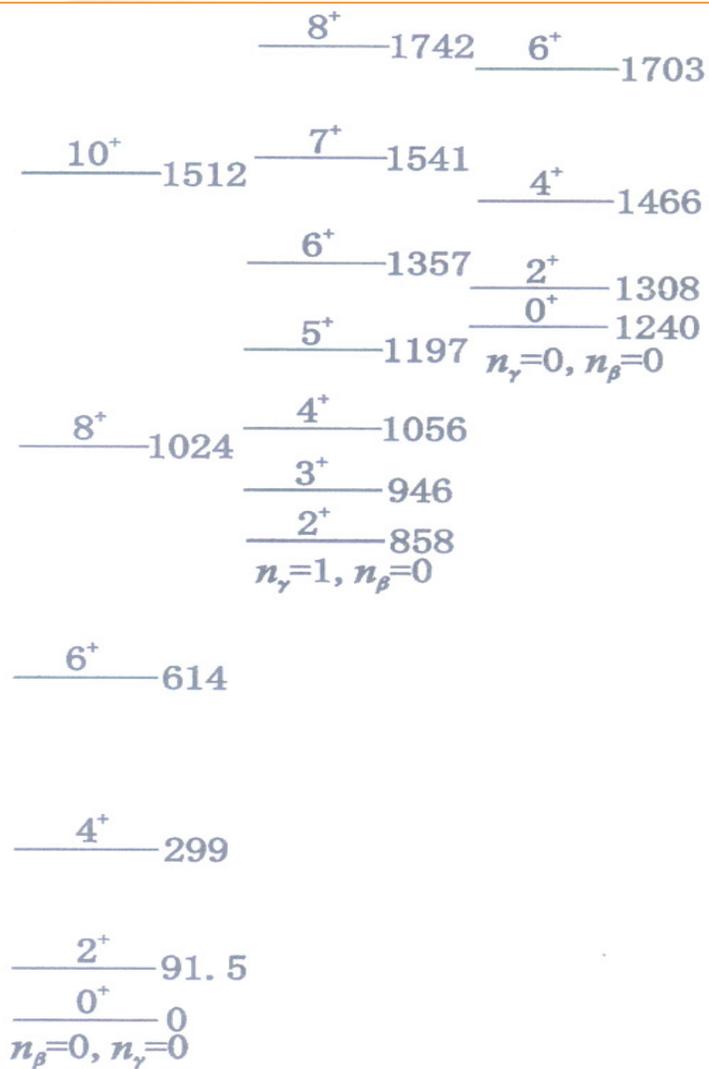


图 8-23 ^{164}Er 的能级
(参见[12]378 页)

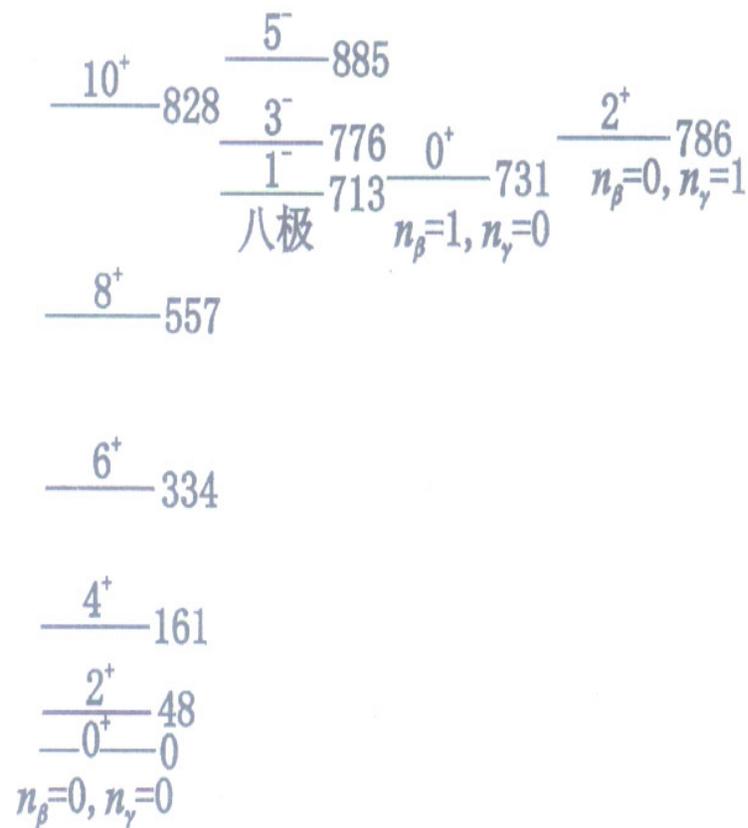


图 8-24 ^{232}U 的能级

[引自 W. Else et al., Nucl. Phys.,
A187,545(1972)]

§ 8.6 变形核的基态性质

Nilsson势

$$H = p^2/2 + (m/2)[\omega^2(x^2+y^2) + \omega_z^2 z^2] + C \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + D I^2 \quad (8.6-1)$$

其中谐振子频率与形变参量 δ 有关:

$$\omega^2 = \omega_0^2 (1 + 2\delta/3)$$

$$\omega_z^2 = \omega_0^2 (1 - 4\delta/3)$$

变形核的磁矩和电四极矩 (略)

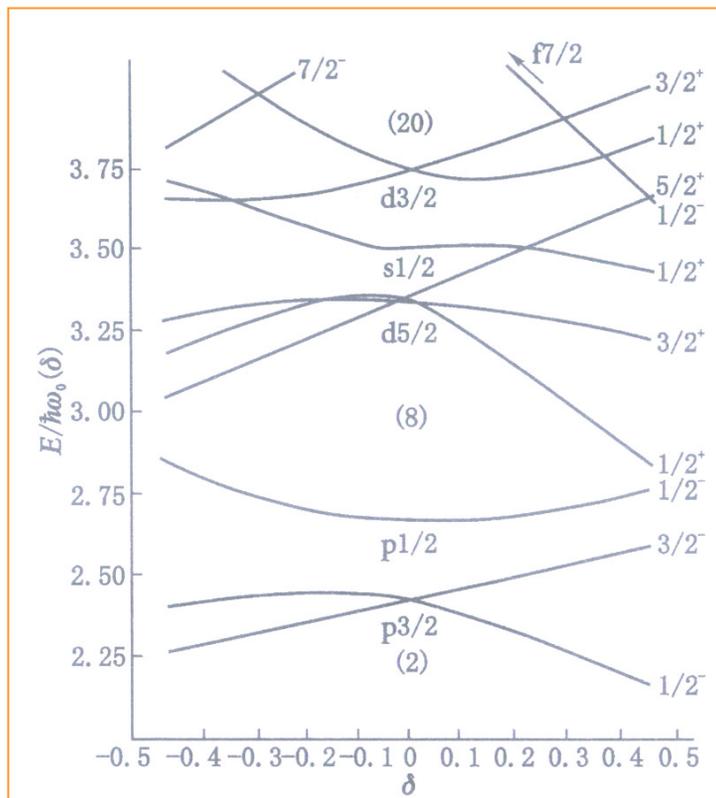


图 8-25 尼尔逊能级图

[引自 B. R. Mottelson and S. G. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1, No. 8(1959)]